Aksijalno udarno opterećenje štapova

Vukadin, Marko Antonije

Undergraduate thesis / Završni rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:237:345247

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-24**

Repository / Repozitorij:

Repository of the Faculty of Civil Engineering, University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

GRAĐEVINSKI FAKULTET

PRIJEDIPLOMSKI STUDIJ

AKSIJALNO UDARNO OPTEREĆENJE ŠTAPOVA

Završni rad

Marko Antonije Vukadin

Zagreb, rujan 2023.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

GRAĐEVINSKI FAKULTET

PRIJEDIPLOMSKI STUDIJ

AKSIJALNO UDARNO OPTEREĆENJE ŠTAPOVA

Završni rad

Marko Antonije Vukadin

izv. prof. dr. sc. Ivan Duvnjak

Zagreb, rujan 2023.

Mentor rada: izv. prof. dr. sc. Ivan Duvnjak

Završni rad obranjen je dana_____na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, pred povjerenstvom u sastavu:

1. _____
2. _____
3. _____

Ocjena rada: _____

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
GRAĐEVINSKI FAKULTET

OBRAZAC 2

TEMA ZAVRŠNOG ISPITA

Ime i prezime studenta:	**Antonije Marko Vukadin**
JMBAG:	**0082061820**
Završni ispit iz predmeta:	**Otpornost materijala 2**
Naslov teme završnog ispita: HR	**Aksijalno udarno opterećenje štapova**
Naslov teme završnog ispita: ENG	**Axial impact loading of bars**

Opis teme završnog ispita:

- Sadržaj,
- Sažetak rada i ključne riječi (na hrvatskom i engleskom jeziku),
- Općenito teorijske postavke o štapnim sustavima
- Analiza naprezanja i deformacija štapova
- Proračuna štapova na udarno opterećenje
- Zaključak,
- Popis literature,

Datum:	**17.04.2023.**
Komentor:	
	(Ime i prezime komentora)
Mentor:	**Ivan Duvnjak**
	(Ime i prezime mentora)
	(Potpis mentora)

ZAHVALA:

Zahvaljujem se mentoru izv.prof.dr.sc. Ivanu Duvnjaku na suradnji, prenesenome znanju i pomoći pri pisanju ovog završnog rada.

Hvala ocu Anti, majci Anđi, sestri Josipi i bratu Tomislavu na neizmjernoj podršci i strpljenju.

Hvala Krešimiru, Petru, Zvonimiru, Lovri, Toniju i Leopoldu na pomoći i lijepim uspomenama.

SAŽETAK RADA:

U završnom radu obrađena je tema Aksijalno udarno opterećenje štapova, sveobuhvatnom analizom njegovih teorijskih osnova, metodom proračuna i praktičnim situacijama. Teorijski dio rada opisuje problematiku aksijalnih djelovanja na različite vrste štapova i štapnih sustava. Promatraju se slučajevi u kojima se određuju statička i dinamička produljenja i naprezanja ovisno o promjeni različitih parametara štapa. Svaki slučaj potkrijepljen je matematičkim izrazima i ilustracijama. Metode proračuna dane u teorijskom dijelu primjenjujemo u praktičnom zadatku.

Riješeni zadatak prikazuje i jedan realan problem iz prakse. Promatramo krovnu konstrukciju u gorskom dijelu Republike Hrvatske s koje se urušava snijeg na rešetkastu krovnu konstrukciju koja je na visini nižoj za 2 metra. Matematički izračuni, popraćeni grafičkim prikazima pokazuju nam ovisnost statičkih i dinamičkih naprezanja o promjeni površine poprečnog presjeka štapova u rešetci. Ovo istraživanje nam pobliže dočarava objašnjava aksijalna naprezanja i produljenja štapova, nudeći inženjerima i istraživačima teorijskom i praktično znanje u daljnjim analizama.

Ključne riječi: aksijalno, udarno, opterećenje štapova, dinamička naprezanja, statička napreznja

SUMMARY:

In this final paper, the topic of axial impact loading of bars has been studied with comprehensive analysis of its theoretical foundations, calculation method and practical situations. Theoretical part of the paper describes the problem of axial actions on different types of bars and bar systems. Cases in which static and dynamic elongations and stresses are determined depending on the change of various parameters of the bars have been observed in this paper. Each case is presented with mathematical expressions and illustrations. The calculation methods mentioned in the theoretical part has been applied in the practical task.

The solved task also shows a realistic problem from practice. We are observing the roof structure in the mountainous part of the Republic of Croatia, from which the snow is falling onto the lattice roof construction located 2 meters below the roof structure. Mathematical calculations, accompanied by graphical representations, show us the dependence of static and dynamic stresses on the change in the cross-sectional area of the bars in the lattice. This research more closely evokes and explains the axial stresses and elongations of the bars, offering engineers and researchers theoretical and practical knowledge in further analyses.

Key words: axial, impact, loading of bars, dynamic stresses, static stresses

SADRŽAJ RADA:

UVOD 2
Udarno aksijalno opterećenje štapova 3
Naprezanja i progibi nosača pri udarnom opterećenju 11
RAČUNSKI ZADATAK 12
Grafovi i tablice 27
ZAKLJUČAK 31
LITERATURA 32

UVOD:

Znanost o otpornosti materijala grana je primijenjene mehanike koja proučava probleme stabilnosti, krutosti i čvrstoće pojedinih dijelova tehničkih konstrukcija od čvrstog deformabilnog materijala. Spada u jednu od osnovnih tehničkih disciplina sa bitnom ulogom u tehničkom obrazovanju inženjera i u razvijanju inženjerskog načina razmišljanja. Ona obuhvaća teorijske discipline, poput fizike i matematike, i povezuje ih sa konkretnim tehničkim disciplinama poput drvenih, metalnih ili armirano-betonskih konstrukcija.

Proučavanja u otpornosti materijala se uglavnom bazira na problematici čvrstoće, stabilnosti i krutosti pojedinih dijelova tehničkih konstrukcija sastavljenih od čvrstoga deformabilnog materijala, odnosno njihovog dimenzioniranja.

Čvrstoća konstrukcije predstavlja mehaničko svojstvo konstrukcije koje pruža otpor djelovanju sile, tj. sposobnost prenošenja opterećenja bez pojave loma.

Krutost konstrukcije možemo definirati kao otpornost konstrukcije deformacijama (promjena oblika i volumena konstrukcije)

Stabilnost konstrukcije predstavlja sposobnost konstrukcije i njenih elemenata da pod određenim opterećenjem zadrže početni oblik elastične ravnoteže.

Kao osnova za promatranje u teorijskoj mehanici uvodi se model krutog, nedeformabilnog tijela na kojemu se provode principi statike i dinamike. Međutim radi djelovanja raznih utjecaja sva se realna tijela deformiraju pa je potrebno pronaći vezu između vanjskih sila, oblika tijela i vrste homogenog, izotropnog i elastičnog materijala.

Zbog toga se eksperimentalni i teorijski pokusi provode na modelu štapa napravljenog od homogenog, izotropnog i elastičnog materijala.

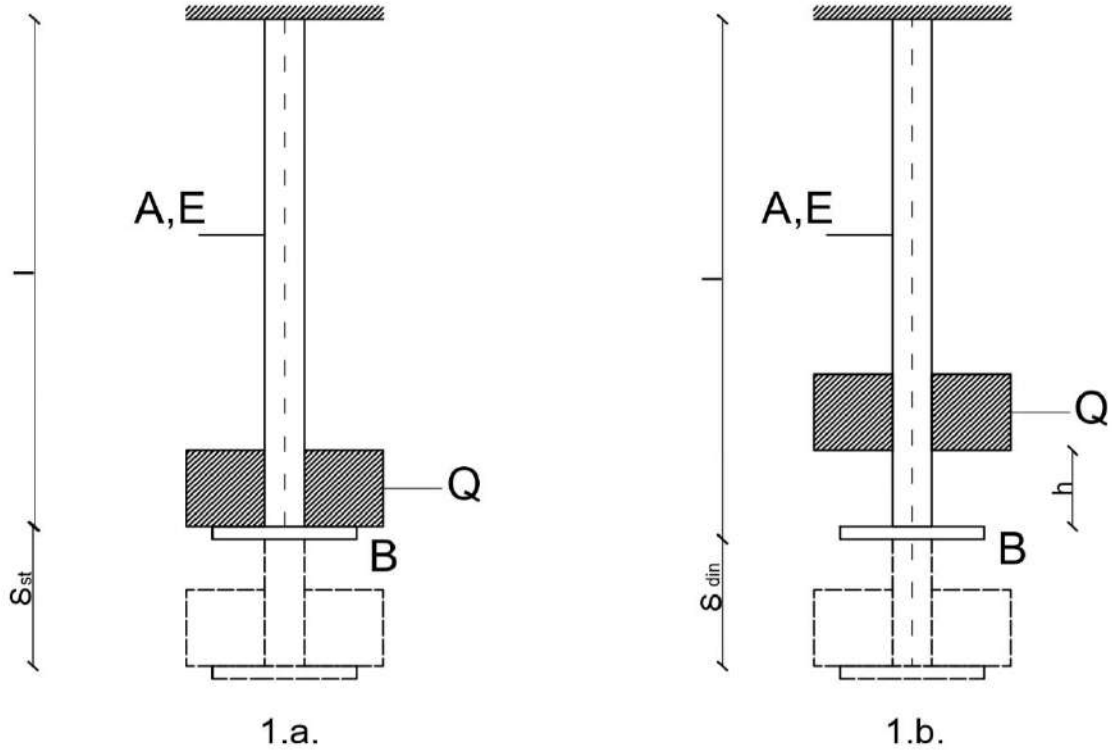
Homogenost je obilježje tijela (materijala) da u svakoj svojoj točki ima jednaku gustoću (u svim dijelovima volumena). Materijal može biti homogen i u pogledu nekog drugog svojstva.

Izotropija je svojstvo tijela (materijala) da u svim smjerovima ima jednaka fizikalna svojstva.

Elastičnost je obilježje čvrstih tijela (materijala) da pod djelovanjem vanjske sile mijenjaju svoj oblik ili volumen i da se, nakon prestanka njezinog djelovanja, vraćaju u svoj prvobitni oblik.

Hookeov zakon opisuje povezanost naprezanja i deformacija tijela (materijala).

Udarno aksijalno opterećenje štapova



Promatramo štap koji je obješen u vertikalnoj ravnini i na donjem rubu ima zadržač *B*.

Imamo statičko opterećenje *Q* koje djeluje na zadržač *B*, te postupno raste od nule do svoje konačne vrijednosti.

U štapu će se pojaviti naprezanja:

$$\sigma_{st} = \frac{Q}{A} \tag{1}$$

a produljenje štapa će biti:

$$\delta_{st} = \frac{Ql}{AE} \tag{2}$$

Nakon toga imamo slučaj kada teret *Q* slobodno pada s visine h nazadržač *B*. Pretpostavka je da poslije sudara tereta *Q* sa zadržačem *B*, teret *Q* i zadržač *B* zajedno nastavljaju gibanje prema dolje i time uzrokuju produljenje štapa. Radi otpora štapa smanjuje se brzina gibanja tereta sve dok ne postane ekvivalentna nuli. U trenutku kada brzina gibanja tereta postane jednaka nuli naprezanje u štapu σ_{din} i produljenje štapa δ_{din} poprimaju svoju najveću vrijednost.

Prilikom određivanja najvećeg dinamičkog produljenja δ_{din} i naprezanja σ_{din} u štapu, pretpostavljamo malu masu štapa i zadržača u odnosu na masu tereta $m=Q/g,(g = 9,81\ m/s^2)$, tako da mase štapa i zadržača zanemarujemo. Uz to pretpostavit ćemo da pri sudaru nema gubitka energije, te da je ovisnost između deformacija i sila jednaka kao i kod statičkog opterećenja, tako da je:

$$\delta_{din} = \frac{F_{din}\, l}{E\, A} \tag{3}$$

Prilikom određivanja dinamičkog naprezanja i dinamičke deformacije štapa primjenjujemo energijsku metodu koja se temelji na zakonu o održanju energije:

Pri padu s vidine $h + \delta_{din}$ teret Q izvrši rad:

$$W = Q\,(h + \delta_{din}) \tag{4}$$

,taj rad se na osnovi zakona o održavanju energije transformira u potencijalnu energiju deformacija elastičnog štapa, a ona se primjenom izraza (3) može izraziti u obliku:

$$U = \frac{1}{2} \times F_{din} \times \delta_{din} = \frac{\delta_{din}^2\, E\, A}{2\, l} \tag{5}$$

Budući da je:

$$W = U,$$

dobivamo:

$$Q(h + \delta_{din}) = \frac{\delta_{din}^2\, E\, A}{2\, l} \tag{6}$$

Imajući u vidu formulu (2), dobivamo jednadžbu određivanja dinamičkog produljenja:

$$\delta_{din}^2 - 2\,\delta_{st}\,\delta_{din} - 2\,\delta_{st}\,h = 0 \tag{7}$$

i odatle:

$$\delta_{din} = \delta_{st} \pm \sqrt{\delta_{st}^2 + 2\,\delta_{st}\,h} \tag{8}$$

Iz razloga što tražimo najveće dinamičko produljenje štapa, u prethodnoj jednadžbi uzimamo pozitivni predznak i time dobivamo:

$$\delta_{din} = \delta_{st}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2\,h}{\delta_{st}}}\right) \tag{9}$$

ili:

$$\delta_{din} = k_d\,\delta_{st}\,. \tag{10}$$

Veličinu:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2\,h}{\delta_{st}}} \tag{11}$$

nazivamo **dinamički koeficijent**.

Ako znamo da je $h = v^2 / 2g$, gdje v predstavlja brzinu opadajućeg tereta u momentu kada dotakne zadržač *B,* dinamički koeficijent prikazujemo formulom:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g\,\delta_{st}}} \tag{12}$$

Ako je $h = 0$, tj. opterećenje na štap djeluje naglo s punim obimom bez početne brzine (ne povećava se postepeno od nule do krajnje vrijednosti), dinamički koeficijent je $k_d = 2$, a sukladno tome je $\delta_{din} = 2\,\delta_{st}$. Očigledno je δ_{din} uvijek veće od δ_{st} pri djelovanju udarnog opterećenja.

Na osnovi izraza (3) i (10) formulu za najveće dinamičko naprezanje možemo prikazati kao:

$$\sigma_{din} = k_d\,\sigma_{st} \tag{13}$$

ili:

$$\sigma_{din} = \sigma_{st}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}}\right) \tag{14}$$

Pomoću izraza (1) i (2) dobivamo:

$$\sigma_{din} = \frac{Q}{A}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2hEA}{Ql}}\right) \tag{15}$$

ili:

$$\sigma_{din} = \frac{Q}{A} + \sqrt{\left(\frac{Q}{A}\right)^2 + \frac{2QhE}{Al}} \tag{16}$$

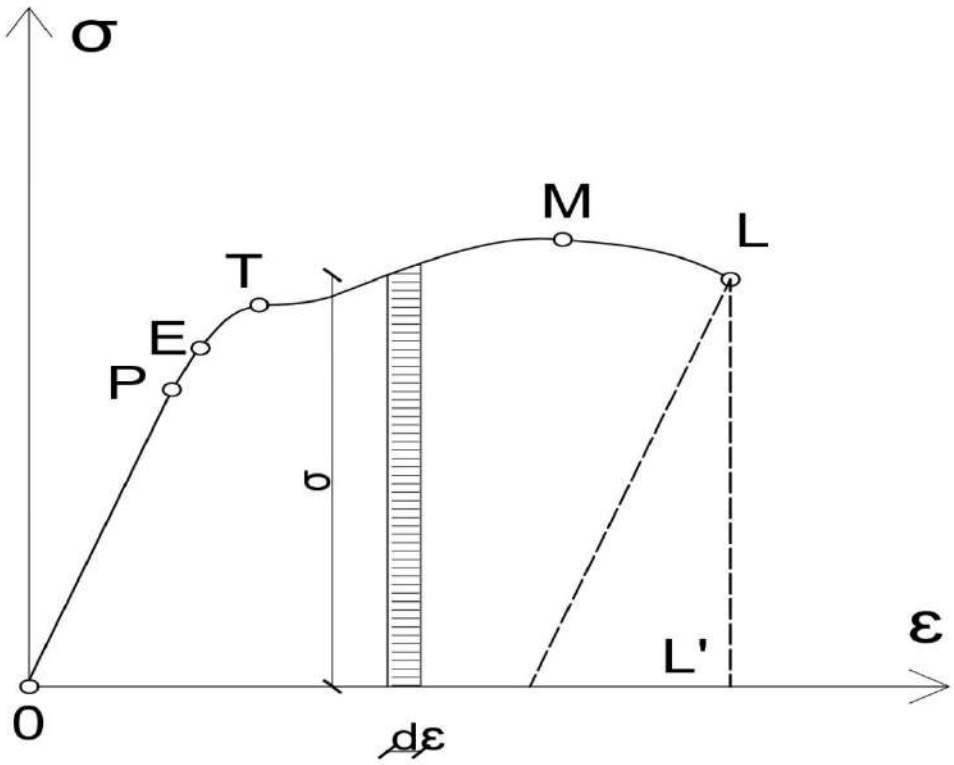
Dinamičko opterećenje F_{din} određujemo po formuli:

$$F_{din} = \sigma_{din}\,A = k_d\,Q = Q\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}}\right). \tag{17}$$

Iz izraza (15) i (16) možemo zaključiti da dinamičko opterećenje nije ovisno samo o površini poprečnog presjeka *A* nego i o duljini štapa *l* i o modulu elastičnosti korištenog materijala *E*.

Povećanjem volumena materijala elastičnog štapa sa konstantnim presjekom koji je izložen udaru, smanjuje se dinamičko naprezanje u štapu. Povećanjem modula elastičnosti materijala od kojeg je napravljen štap, povećava se i dinamičko naprezanje štapa. Ovdje vidimo razliku između dinamičkog naprezanja i naprezanja uzrokovanog statičkim opterećenjem, koje u statičkim određenim sistemima nije ovisno o duljini štapa *l* i o modulu elastičnosti materijala od kojeg je štap napravljen *E*.

Otpornost materijala na udarna opterećenja ovisi o fizikalno-mehaničkim svojstvima materijala i o površini dijagrama rastezanja. Rastom specifičnog rada raskida materijala, materijal ima veću otpornost na udarno opterećenje.



4.

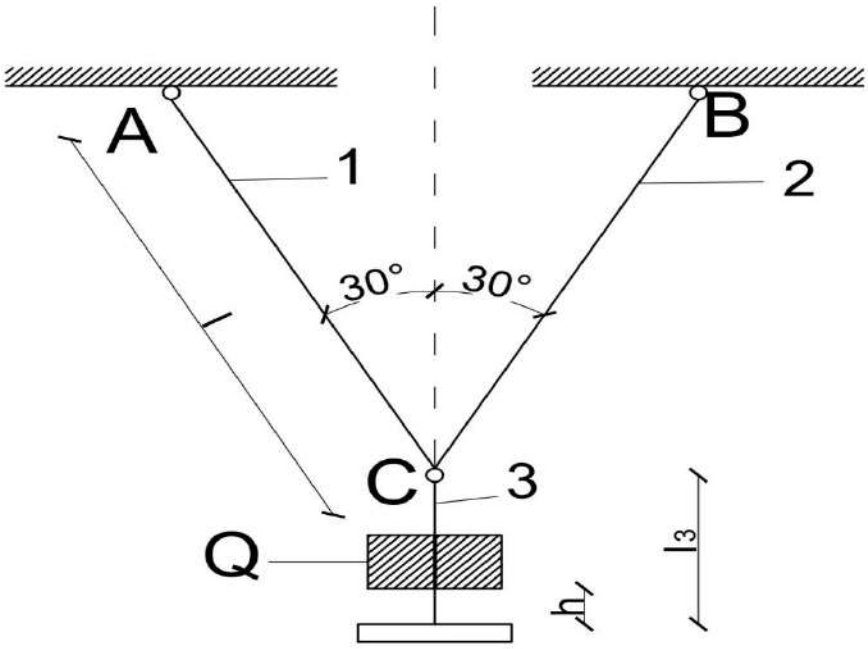
Dijagram rastezanja

Dijagram rastezanja ima specifičan oblik koji ovisi o svojstvima ispitivanog materijala. Na njemu uočavamo neke karakteristične točke. Od točke *O* do *P* dijagram je pravac, sila i produljenje su linearno ovisni. Deformacije su elastične do točke *E*. Kada prijeđemo točku *E*, u uzroku se, osim elastičnih deformacija, pojavljuju i plastične deformacije koje ne iščezavaju nakon rasterećenja uzorka.

U točki *T* deformacije rastu bez povećanja opterećenja, nastaje tzv.tečenje materijala. Nakon tečenja materijal se ponovo opire djelovanju opterećenja, javlja se ojačanje materijala. Deformaciji uzorka prethodi povećanje sile sve do točke *M* pri kojoj sila prima maksimalnu vrijednost. Nakon točke *M* nastupa iscrpljenost materijala, uzorak se produljuje uz smanjenje sile sve do točke *L*. U točki *L* nastupa raskid uzorka.

Zbog toga što plastični materijali prije raskida daju veću deformaciju nego krhki, i rad koji treba obaviti na raskid plastičnih materijala puno je veći nego kod krhkih materijala. U plastičnom materijalu se može akumulirati znatno veća energija prije nego što dođe do raskida. Radi toga su plastični materijali znatno otporniji na udarno opterećenje.

Trebamo odrediti dinamičko naprezanje u štapovima sistema (sl.2) pri padu tereta Q=100 N s visine h = 0,1 m. Zadano je $A_1 = A_2$ = 0,2 cm^2, A_3 = 0,25 cm^2 , $l_1 = l_2$ = 2 m, l_3=1,2 m, $E_1 = E_2 = 10^5$ MPa i $E_3 = 2 \cdot 10^5$ MPa.



2.

Dinamičko naprezanje u štapovima je prikazano izrazom (13):

$$\sigma_{din} = k_d \, \sigma_{st}$$

gdje je:

$$\sigma_{st_{(3)}} = \frac{Q}{A_3} = \frac{100}{0{,}25 \cdot 10^{-4}} = 4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st_{(1)}} = \sigma_{st_{(2)}} = \frac{Q}{2\, A_1 \cos 30°} = \frac{100}{2 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}865} = 2{,}9 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st} = \delta_{st_3} = \delta_{st_{1-2}} = \frac{Q l_3}{E_3 A_3} = \frac{Q l_1}{2 E_1 A_1 cos^2 30°} =$$

$$= \frac{100 \cdot 1{,}2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-4}} + \frac{100 \cdot 2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}75} = 9{,}07 \cdot 10^{-5} \text{ m.}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0{,}1}{9{,}07 \cdot 10^{-5}}} = 48.$$

Dinamičko naprezanje u štapovima iznosi:

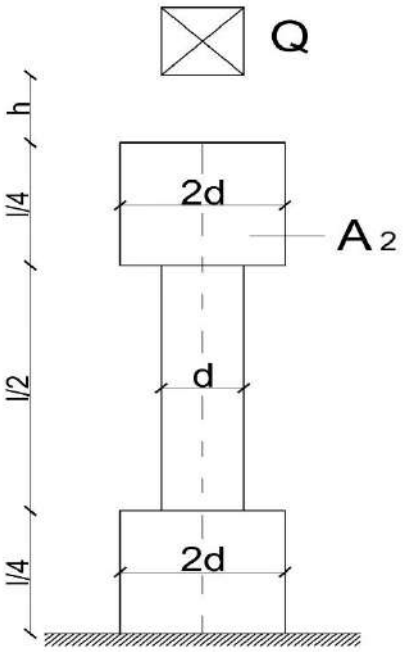
$$\sigma_{din_{(3)}} = k_d \ \sigma_{st_{(3)}} = 48 \cdot 4 = 192 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{din_{(1)}} = \sigma_{din_{(2)}} = k_d \ \sigma_{st_{(1)}} = 48 \cdot 2{,}9 = 139{,}2 \text{ MPa}.$$

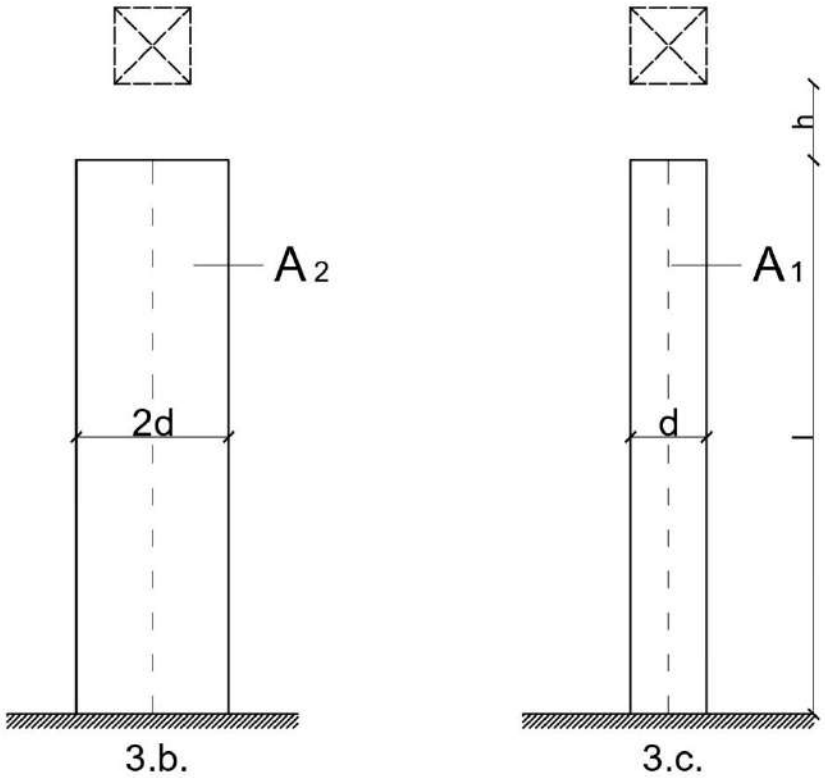
U štapovima prikazanim na slici 3. moramo usporediti maksimalna dinamička naprezanja. Ona nastaju pri slobodnome padu tereta Q s visine h.

Maksimalna dinamička naprezanja u štapovima određujemo jednadžbom (13):

$$\sigma_{din\ max} = k_d \ \sigma_{st\ max} = k_d \frac{Q}{A_{min}}, \qquad \text{(a)}$$



3.a.



gdje je k_d dan izrazom (11):

$$k_d = \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}} \tag{b}$$

i:

$$\delta_{st} = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q\, l_i}{E_i A_i}\,, \tag{c}$$

a *n* prikazuje broj prizmatičnih dijelova štapa konstantnog presjeka.

Za sastavljeni štap (sl. 3.a.) jest:

$$\delta_{st(a)} = \frac{Q}{E}\left(\frac{1}{2A_2} + \frac{1}{2A_1}\right) = \frac{Q\, l}{2\, E}\left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_1}\right).$$

Budući da je

$$A_2 = \frac{(2d)^2\, \pi}{4} = 4\, \frac{d^2\, \pi}{4} = 4\, A_1\,,$$

Dobijemo:

$$\delta_{st(a)} = \frac{5}{8}\, \frac{Q\, l}{E\, A_1}\,. \tag{d}$$

Za štap promjera 2*d* koji ima konstantni presjek (sl. 3.b.):

$$\delta_{st(b)} = \frac{Q\,l}{E\,A_2} = \frac{Q\,l}{4\,E\,A_1}\,. \tag{e}$$

Za štap promjera *d* koji ima konstantni presjek (sl. 3.c.):

$$\delta_{st(c)} = \frac{Q\,l}{E\,A_1}\,. \tag{f}$$

Ako se radi o velikoj visini *h* i maloj statičkoj deformaciji δ_{st} u jednadžbi (11) mogu se zanemariti jedinice u odnosu na drugi član ispod korijena, tako da približni izraz za dinamički koeficijent možemo napisati kao:

$$k_d \approx \sqrt{\frac{2h}{\delta_{st}}} \tag{g}$$

Primjenom posljednjeg izraza dobivamo:

$$\begin{aligned} k_{d(a)} &= \sqrt{\frac{8\,E\,A_1\,2\,h}{5\,Q\,l}} = \sqrt{\frac{16\,h\,E\,A_1}{5\,Q\,l}} = \sqrt{\frac{16}{5}}\sqrt{\frac{h\,E\,A_1}{Q\,l}} \\ k_{d(b)} &= \sqrt{\frac{4\,E\,A_1\,2\,h}{Q\,l}} = \sqrt{\frac{8\,h\,E\,A_1}{Q\,l}} = \sqrt{8}\sqrt{\frac{h\,E\,A_1}{Q\,l}} \\ k_{d(c)} &= \sqrt{\frac{E\,A_1\,2\,h}{Q\,l}} = \sqrt{\frac{2\,h\,E\,A_1}{Q\,l}} = \sqrt{2}\sqrt{\frac{h\,E\,A_1}{Q\,l}}\,. \end{aligned} \tag{h}$$

Odnosi dinamičkih koeficijenata za dane slučajeve:

$$k_{d(a)} : k_{d(b)} : k_{d(c)} = \sqrt{0{,}4} : 1 : \sqrt{0{,}25} \tag{i}$$

ili:

$$k_{d(a)} : k_{d(b)} : k_{d(c)} = 0{,}63 : 1 : 0{,}5. \tag{j}$$

Iznosi maksimalnih dinamičkih naprezanja u štapovima su:

$$\begin{aligned} \sigma_{din(a)} &= k_{d(a)}\,\sigma_{st(a)} = k_{d(a)}\,\frac{Q}{A_1} = k_{d(a)}\,\frac{4\,Q}{A_2} \\ \sigma_{din(b)} &= k_{d(b)}\,\sigma_{st(b)} = k_{d(b)}\,\frac{Q}{A_2} \\ \sigma_{din(c)} &= k_{d(c)}\,\sigma_{st(c)} = k_{d(c)}\,\frac{Q}{A_1} = k_{d(c)}\,\frac{4\,Q}{A_2}\,. \end{aligned} \tag{k}$$

Primjenom izraza (j) dobivamo željeni iznos:

$$\sigma_{din(a)} : \sigma_{din(b)} : \sigma_{din(c)} = 2{,}52 : 1 : 2. \tag{l}$$

Vidimo da se u sastavljenome štapu (sl. 3.a.) javlja najveći iznos naprezanja, a najmanji u štapu koji ima konstantni maksimalni presjek (sl. 3.b.), dok u štapu minimalnog presjeka (sl. 3.c.) naprezanje poprima određenu međuvrijednost.

Najveći iznos nominalnog naprezanja (bez utjecaja koncentracije naprezanja) u sastavljenom štapu (sl. 3.a.) u presjeku je s najmanjom površinom (srednji dio štapa) i ovisi o deformaciji cijelog štapa, a ne samo o njegovom središnjem dijelu. U ovoj situaciji dinamičko naprezanje smanjujemo tako da povećamo poprečni presjek na središnjem dijelu štapa (povećamo volumen štapa) ili smanjimo površinu poprečnog presjeka na krajnjim dijelovima štapa (smanjujemo volumen štapa), to dovodi do podatljivosti cijeloga štapa, a time i do smanjenja maksimalnog dinamičkog naprezanja na dijelu štapa koji je najslabiji.

Povećanje presjeka u jednom dijelu štapa uslijed statičkog opterećenja ne uzrokuje promjenu naprezanja presjeka drugog dijela štapa, dok ih povećava uslijed dinamičkog opterećenja. Lokalnim smanjenjem površine presjeka na maloj duljini štapa naglo se povećavaju dinamička naprezanja.

Povećanje podatljivosti štapa je osnovni način za smanjenje dinamičkih naprezanja, a postiže se uvećanjem duljine štapa, korištenjem materijala malih modula elastičnosti i ujednačavanjem površine poprečnog presjeka po čitavom štapu s najmanjom površinom poprečnog presjeka da bi dobili štap koji ima konstantnu površinu poprečnog presjeka po cijeloj svojoj duljini.

Naprezanja i progibi nosača pri udarnom opterećenju:

Pretpostavlja se da je masa tereta puno veća od mase nosača, tako da se u proračunu masa nosača zanemaruje. Dalje se pretpostavlja da naprezanja nosača nisu veća od granice proporcionalnosti te da nema gubitka energije kada dođe do sudara(zanemaruju se teret, lokalne deformacije od dodirnih površina nosača i otpori sredine gibanju). Nakon sudara tereta Q s nosačem, teret Q se nastavlja gibati zajedno s nosačem. Radi sve većeg otpora nosača brzina tereta Q se smanjuje dok ne bude jednaka nuli. U tom trenutku progib nosača f_{din} i naprezanje u nosaču σ_{din} imaju najveću vrijednost.

f_{st} je maksimalni statički progib zbog statičkog djelovanja tereta Q

$$f_{st} = \frac{Q \cdot l^2}{48 \cdot E \cdot I_y}$$

Dinamički koeficijent k_d :

$$k_d = 1 + \sqrt{\frac{v^2}{g \cdot f_{st}}}$$

RAČUNSKI ZADATAK:

Zadatak prikazuje dvije krovne konstrukcije koje se nalaze u gorskom dijelu Republike Hrvatske i čija razlika u visinama iznosi 2 metra. Niži krov je rešetkasta konstrukcija.

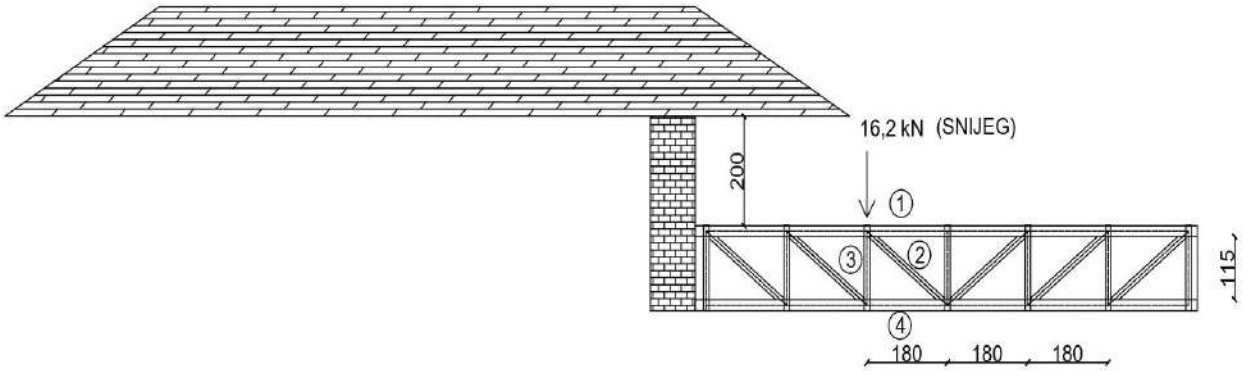
Snijeg pada sa višeg krova na niži, te ga opterećuje u čvoru. Potrebno je izračunati statička i dinamička aksijalna naprezanja u štapovima ako je djelovanje snijega u čvoru 16,2 kN.

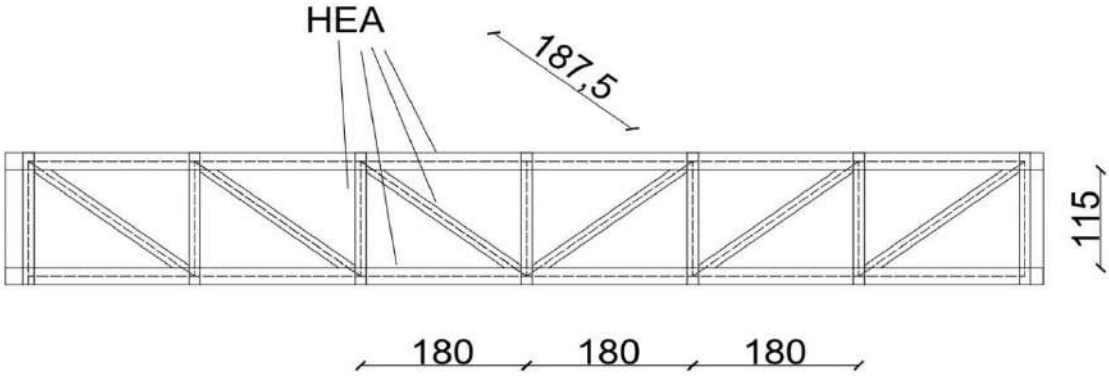
Prvo se u programu LinPro izračunaju normalna naprezanja i progibi za rešetku, zatim se pomoću raznih matematičkih izraza iz teorijskog dijela završnog rada dobiju statička i dinamička naprezanja u štapoivima 1,2,3 i 4.

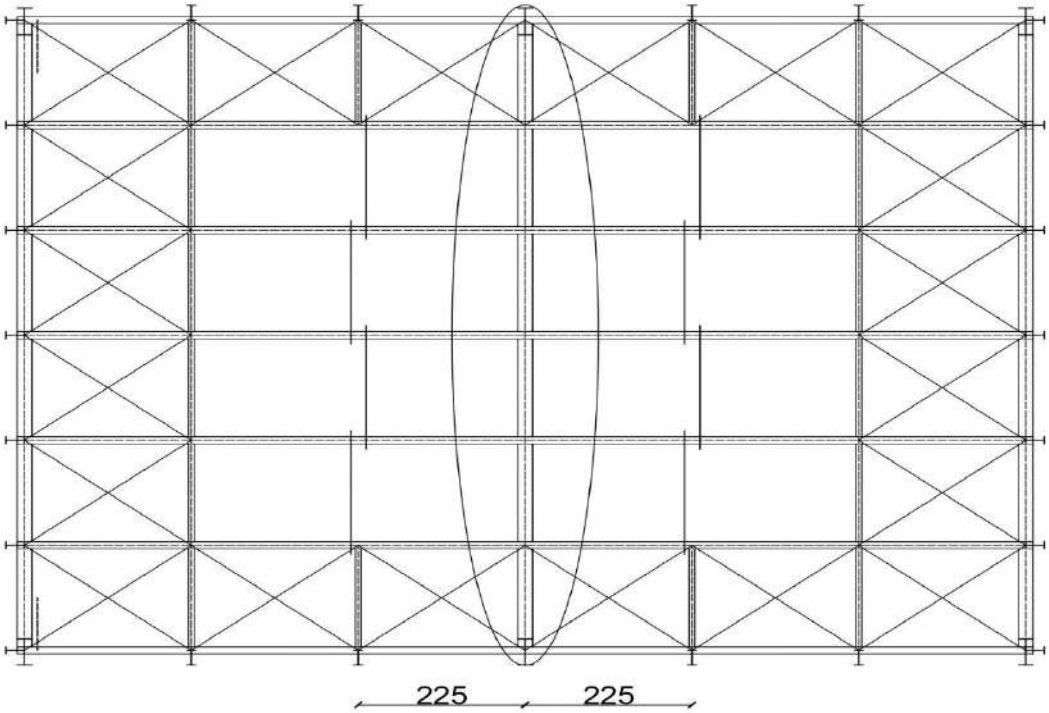
Za potrebe zadatka preuzeto je opterećenje snijegom za snježna područja prema EUROCODU

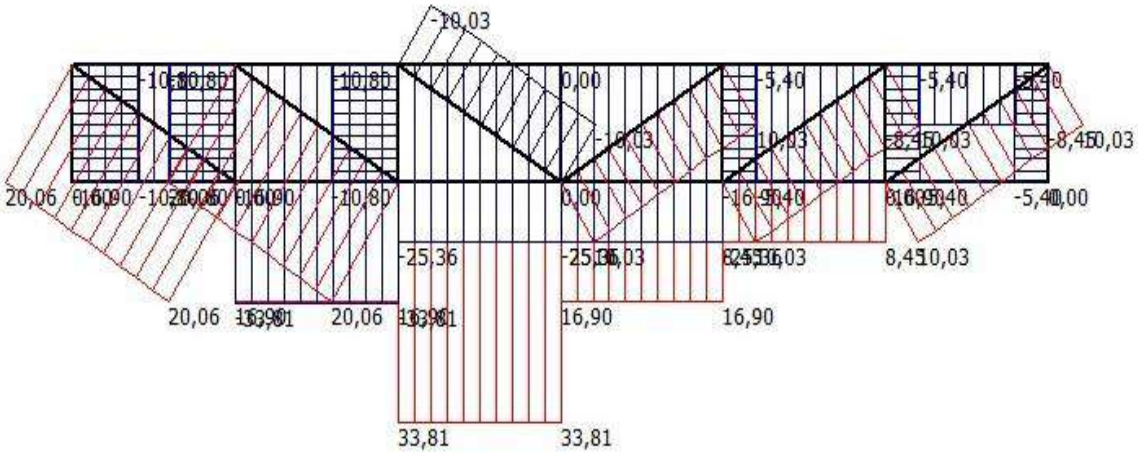
koje iznosi 4 kN/m^2. Objekt se nalazi u Delnicama na nadmorskoj visini od 800 metara.

F= 0,4 N/cm^2 x 180 cm x 225 cm = 16200 N = 16,2 kN

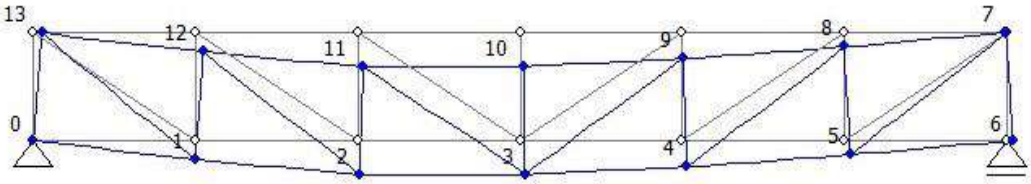








Dijagram normalnih naprezanja u rešetci



Tablica progiba za poprečni presjek A_1= 159 cm^2

Displacements | Reactions | {u} and {f} on member ends | {u} and {f} along member

Node	x	y	fi	Node rotation
2	0,000009	-0,000224	-0,000054	0,00
3	0,000028	-0,000224	0,000000	0,00
4	0,000038	-0,000174	0,000028	0,00
5	0,000043	-0,000095	0,000044	0,00
6	0,000043	0,000000	0,000053	0,00
7	-0,000009	-0,000002	0,000045	0,00
8	-0,000004	-0,000096	0,000040	0,00
9	0,000006	-0,000176	0,000028	0,00
10	0,000020	-0,000224	0,000007	0,00
11	0,000034	-0,000228	-0,000021	0,00

Tablica progiba za poprečni presjek A_2= 178 cm^2

Displacements | Reactions | {u} and {f} on member ends | {u} and {f} along member

Node	x	y	fi	Node rotation
2	0,000008	-0,000199	-0,000048	0,00
3	0,000025	-0,000199	0,000000	0,00
4	0,000034	-0,000155	0,000025	0,00
5	0,000038	-0,000084	0,000039	0,00
6	0,000038	0,000000	0,000047	0,00
7	-0,000008	-0,000002	0,000040	0,00
8	-0,000003	-0,000086	0,000036	0,00
9	0,000005	-0,000157	0,000025	0,00
10	0,000018	-0,000199	0,000007	0,00
11	0,000030	-0,000202	-0,000019	0,00

Tablica progiba za poprečni presjek A_3= 197,5 cm^2

Displacements | Reactions | {u} and {f} on member ends | {u} and {f} along member

Node	x	y	fi	Node rotation
2	0,000008	-0,000179	-0,000043	0,00
3	0,000023	-0,000179	0,000000	0,00
4	0,000030	-0,000139	0,000022	0,00
5	0,000034	-0,000075	0,000035	0,00
6	0,000034	0,000000	0,000042	0,00
7	-0,000007	-0,000002	0,000036	0,00
8	-0,000003	-0,000077	0,000032	0,00
9	0,000005	-0,000141	0,000022	0,00
10	0,000016	-0,000179	0,000006	0,00
11	0,000027	-0,000182	-0,000017	0,00

Tablica progiba za poprečni presjek A_4= 211,8 cm^2

Displacements | Reactions | {u} and {f} on member ends | {u} and {f} along member

Node	x	y	fi	Node rotation
2	0,000007	-0,000166	-0,000040	0,00
3	0,000021	-0,000167	0,000000	0,00
4	0,000028	-0,000129	0,000021	0,00
5	0,000032	-0,000070	0,000033	0,00
6	0,000032	0,000000	0,000039	0,00
7	-0,000006	-0,000001	0,000033	0,00
8	-0,000003	-0,000072	0,000030	0,00
9	0,000004	-0,000131	0,000021	0,00
10	0,000015	-0,000167	0,000006	0,00
11	0,000025	-0,000169	-0,000016	0,00

Tablica progiba za poprečni presjek A_5= 226,5 cm^2

Displacements | Reactions | {u} and {f} on member ends | {u} and {f} along member

Node	x	y	fi	Node rotation
2	0,000007	-0,000155	-0,000037	0,00
3	0,000020	-0,000155	0,000000	0,00
4	0,000026	-0,000121	0,000019	0,00
5	0,000030	-0,000066	0,000031	0,00
6	0,000030	0,000000	0,000036	0,00
7	-0,000006	-0,000001	0,000031	0,00
8	-0,000003	-0,000067	0,000028	0,00
9	0,000004	-0,000122	0,000019	0,00
10	0,000014	-0,000155	0,000005	0,00
11	0,000024	-0,000158	-0,000015	0,00

$\boldsymbol{A_1}$ **= 159** $\boldsymbol{cm^2}$

$\boldsymbol{Q = 25,36 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_1}$ **= 1,8 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000228**

$$\sigma_{st_{(1)}} = \frac{Q}{A_1} = \frac{25,36 \cdot 10^3}{159 \cdot 10^{-4}} = 1,59 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_1} = \frac{Q \cdot l_1}{E \cdot A_1} = \frac{25,36 \cdot 10^3 \cdot 1,8}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 159 \cdot 10^{-4}} = 1,36 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Brzina pri padu s visine od 2 metra:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 6,26 \text{ m/s}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6,26^2}{9,81 \cdot 0,000228}} = 133,37$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(1)}} = k_d\ \sigma_{st_{(1)}} = 133,37 \cdot 1,59 = 212,06 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 10,03 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_2}$ **= 1,875 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000228**

$$\sigma_{st_{(2)}} = \frac{Q}{A_1} = \frac{10,03 \cdot 10^3}{159 \cdot 10^{-4}} = 0,63 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_2} = \frac{Q \cdot l_2}{E \cdot A_1} = \frac{10,03 \cdot 10^3 \cdot 1,875}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 159 \cdot 10^{-4}} = 5,63 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6,26^2}{9,81 \cdot 0,000228}} = 133,37$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(2)}} = k_d\ \sigma_{st_{(2)}} = 133,37 \cdot 0,63 = 84,02 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 10,8 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_2}$ **= 1,15 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000228**

$$\sigma_{st_{(3)}} = \frac{Q}{A_1} = \frac{10,8 \cdot 10^3}{159 \cdot 10^{-4}} = 0,68 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_3} = \frac{Q \cdot l_3}{E \cdot A_1} = \frac{10,8 \cdot 10^3 \cdot 1,15}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 159 \cdot 10^{-4}} = 3,72 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6,26^2}{9,81 \cdot 0,000228}} = 133,37$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(3)}} = k_d\ \sigma_{st_{(3)}} = 133,37 \cdot 0,68 = 90,69 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 33,81 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_2}$ **= 1,8 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000224**

$$\sigma_{st_{(4)}} = \frac{Q}{A_1} = \frac{33,81 \cdot 10^3}{159 \cdot 10^{-4}} = 2,13 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_4} = \frac{Q \cdot l_4}{E \cdot A_1} = \frac{33,81 \cdot 10^3 \cdot 1,8}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 159 \cdot 10^{-4}} = 1,82 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6,26^2}{9,81 \cdot 0,000224}} = 134,5$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(4)}} = k_d\ \sigma_{st_{(4)}} = 134,5 \cdot 2,13 = 286,5 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{A_2}$ **= 178** $\boldsymbol{cm^2}$

$\boldsymbol{Q = 25,36 \cdot 10^3}$ $\boldsymbol{N}$

$\boldsymbol{l_1}$ **= 1,8 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000202**

$$\sigma_{st_{(1)}} = \frac{Q}{A_2} = \frac{25,36 \cdot 10^3}{178 \cdot 10^{-4}} = 1,42 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_1} = \frac{Q \cdot l_1}{E \cdot A_2} = \frac{25,36 \cdot 10^3 \cdot 1,8}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 178 \cdot 10^{-4}} = 1,22 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Brzina pri padu s visine od 2 metra:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 6,26 \text{ m/s}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6,26^2}{9,81 \cdot 0,000202}} = 141,63$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(1)}} = k_d \, \sigma_{st_{(1)}} = 141,63 \cdot 1,42 = 201,11 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 10,03 \cdot 10^3}$ $\boldsymbol{N}$

$\boldsymbol{l_2}$ **= 1,875 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000202**

$$\sigma_{st_2} = \frac{Q}{A_2} = \frac{10,03 \cdot 10^3}{178 \cdot 10^{-4}} = 0,56 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_2} = \frac{Q \cdot l_2}{E \cdot A_2} = \frac{10,03 \cdot 10^3 \cdot 1,875}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 178 \cdot 10^{-4}} = 5,03 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6,26^2}{9,81 \cdot 0,000202}} = 141,63$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(2)}} = k_d \, \sigma_{st_{(2)}} = 141,63 \cdot 0,56 = 79,31 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 10,8 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_3}$ **= 1,15 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000202**

$$\sigma_{st_3} = \frac{Q}{A_2} = \frac{10,8 \cdot 10^3}{178 \cdot 10^{-4}} = 0,61 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_3} = \frac{Q \cdot l_3}{E \cdot A_2} = \frac{10,8 \cdot 10^3 \cdot 1,15}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 178 \cdot 10^{-4}} = 3,32 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6,26^2}{9,81 \cdot 0,000202}} = 141,63$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(3)}} = k_d\ \sigma_{st_{(3)}} = 141,63 \cdot 0,61 = 86,39 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 33,81 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_3}$ **= 1,8 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000199**

$$\sigma_{st_4} = \frac{Q}{A_2} = \frac{33,81 \cdot 10^3}{178 \cdot 10^{-4}} = 1,9 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_4} = \frac{Q \cdot l_4}{E \cdot A_2} = \frac{33,81 \cdot 10^3 \cdot 1,8}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 178 \cdot 10^{-4}} = 1,63 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6,26^2}{9,81 \cdot 0,000199}} = 142,69$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(4)}} = k_d\ \sigma_{st_{(4)}} = 142,69 \cdot 1,9 = 271,1 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{A_3}$ **= 197,5** $\boldsymbol{cm^2}$

$\boldsymbol{Q = 25,36 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_1}$ **= 1,8 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000182**

$$\sigma_{st_{(1)}} = \frac{Q}{A_3} = \frac{25{,}36 \cdot 10^3}{197{,}5 \cdot 10^{-4}} = 1{,}28 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_1} = \frac{Q \cdot l_1}{E \cdot A_3} = \frac{25{,}36 \cdot 10^3 \cdot 1{,}8}{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 197{,}5 \cdot 10^{-4}} = 1{,}1 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Brzina pri padu s visine od 2 metra:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 6{,}26 \text{ m/s}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6{,}26^2}{9{,}81 \cdot 0{,}000182}} = 149{,}15$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(1)}} = k_d\ \sigma_{st_{(1)}} = 149{,}15 \cdot 1{,}28 = 190{,}91 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 10,03 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_2}$ **= 1,875 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000182**

$$\sigma_{st_{(2)}} = \frac{Q}{A_3} = \frac{10{,}03 \cdot 10^3}{197{,}5 \cdot 10^{-4}} = 0{,}51 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_2} = \frac{Q \cdot l_2}{E \cdot A_3} = \frac{10{,}03 \cdot 10^3 \cdot 1{,}875}{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 197{,}5 \cdot 10^{-4}} = 4{,}53 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6{,}26^2}{9{,}81 \cdot 0{,}000182}} = 149{,}15$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(1)}} = k_d\ \sigma_{st_{(1)}} = 149{,}15 \cdot 0{,}51 = 76{,}1 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 10,8 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_3}$ **= 1,15 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000182**

$$\sigma_{st_{(3)}} = \frac{Q}{A_3} = \frac{10,8 \cdot 10^3}{197,5 \cdot 10^{-4}} = 0,55 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_3} = \frac{Q \cdot l_3}{E \cdot A_3} = \frac{10,8 \cdot 10^3 \cdot 1,15}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 197,5 \cdot 10^{-4}} = 2,99 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6,26^2}{9,81 \cdot 0,000182}} = 149,15$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(3)}} = k_d\ \sigma_{st_{(3)}} = 149,15 \cdot 0,55 = 82,03 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 33,81 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_4}$ **= 1,8 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000179**

$$\sigma_{st_{(4)}} = \frac{Q}{A_3} = \frac{33,81 \cdot 10^3}{197,5 \cdot 10^{-4}} = 1,71 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_4} = \frac{Q \cdot l_4}{E \cdot A_3} = \frac{33,81 \cdot 10^3 \cdot 1,8}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 197,5 \cdot 10^{-4}} = 1,46 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6,26^2}{9,81 \cdot 0,000179}} = 150,4$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(4)}} = k_d\ \sigma_{st_{(4)}} = 150,4 \cdot 1,71 = 257,18 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{A_4}$ **= 211,8** $\boldsymbol{cm^2}$

$\boldsymbol{Q = 25,36 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_1}$ **= 1,8 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000169**

$$\sigma_{st_{(1)}} = \frac{Q}{A_4} = \frac{25{,}36 \cdot 10^3}{211{,}8 \cdot 10^{-4}} = 1{,}2 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_1} = \frac{Q \cdot l_1}{E \cdot A_4} = \frac{25{,}36 \cdot 10^3 \cdot 1{,}8}{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 211{,}8 \cdot 10^{-4}} = 1{,}03 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Brzina pri padu s visine od 2 metra:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 6{,}26 \text{ m/s}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6{,}26^2}{9{,}81 \cdot 0{,}000169}} = 154{,}75$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(1)}} = k_d\ \sigma_{st_{(1)}} = 154{,}75 \cdot 1{,}2 = 185{,}7 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 10,03 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_2}$ **= 1,875 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000169**

$$\sigma_{st_{(2)}} = \frac{Q}{A_4} = \frac{10{,}03 \cdot 10^3}{211{,}8 \cdot 10^{-4}} = 0{,}47 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_2} = \frac{Q \cdot l_2}{E \cdot A_4} = \frac{10{,}03 \cdot 10^3 \cdot 1{,}875}{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 211{,}8 \cdot 10^{-4}} = 4{,}22 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6{,}26^2}{9{,}81 \cdot 0{,}000169}} = 154{,}75$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(2)}} = k_d\ \sigma_{st_{(2)}} = 154{,}75 \cdot 0{,}47 = 72{,}73 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 10,8 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_4}$ **= 1,15 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000169**

$$\sigma_{st_{(3)}} = \frac{Q}{A_4} = \frac{10,8 \cdot 10^3}{211,8 \cdot 10^{-4}} = 0,51 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_3} = \frac{Q \cdot l_4}{E \cdot A_4} = \frac{10,8 \cdot 10^3 \ \cdot 1,15}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 211,8 \cdot 10^{-4}} = 2,79 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6,26^2}{9,81 \cdot 0,000169}} = 154,75$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(3)}} = k_d\ \sigma_{st_{(3)}} = 154,75 \cdot 0,51 = 78,92 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 33,81 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_3}$ **= 1,8 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000166**

$$\sigma_{st_{(4)}} = \frac{Q}{A_4} = \frac{33,81 \cdot 10^3}{211,8 \cdot 10^{-4}} = 1,6 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_4} = \frac{Q \cdot l_4}{E \cdot A_4} = \frac{33,81 \cdot 10^3 \ \cdot 1,8}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 211,8 \cdot 10^{-4}} = 1,37 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6,26^2}{9,81 \cdot 0,000166}} = 156,13$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(4)}} = k_d\ \sigma_{st_{(4)}} = 156,13 \cdot 1,6 = 249,81 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{A_5}$ **= 226,5** $\boldsymbol{cm^2}$

$\boldsymbol{Q = 25,36 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_1}$ **= 1,8 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000158**

$$\sigma_{st_{(1)}} = \frac{Q}{A_5} = \frac{25{,}36 \cdot 10^3}{226{,}5 \cdot 10^{-4}} = 1{,}12 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_1} = \frac{Q \cdot l_1}{E \cdot A_5} = \frac{25{,}36 \cdot 10^3 \cdot 1{,}8}{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 226{,}5 \cdot 10^{-4}} = 9{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Brzina pri padu s visine od 2 metra:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 6{,}26 \text{ m/s}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6{,}26^2}{9{,}81 \cdot 0{,}000158}} = 160$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(1)}} = k_d\ \sigma_{st_{(1)}} = 160 \cdot 1{,}12 = 179{,}2 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 10,03 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_2}$ **= 1,875 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000158**

$$\sigma_{st_{(2)}} = \frac{Q}{A_5} = \frac{10{,}03 \cdot 10^3}{226{,}5 \cdot 10^{-4}} = 0{,}44 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_2} = \frac{Q \cdot l_2}{E \cdot A_5} = \frac{10{,}03 \cdot 10^3 \cdot 1{,}875}{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 226{,}5 \cdot 10^{-4}} = 3{,}95 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6{,}26^2}{9{,}81 \cdot 0{,}000158}} = 160$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(2)}} = k_d\ \sigma_{st_{(2)}} = 160 \cdot 0{,}44 = 70{,}4 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 10,8 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_3}$ **= 1,15 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000158**

$$\sigma_{st_{(3)}} = \frac{Q}{A_5} = \frac{10,8 \cdot 10^3}{226,5 \cdot 10^{-4}} = 0,48 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_3} = \frac{Q \cdot l_3}{E \cdot A_5} = \frac{10,8 \cdot 10^3 \ \cdot 1,15}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 226,5 \cdot 10^{-4}} = 2,61 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6,26^2}{9,81 \cdot 0,000158}} = 160$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

$$\sigma_{din_{(3)}} = k_d\ \sigma_{st_{(3)}} = 160 \cdot 0,48 = 76,8 \text{ MPa}$$

$\boldsymbol{Q = 33,81 \cdot 10^3\ N}$

$\boldsymbol{l_4}$ **= 1,8 m**

$\boldsymbol{f_{st}}$ **= 0,000155**

$$\sigma_{st_{(4)}} = \frac{Q}{A_5} = \frac{33,81 \cdot 10^3}{226,5 \cdot 10^{-4}} = 1,49 \text{ MPa}$$

$$\delta_{st_4} = \frac{Q \cdot l_4}{E \cdot A_5} = \frac{33,81 \cdot 10^3 \ \cdot 1,8}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 226,5 \cdot 10^{-4}} = 1,27 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

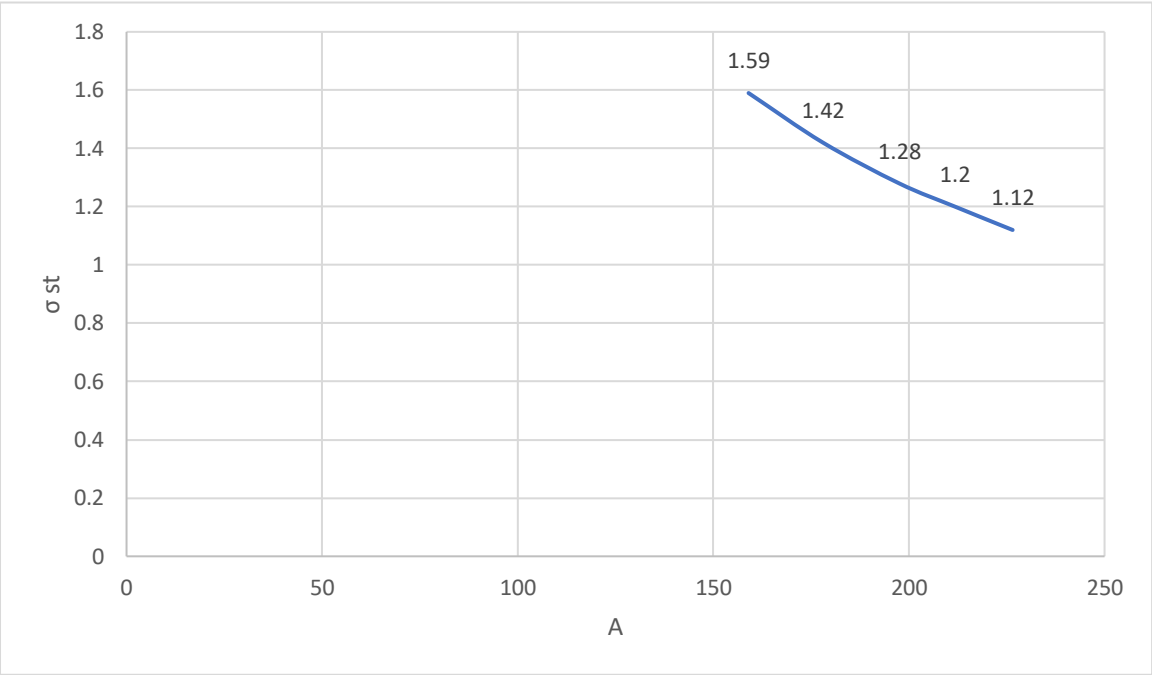
Dinamički koeficijent iznosi:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{6,26^2}{9,81 \cdot 0,000155}} = 161,54$$

Dinamičko naprezanje u štapu iznosi:

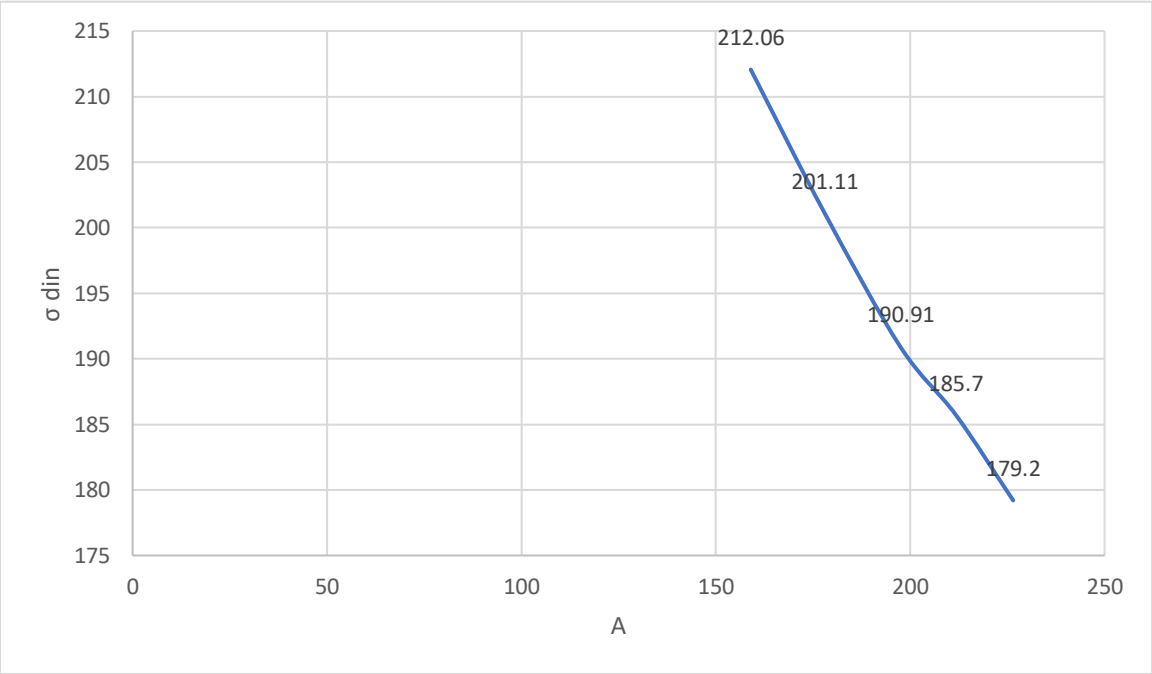
$$\sigma_{din_{(4)}} = k_d\ \sigma_{st_{(4)}} = 161,54 \cdot 1,49 = 240,69 \text{ MPa}$$

Štap br.1



Graf statičkih naprezanja za štap 1

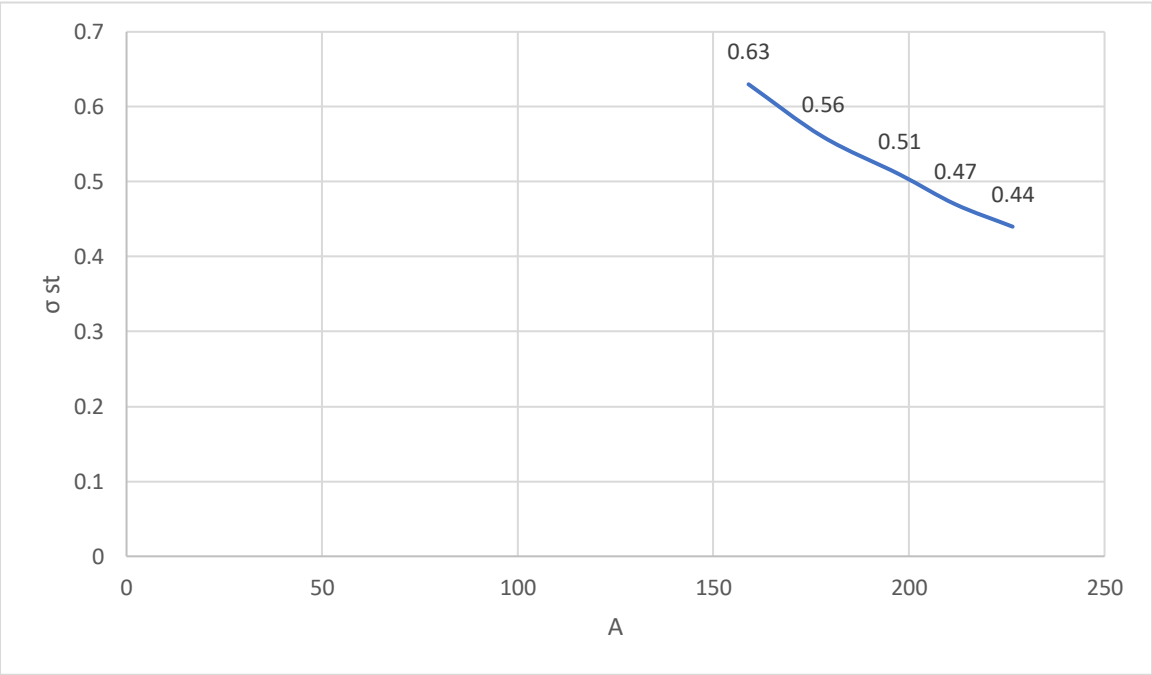
σ_{st} (MPa)	1,59	1,42	1,28	1,2	1,12
A (cm^2)	159	178	197,5	211,8	226,5



Graf dinamičkih naprezanja za štap 1

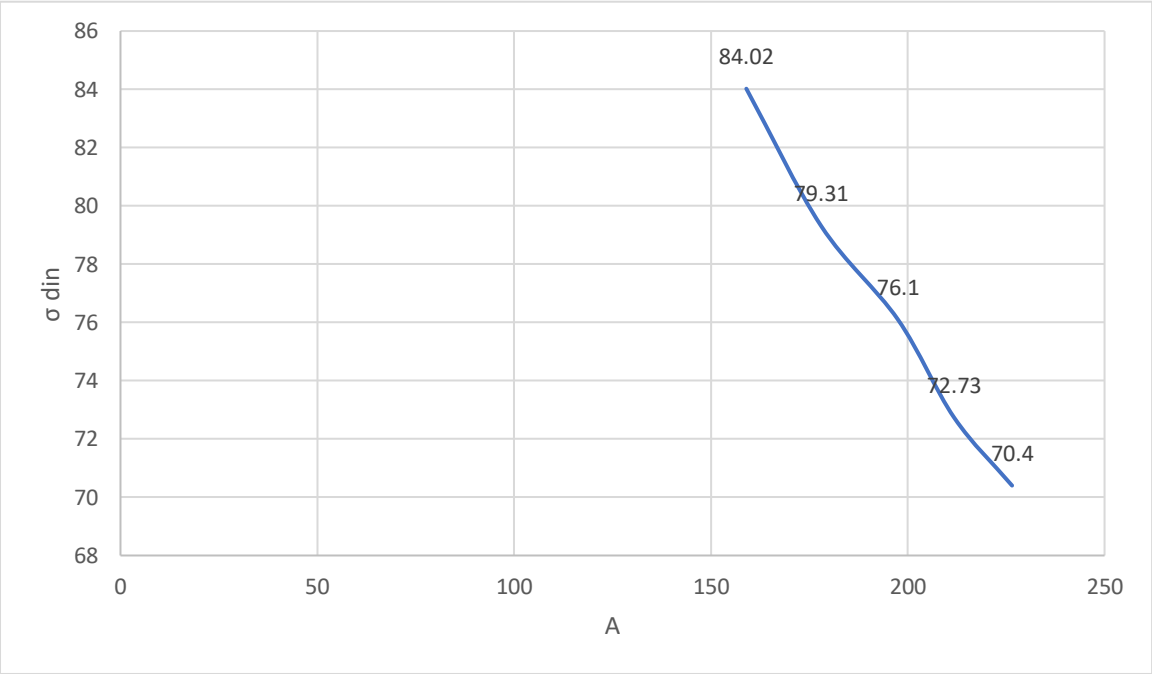
σ_{st} (MPa)	212,06	201,11	190,91	185,7	179,2
A (cm^2)	159	178	197,5	211,8	226,5

Štap br.2



Graf statičkih naprezanja za štap 2

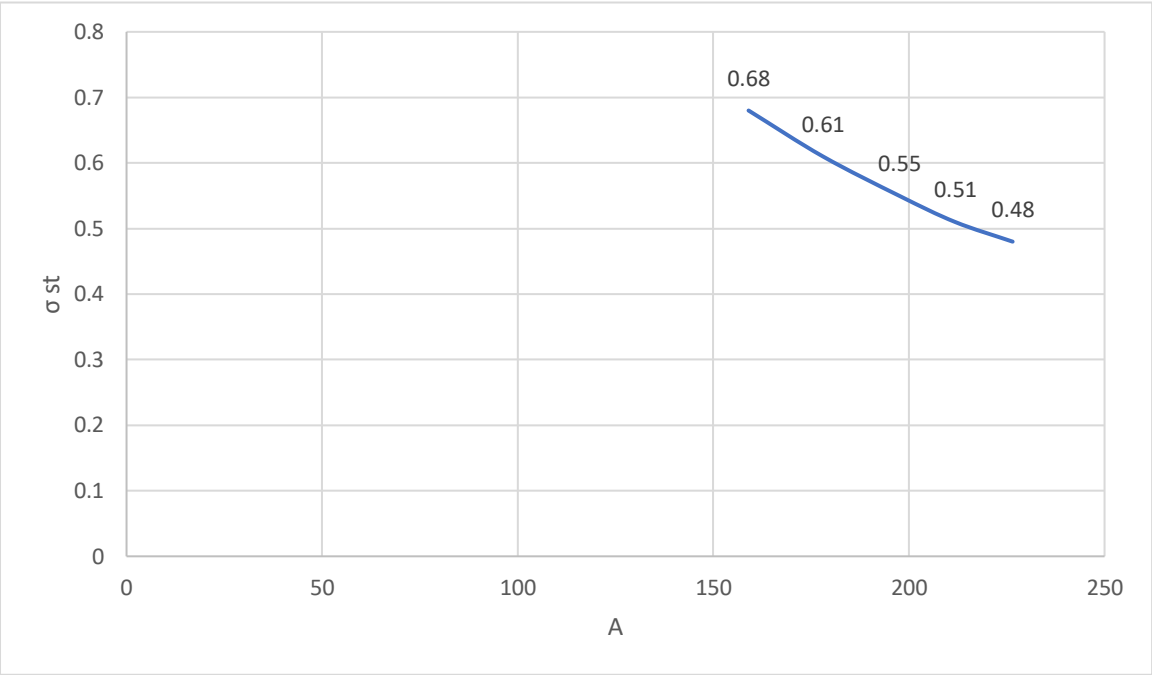
σ_{st} (MPa)	0,63	0,56	0,51	0,47	0,44
A (cm^2)	159	178	197,5	211,8	226,5



Graf dinamičkih naprezanja za štap 2

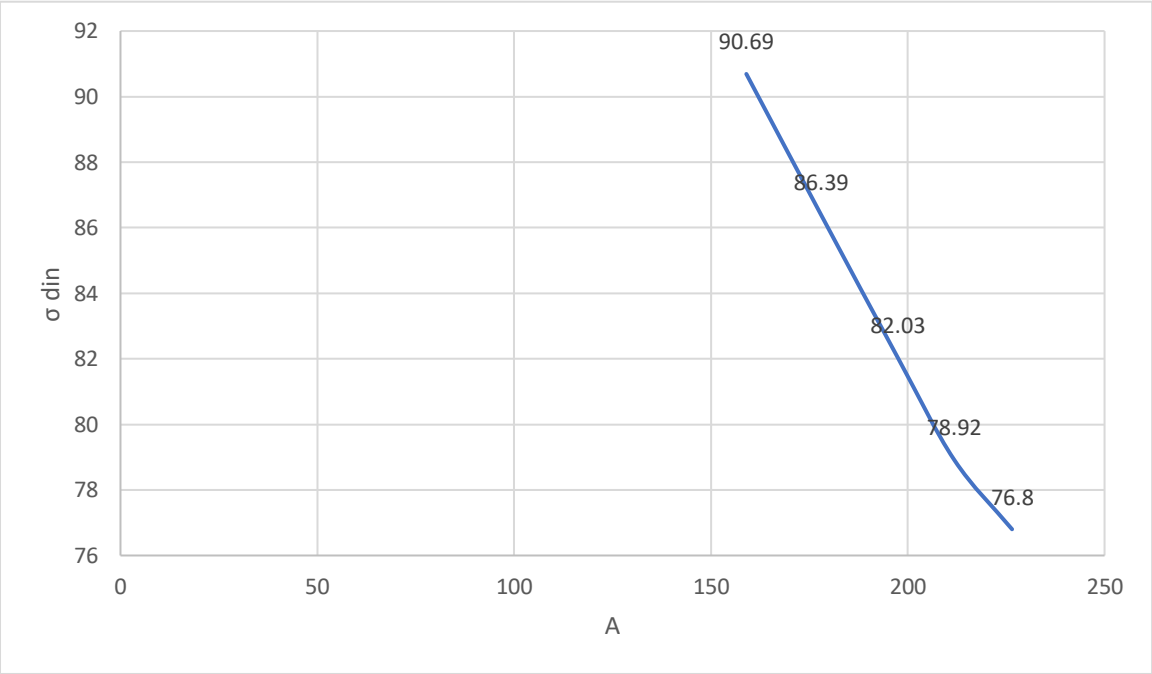
σ_{st} (MPa)	84,02	79,31	76,1	72,73	70,4
A (cm^2)	159	178	197,5	211,8	226,5

Štap br.3



Graf statičkih naprezanja za štap 3

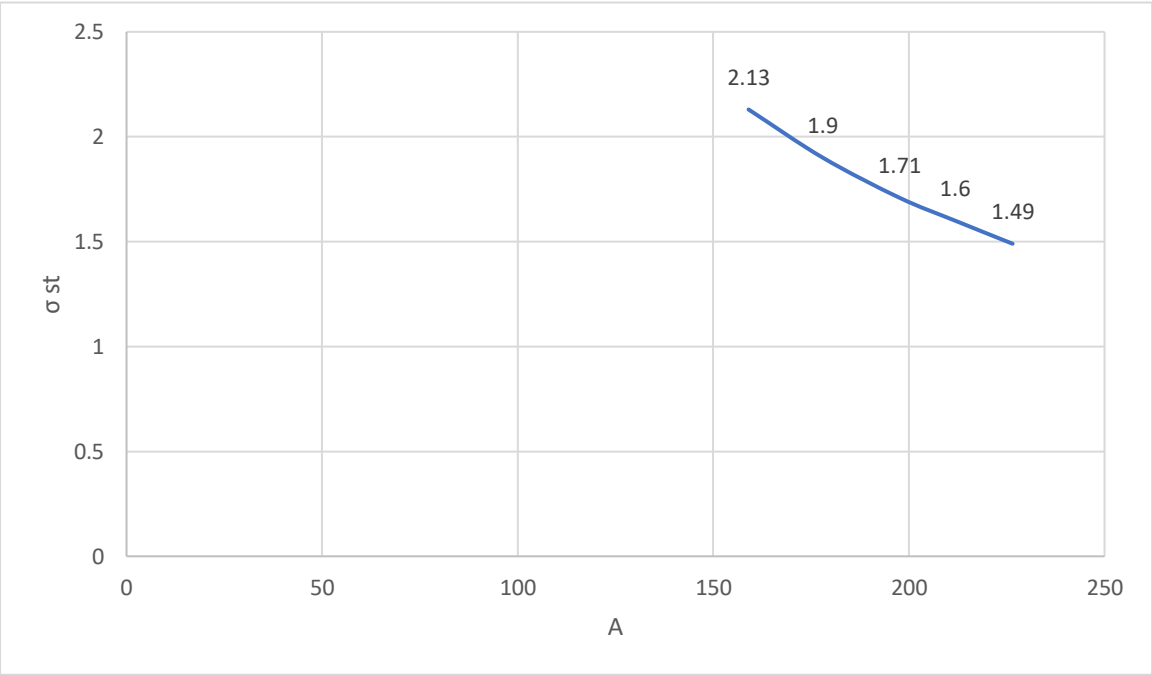
σ_{st} (MPa)	0,68	0,61	0,55	0,51	0,48
A (cm^2)	159	178	197,5	211,8	226,5



Graf dinamičkih naprezanja za štap 3

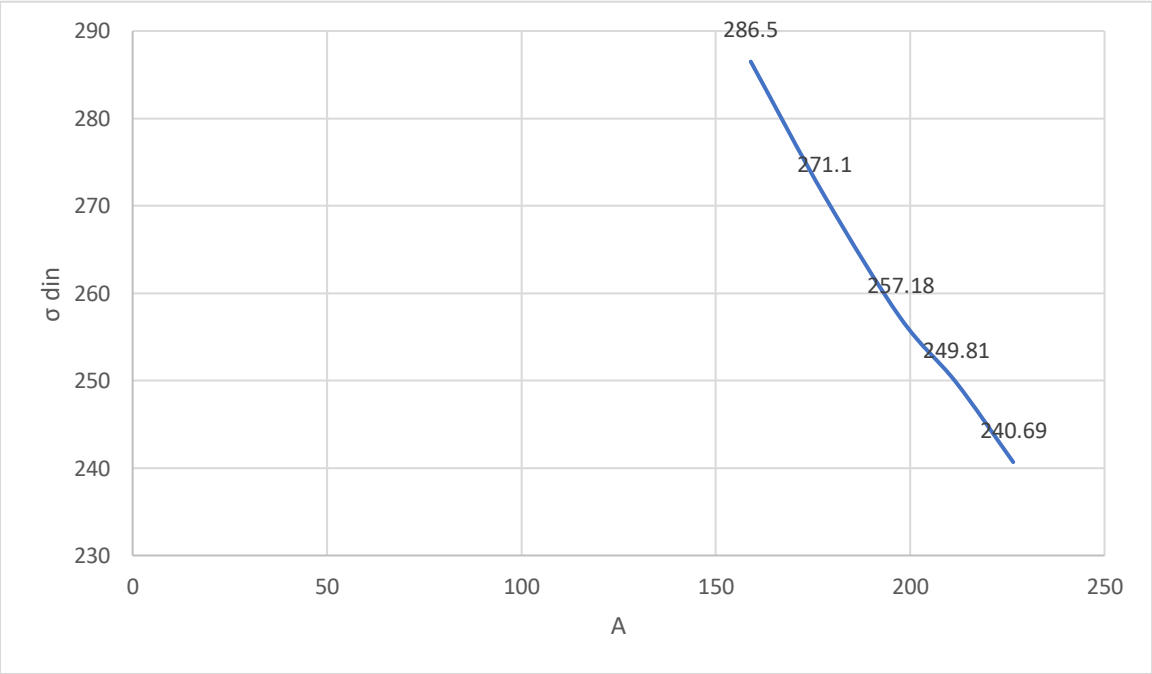
σ_{st} (MPa)	90,69	86,39	82,03	78,92	76,8
A (cm^2)	159	178	197,5	211,8	226,5

Štap br.4



Graf statičkih naprezanja za štap 4

σ_{st} (MPa)	2,13	1,9	1,71	1,6	1,49
A (cm^2)	159	178	197,5	211,8	226,5



Graf dinamičkih naprezanja za štap 4

σ_{st} (MPa)	286,5	271,1	257,18	249,81	240,69
A (cm^2)	159	178	197,5	211,8	226,5

ZAKLJUČAK:

Završni rad opisuje kako različiti parametri štapa utječu na njegovo aksijalno udarno opterećenje i produljenje. Definicije i matematičke formule iz teorijskog dijela rada daju mogućnost promatranja aksijalnih naprezanja u realnim uvjetima.

Kroz zadatak se može uočiti da promjena površine poprečnog presjeka štapa značajno utječe na njegova statička i dinamička aksijalna naprezanja. Povećanjem površine poprečnog presjeka dolazi do smanjenja naprezanja. Dinamička aksijalna naprezanja su puno veća u odnosu na statička. Povećanje dinamičkog naprezanja u odnosu na statičko ogleda se u dinamičkom koeficijentu. Na koeficijent utječe visina pada tereta i statički progib elementa.

Usporedbom teorijski postavljenih izraza i numerički riješenih zadataka može se zaključiti da su teorijske metode određivanja aksijalnih opterećenja štapova relativno točne i pouzdane. Mogu se primjenjivati u praktičnim situacijama uz vrlo mala odstupanja.

LITERATURA:

[1] V. Šimić: Otpornost materijala I, Školska knjiga d.d., Zagreb, 1992.

[2] HRN EN 1991-1-3:2012/NA