

# Probabilistička ocjena robusnosti konstrukcija

---

Čizmar, Dean; Rajčić, Vlatka; Henning Kirkegaard, Poul; Dalsgaard Sorensen, John

Source / Izvornik: **Građevinar, 2011, 63, 431 - 439**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:784592>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-10-07**

Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)



# Probabilistička ocjena robusnosti konstrukcija

Dean Čizmar, Vlatka Rajčić, Poul Henning Kirkegaard, John Dalsgaard Sorensen

## Ključne riječi

robusnost konstrukcije, definicije, matematički modeli, deterministički proračun, probabilistički proračun, indeks robusnosti

## Key words

structural robustness, definitions, mathematical models, deterministic analysis, probabilistic analysis, robustness index

## Mots clés

: robustesse structurelle, définitions, modèles mathématiques, analyse déterministe, analyse probabiliste, indice de robustesse

## Ключевые слова

компактность конструкции, дефиниции, математические модели, детерминистский расчет, пробабилистический расчет, индекс компактности

## Schlüsselworte

Robustheit der Konstruktion, Definitionen, mathematische Modelle, deterministische Berechnung, probabilistische Berechnung, Robustheitsindex

D. Čizmar, V. Rajčić, P.H. Kirkegaard, J. D. Sorensen

Izvorni znanstveni rad

## Probabilistička ocjena robusnosti konstrukcija

Pregledno se navode različite definicije robusnosti konstrukcije i zahtjevi za robusnost prema konstrukcijskim Eurokodovima. Razmatraju se različiti matematički modeli - deterministički, probabilistički i modeli na osnovi teorije rizika, kojima se pokušava kvantificirati robusnost konstrukcije. Predlaže se nova definicija indeksa robusnosti na osnovi inženjerstva pouzdanosti. Obraden je numerički primjer postupka ocjene robusnosti upotrebom predložene probalističke definicije.

D. Čizmar, V. Rajčić, P.H. Kirkegaard, J. D. Sorensen

Original scientific paper

## Probabilistic analysis of structural robustness

Various definitions of structural robustness, and robustness requirements based on structural Eurocodes, are logically presented. Various mathematical models that are used for quantifying structural robustness, i.e. deterministic and probabilistic ones, and risk theory based models, are analyzed. A new definition of the robustness index, as based on reliability engineering, is proposed. A numerical example of the procedure for estimating robustness is analyzed in accordance with the proposed probabilistic definition.

D. Čizmar, V. Rajčić, P.H. Kirkegaard, J. D. Sorensen

Ouvrage scientifique original

## Analyse probabiliste de robustesse structurelle

Plusieurs définitions de la robustesse structurelle, et les exigences de robustesse basées sur Eurocodes structurelles, sont présentées de manière logique. Plusieurs modèles mathématiques utilisés pour quantifier la robustesse structurelle, notamment les modèles déterministes et probabilistes, et les modèles s'appuyant sur la théorie du risque, sont analysés. Une nouvelle définition d'indice de robustesse, basée sur l'ingénierie de fiabilité, est proposée. L'exemple numérique de la procédure utilisée pour estimer la robustesse est analysé sur la base de la définition probabiliste proposée.

Д. Чизмар, В. Райчич, П. Х. Киркегаард, Й. Д. Соренсен

Оригинальная научная работа

## Пробабилитическая оценка компактности конструкций

Приведен обзор различных дефиниций компактности конструкций и требований к компактности в соответствии с конструкционными Еврокодами. Рассматриваются различные математические модели - детерминистская, пробабилистическая и модели на основе теории риска, посредством которых производится попытка квантифицировать компактность конструкции. Предлагается новая дефиниция индекса компактности на основе инженерной надежности. Приведен цифровой пример процедуры оценки компактности с применением предложенной пробабилистической дефиниции.

D. Čizmar, V. Rajčić, P.H. Kirkegaard, J. D. Sorensen

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

## Probabilistische Bewertung der Robustheit von Konstruktionen

Übersichtlich sind verschiedene Definitionen der Robustheit von Konstruktionen angeführt, sowie die Forderungen für Robustheit nach Konstruktionseurokoden. Man betrachtet verschiedene mathematische Modelle - deterministische, probabilistische und Modelle begründet auf der Theorie des Risikos, mit denen man versucht die Robustheit der Konstruktion zu quantifizieren. Vorgeschlagen ist eine neue Definition des Robustheitsindex auf Grund der Zuverlässigkeit im Ingenieurwesen. Bearbeitet ist ein numerisches Beispiel des Bewertungsverfahrens der Robustheit mit Anwendung der vorgeschlagenen probabilistischen Definition.

Autori: **Dean Čizmar**, dipl. ing. građ.; prof. dr. sc. **Vlatka Rajčić**, dipl. ing. građ., Sveučilište u Zagrebu Građevinski fakultet; prof. dr. sc. **Poul Henning Kirkegaard**, dipl. ing. građ.; prof. dr. sc. **John Dalsgaard Sorensen**, dipl. ing. građ., Aalborg University, Danska

## 1 Uvod

Progresivno rušenje nosive konstrukcije definira se kao djelomično ili potpuno oštećenje konstrukcije ili konstrukcijskog elementa zbog iznimnog djelovanja (događaja) [7]. Progresivno je otkazivanje uvijek karakterizirano nerazmjerom između početnog djelovanja i utjecaja toga djelovanja na konstrukciju [7], [8], [11]. U prošlosti su modeli djelovanja i otpornosti konstrukcija bili nepouzdana i nedovoljno istraženi te su, redovito, konstrukcije imale "dodatnu" otpornost koja je bila dovoljna da se preuzmu iznimna djelovanja i spriječi progresivno otkazivanje. No, zbog "konstrukcijske revolucije" (upotreba računala, kompleksni modeli djelovanja i otpornosti, materijali visokih svojstava, suvremeni konstrukcijski sustavi i načini gradnje) otpornost konstrukcije je optimizirana s obzirom na proračunska opterećenja, ne uzimajući u obzir iznimna opterećenja [7], [11]. Godine 1968. nakon progresivnog rušenja dijela zgrade Ronan Point Apartment Building (slika 1.) pojam robusnosti konstrukcije spominje se prvi put [16]. Nakon napada na Svjetski trgovinski centar (WTC) (slika 2.) robusnost konstrukcija postaje središte interesa mnogih istraživača, ponajprije zbog strahovitih posljedica napada.



Slika 1. Urušavanje zgrade Ronan Point

Zanimljivo je da čak i moderne konstrukcije proračunavane prema eurokodu, kao npr. Arena Siemens izvedena 2001. (slika 3.), nisu „imune“ na ove probleme. U slučaju Arene Siemens dolazi do otkazivanja dvaju glavnih nosača već 2003. Zbog navedenih konstrukcija, ali i mnoštva drugih koje su u potpunosti ili djelomično ot-

kazale, analize robusnosti konstrukcije postaju vrlo aktualne.



Slika 2. Napad na Svjetski trgovinski centar

Zanimljivo je da čak i moderne konstrukcije proračunavane prema eurokodu, kao npr. Arena Siemens izvedena 2001. (slika 3.), nisu „imune“ na ove probleme. U slučaju Arene Siemens dolazi do otkazivanja dvaju glavnih nosača već 2003. Zbog navedenih konstrukcija, ali i mnoštva drugih koje su u potpunosti ili djelomično otkazale, analize robusnosti konstrukcije postaju vrlo aktualne.



Slika 3. Arena Siemens, 2003. godine

## 2 Definicije robusnosti konstrukcije

Pojam robusnosti je prema [15] „*spособnost ispunjavanja određene funkcije pod različitim i promjenjivim uvjetima*“. U [12] se definira pojam robusnosti kao „*svojstvo sustava koje mu omogućava da preživi nepredvidive ili neobične događaje*“. Prema europskim normama [3,5] robusna konstrukcija jest konstrukcija kod koje *su posljedice otkazivanja konstrukcije proporcionalne djelovanju koje je izazvalo otkazivanje*. Metode koje se rabe ovise o razredima pouzdanosti odnosno razredu posljedica konstrukcija.

Proteklih desetljeća mnogi su znanstvenici pokušali matematički definirati robusnost, ali još uvijek ne postoji jedinstvena i prihvaćena definicija. Matematički se modeli za proračun robusnosti mogu podijeliti na determinističke, probabilističke i modele na osnovi teorije rizika.

### 2.1 Deterministička definicija

prema [18] robusnost  $R_s$  definira se kao:

$$R_s = \min_j \frac{\det \mathbf{K}_j}{\det \mathbf{K}_0} \quad (1)$$

gdje je  $\mathbf{K}_j$  matrica krutosti oštećene konstrukcije (konstrukcije nakon uklanjanja elementa  $j$ ), a  $\mathbf{K}_0$  matrica krutosti neoštećene konstrukcije. Autori priznaju da zasada ovaj pristup nije uspješan no prednost je jednostavnost. Isti autori predlažu energijsku mjeru robusnosti te mjeru robusnosti pomoću progresivnih oštećenja.

Energijska mjera robusnosti definira se kao:

$$R_s = 1 - \max_j \frac{E_{r,j}}{E_{s,k}} \quad (2)$$

gdje je  $E_{r,j}$  energija oslobođena pri početnom otkazivanju konstrukcijskog elementa  $j$  i raspoloživa za oštećenje sljedećeg elementa  $k$ , a  $E_{s,k}$  je energija potrebna za otkazivanje sljedećeg konstrukcijskog elementa.

Mjera robusnosti pomoću progresivnih oštećenja definira se kao:

$$R_d = 1 - \frac{p}{p_{\text{lim}}} \quad (3)$$

gdje je  $p$  maksimalno oštećenje uzrokovano inicijalnim oštećenjem  $i_{\text{lim}}$ , a  $p_{\text{lim}}$  je prihvatljivo napredovanje oštećenja.

### 2.2 Probabilističke definicije

U [8] definira se koncept progresivnog kolapsa (rušenja) konstrukcije  $P(F)$  kao:

$$P(F) = P(F|DH) \cdot P(D|H) \cdot P(H) \quad (4)$$

gdje se vjerojatnost rušenja proračunava kao umnožak vjerojatnosti pojave iznimnog djelovanja  $P(H)$ , vjerojatnosti pojave oštećenja poradi tog djelovanja ( $P(D|H)$ ) te vjerojatnosti rušenja konstrukcije  $P(F|DH)$ . Pojam iznimnog djelovanja odnosi se na iznimna opterećenja ili učinke djelovanja. Iznimna se opterećenja mogu grupirati na tlačna (eksplozije, utjecaj jakih vjetrova), udarna (sudar vozila, aviona, projektila ili eventualno objekata

koji mogu udariti u konstrukciju tijekom gradnje odnosno uklanjanja), deformacijska (omekšanje čelika tijekom požara). Ova djelovanja imaju iznimno kratkotrajan karakter ako ih usporedimo s ostalim proračunskim djelovanjima. Općenito, ova su djelovanja promjenjiva u vremenu te mogu biti i statička i dinamička. Ranih devedesetih godina Frangopol i Curley [9] predlažu probabilističku mjeru indeksa suvišnosti  $RI$  koji je definiran pomoću vjerojatnosti otkazivanja oštećenog ( $P_{f(\text{dmg})}$ ) i neoštećenog ( $P_{f(\text{sys})}$ ) konstrukcijskog sustava kao:

$$RI = \frac{P_{f(\text{dmg})} - P_{f(\text{sys})}}{P_{f(\text{sys})}} \quad (5)$$

Isti autori predlažu indeks suvišnosti ( $\beta_R$ ) kao omjer indeksa pouzdanosti oštećenog ( $\beta_{\text{damaged}}$ ) i neoštećenog sustava ( $\beta_{\text{intact}}$ ). Pojam robusnosti povezan je s indeksom suvišnosti jer će redovito statički neodređeni sustavi imati veću robusnost od statički određenih

$$\beta_R = \frac{\beta_{\text{intact}}}{\beta_{\text{intact}} - \beta_{\text{damaged}}} \quad (6)$$

Lind [14] predlaže mjeru robusnosti konstrukcijskog sustava pomoću indeksa oštjetljivosti ( $V$ ):

$$V = \frac{P(r_d, S)}{P(r_o, S)} \quad (7)$$

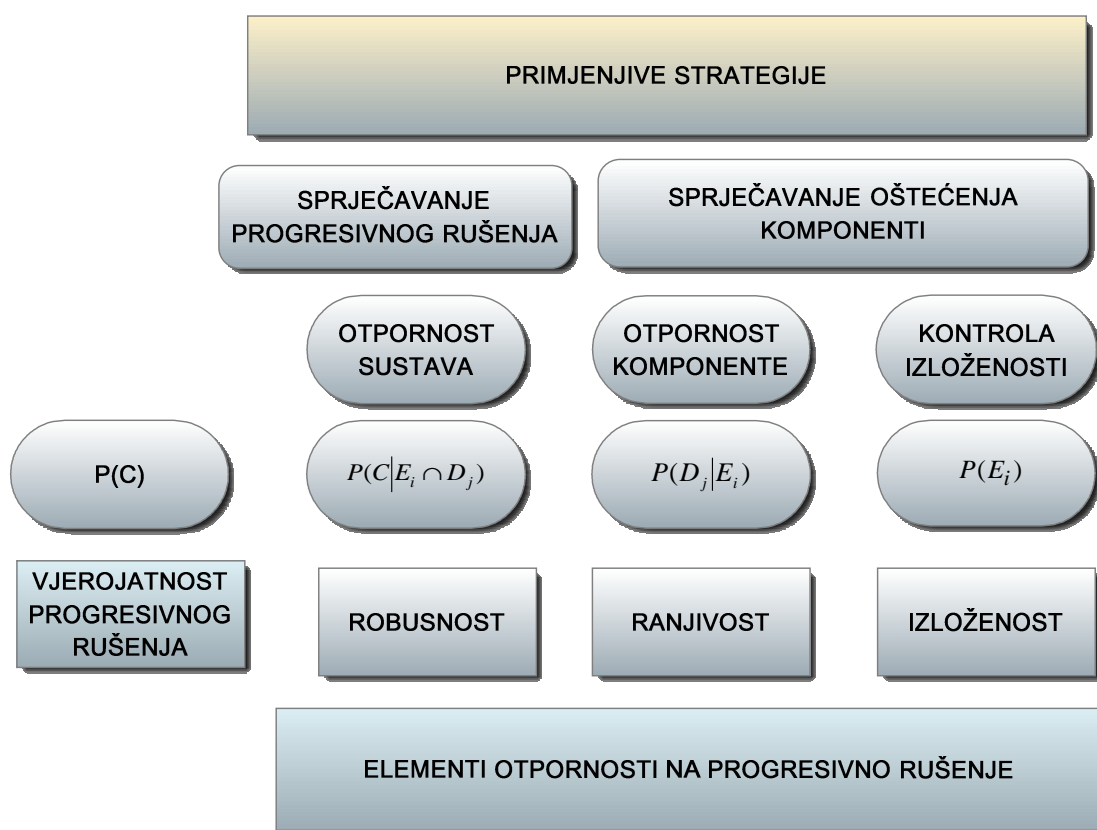
gdje su u omjer postavljene vjerojatnosti rušenja sustava kao funkcije otpornosti i djelovanja neoštećene ( $P(r_o, S)$ ) odnosno oštećene konstrukcije ( $P(r_d, S)$ ).

U [17] je predstavljen okvir za proračun robusnosti prema probabilističkoj formulaciji. Pretpostavimo da je došlo do oštećenja konstrukcije  $D_j$  zbog  $i$  različitih izloženosti. Ako se svaka od ovih izloženosti predstavi događajem  $E_i$  i pripadajućom vjerojatnošću njegove pojave  $P(E_i)$ , tada se ukupna vjerojatnost rušenja može napisati kao:

$$P(C) = \sum_i \sum_j P(C|E_i \cap D_j) \cdot P(D_j|E_i) \cdot P(E_i) \quad (8)$$

gdje je  $P(D_j|E_i)$  uvjetna vjerojatnost oštećenja  $j$  zbog događaja  $E_i$  (odnosno iznimnog djelovanja) a  $P(C|E_i \cap D_j)$  je vjerojatnost rušenja uz uvjet da je došlo do oštećenja  $j$  zbog izloženosti  $i$ .

Na slici 4. grafički je prikazana vjerojatnost progresivnog rušenja te pripadajuće vjerojatnosti iz jednadžbe 8. Progresivno rušenje ovisi o trima različitim veličinama: izloženosti, oštjetljivosti i robusnosti. Oštjetljivost i izloženost se odnose na ponašanje komponente, dok je ro-



Slika 4. Robusnost i progresivno rušenje

busnost isključivo svojstvo sustava. Na slici su također prikazane i primjenljive strategije za povećanje otpornosti pojedinih veličina odnosno za smanjenje vjerojatnosti pojave progresivnog rušenja.

Iz definicije (jednadžba 8. i slika 4.) proizlaze i strategije povećanja robusnosti:

- spriječiti pojavu iznimnog djelovanja ili smanjiti vjerojatnost  $P(E_i)$  njegova nastupanja (kontrola izloženosti)
- spriječiti pojavu oštećenja kao rezultat pojave iznimnog djelovanja odnosno smanjiti vjerojatnost  $P(D_j|E_i)$  (smanjenje oštetljivosti)
- spriječiti progresivno širenje oštećenja u konstrukcijskom sustavu, odnosno smanjiti jednu ili više vjerojatnosti  $P(C|E_i \cap D_j)$  (povećanje robusnosti)

Treba napomenuti da se pojam iznimnog djelovanja može i generalizirati, odnosno da vjerojatnost  $P(E)$  ne mora nužno biti vezana uz djelovanja nego se može raditi i o nesavršenostima materijala, greškama u izvedbi, neadekvatnoj uporabi građevine itd. Autori također definiraju pojam “ključnog elementa” kao konstrukcijski element ili dio konstrukcije koji je iznimno bitan za nosivost, odnosno element ili dio konstrukcije nakon čijeg otkazivanja može

doći do otkazivanja cjelokupne konstrukcije. Za oštećenja ključnih elemenata vrijedi  $P(C|E_i \cap D_j) \approx 1$ . Autori osim iznimnih djelovanja definiraju i nenamjerne greške (geometrijske nesavršenosti, pogreška izvedbe itd.)

Mogućnost proračuna robusnosti konstrukcija (s primjerom analize drvene lamelirane konstrukcije u Norveškoj) koja se u načelu oslanja na [17] predlažu u [11]. Robusnost je povezana s nizom mogućih scenarija u kojima djelovanja mogu izazvati oštećenje konstrukcijskog sustava. Robusnost je primarno konstrukcijsko svojstvo i nije ovisna o vjerojatnosti pojave iznimnih djelovanja ili oštećenja. Ovo je prvi rad u kojem se vrlo detaljno daju prijedlozi i mogući načini numeričke provjere robusnosti upotrebom probabilističkog pristupa. Robusna konstrukcija može biti izgrađena prikladnim odabirom materijala, rasporedom konstrukcijskih elemenata i prikladnim odabirom ključnih elemenata. Zahtjevi za stupnjem robusnosti konstrukcije povezani su s posljedicama otkazivanja konstrukcije. Uglavnom je robusnost konstrukcije potrebno provjeriti samo za konstrukcije koje pripadaju razredu CC3 (konstrukcije s velikim posljedicama ako dođe do otkazivanja, prema EN 1990). Ovaj pristup dalje razrađuju autori [6] uzimajući u obzir specifičnosti drvenih konstrukcija.

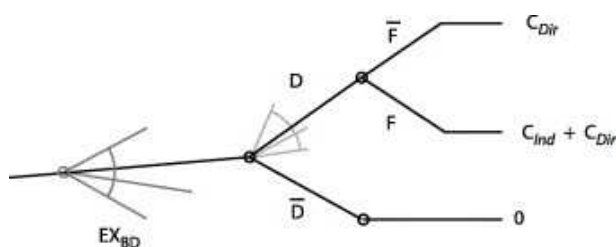
Prema [11] robusnost se mora provjeriti tako da se dokaže sljedeće:

- a) elementi koji su ključni za nosivost imaju malu osjetljivost na iznimna djelovanja
- b) u slučaju djelomičnog oštećenja konstrukcije neće doći do progresivnog rušenja
- c) postoji zadovoljavajuća razina pouzdanosti ključnih elemenata, odnosno pouzdanost sustava neće biti bitno smanjena ako dođe do otkazivanja ključnog elementa.

### 2.3 Definicija na osnovi teorije rizika

Baker, Schubert i Faber [2] predlažu definiciju robusnosti konstrukcije koja se temelji na teoriji rizika. Ovaj pristup dijeli posljedice na izravne, koje su povezane s lokalnim oštećenjem elemenata (konstrukcijskih sastavnica) i koje se može smatrati proporcionalnim s početnim oštećenjem, te indirektno posljedice koje su neovisne o početnom oštećenju. Indeks robusnosti ( $I_{rob}$ ) formuliran je usporedbom rizika povezan s direktnim ( $R_{Dir}$ ) i indirektnim posljedicama ( $R_{Ind}$ ):

$$I_{rob} = \frac{R_{Dir}}{R_{Dir} + R_{Ind}} \quad (9)$$



Slika 5. Određivanje direktnih i indirektnih posljedica

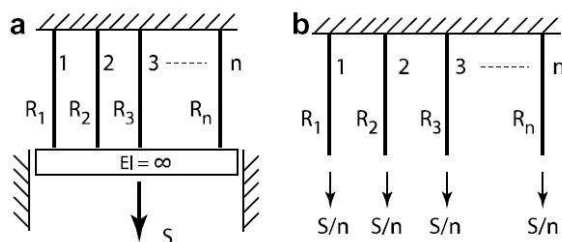
Iz slike 5. može se vidjeti način proračuna robusnosti s pomoću ovog pristupa. Promatramo djelovanje na konstrukciju ( $Ex_{BD}$ ) zbog kojeg ne dolazi do oštećenja ( $D$ ) ili zbog kojeg dolazi do oštećenja ( $D$ ). Ako nije došlo do oštećenja, nema ni direktnih ni indirektnih posljedica, dok se u slučaju ( $D$ ) mogu odrediti direktne i indirektno posljedice ( $C_{Dir}$  odnosno  $C_{ind}$ ). Pomoću integralne formulacije može se proračunati direktan ( $R_{Dir}$ ) odnosno indirektan ( $R_{ind}$ ) rizik:

$$R_{Dir} = \int \int_{Ex D} C_{Dir}(F) \cdot p(D|Ex) \cdot p(Ex) dEx dD \quad (10)$$

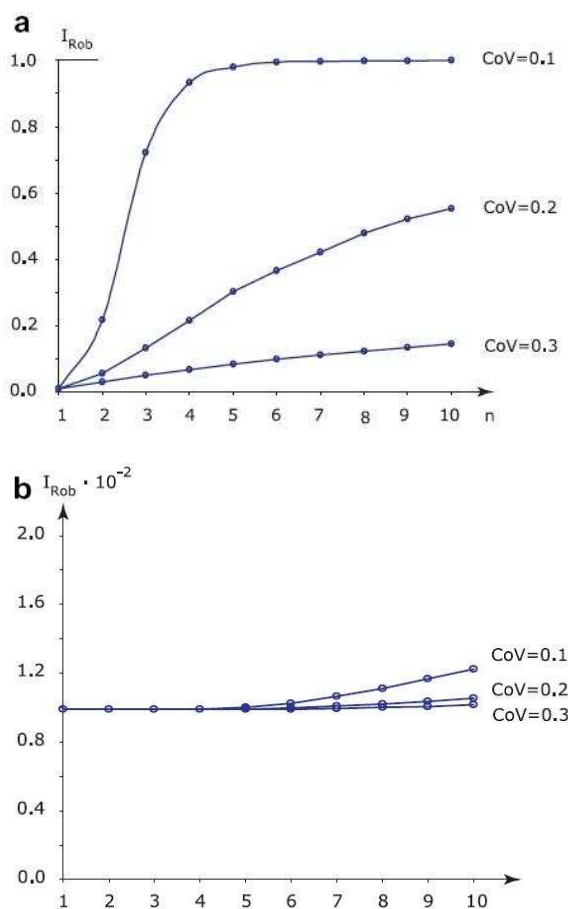
$$R_{Ind} = \int \int_{Ex D} C_{Ind}(F) \cdot p(F|D, Ex) \cdot p(D|Ex) \cdot p(Ex) dEx dD \quad (11)$$

Autori su također razmatrali teorijske modele prikazane na slici 6, te su rabeći opisani pristup proračunali indeks

robusnosti u ovisnosti o varijaciji djelovanja  $S$  te broja elemenata u sustavu). Rezultati proračuna prikazani su na slikama 7.a i 7.b.



Slika 6. Teorijski modeli – a) idealan duktilni sustav, b) idealan krhki model



Slika 7. Indeksi robusnosti teorijskih modela a) idealan duktilni sustav, b) idealan krhki model

### 2.4 Robusnost u normama za projektiranje

Osim u navedenim znanstvenim radovima pojam robusnosti konstrukcije spominje se u nizu norma za proračun konstrukcija no u vrlo neodređenom obliku. U Eurokodu EN 1990 [5] zahtijeva se da konstrukcija bude projektirana tako da oštećenja zbog događaja poput požara, eksplozije, udara ili ljudskih pogrešaka budu proporcional-

na uzroku. U ovom se dokumentu također navode opće mjere za smanjenje oštećenja. Eurokod 1 [3] definira opće strategije i načine za povećanje robusnosti. Metode koje se rabe ovise o razredima važnosti konstrukcija. Ni u jednoj europskoj normi nije moguć direktan proračun robusnosti (odnosno kvantifikacija pomoću indeksa robusnosti) već su samo dana opća pravila i mjere koje bi mogle povećati robusnost konstrukcije. U [10] zahtjev za robusnost je formuliran ovako: *Nivo oštećenja konstrukcije zbog djelovanja kao što su požar, eksplozija ili posljedice ljudske greške ne bi smio biti neproporcionalan događaju koji je izazvao oštećenje.* Za ostvarivanje odgovarajuće razine pouzdanosti razlikuju se dvije osnovne strategije: nekonstrukcijske mjere (prevencija, zaštita ili smanjenje neželjenih djelovanja) i konstrukcijske mjere (projektiranje konstrukcije koja može podnijeti učinkite djelovanja uz što je moguće manje oštećenje).

### 3 Predloženi probabilistički model za procjenu robusnosti

Pregledom stanja područja koje je opisano u drugom poglavlju može se zaključiti da ne postoji jedinstvena i općeprihvaćena definicija robusnosti. U dosadašnjim probabilističkim modelima koji su se rabili za ocjenu robusnosti konstrukcija nisu eksplicitno proračunani indeksi robusnosti. Prijedlog autora ovog rada, prema kojemu se indeks robusnosti definira pomoću vjerojatnosti otkazivanja oštećenog  $P_{f(dmg)}$  i neoštećenog konstrukcijskog sustava  $P_{f(sys)}$ , problematičan je zbog toga što su vjerojatnosti otkazivanja neoštećene konstrukcije reda veličine  $10^{-5}$ , dok se za oštećenu konstrukciju oni kreću od  $10^{-5}$  do minimalno  $1$ . Ako je ovom definicijom proračuna robusnosti indeks robusnosti  $RI$ , može se primijetiti da se vrijednosti ovog indeksa kreću od 0 do  $10^5$ , ovisno o tome radi li se o idealnoj robusnoj konstrukciji ili o idealnoj konstrukciji koja nema svojstvo robusnosti. Navedeni je indeks vrlo teško primijeniti u praksi, odnosno odrediti granice koje bi omogućile kvantifikaciju prema stupnju robusnosti konstrukcija. Prijedlog indeksa suvišnosti koji je definiran kao funkcija indeksa pouzdanosti oštećene i neoštećene konstrukcije također je vrlo problematičan jer za idealno robusne konstrukcije teži k beskonačnosti.

Predloženi se indeks robusnosti definira prema izrazu:

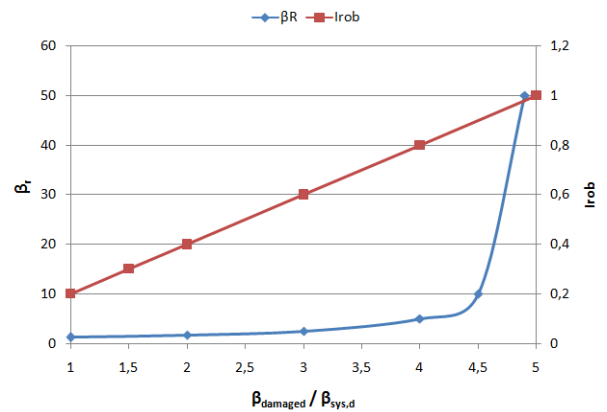
$$I_{rob,k} = \min \left\{ \frac{\beta_{sys,dmg,k}}{\beta_{sys,int}}, 1 \right\} \quad \forall \beta_{sys,dmg,k} \geq 0, \forall \beta_{sys,int} > 0 \quad (12)$$

gdje je  $\beta_{sys,dmg,k}$  pouzdanost oštećenog sustava (pouzdanost nakon otkazivanja komponente  $k$ ), a  $\beta_{sys,int}$  je

pouzdanost neoštećenog sustava. Ako je pouzdanost oštećenog sustava manja od nule, tada vrijedi izraz:

$$I_{rob} = 0 \quad \forall \beta_{sys,dmg,k} < 0, \forall \beta_{sys,int} > 0 \quad (13)$$

Na slici 8. prikazana je usporedba između indeksa suvišnosti ( $\beta_R$ ) i predloženog indeksa robusnosti ( $I_{rob}$ ) kao funkcija indeksa pouzdanosti oštećenog sustava. Indeks pouzdanosti neoštećenog sustava iznosi  $\beta_{sys} = 5,0$ . Iz slike je razvidno da je odnos linearan za predloženi indeks robusnosti.



Slika 8. Usporedba predloženog indeksa ( $I_{rob}$ ) s indeksom suvišnosti

Da bi predloženi indeks robusnosti bio znanstveno utemeljen odnosno da bi se mogao smatrati mjerom robusnosti konstrukcije autori su razmatrali nekoliko uvjeta koje je nužno ostvariti:

- općenitost
- jasnoću
- jednostavnost definicije.

Definicija mora biti općenita i primjenjiva na različite konstrukcije, neovisno o konstrukcijskom sustavu ili materijalu od kojeg je konstrukcija napravljena. Kao drugo, matematička definicija mora biti potpuno jasna i nedvosmislena. Isti ulazni podaci moraju uvijek dati jednaki rezultat. Treći uvjet je vezan uz jednostavnost matematičke definicije. I ovaj je uvjet zadovoljen, ali proračun pouzdanosti konstrukcijskog sustava vrlo je težak problem. U tablici 1. naveden je prijedlog razredbe konstrukcija prema stupnju robusnosti.

Tablica 1. Prijedlog razredbe konstrukcija prema stupnju robusnosti

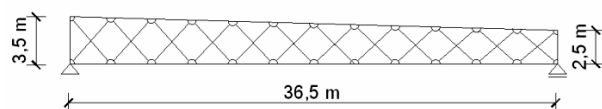
Vrijednost indeksa robusnosti $I_{rob}$	Razredba konstrukcija prema robusnosti
0,00	bez robusnosti
0,01-0,19	mala robusnost
0,20-0,49	srednja robusnost
0,50-0,69	velika robusnost
0,70-0,99	iznimna robusnost
1,00	idealno robusna konstrukcija

#### 4 Primjer ocjene robusnosti pomoću predložene definicije

Primjer metodologije ocjene robusnosti razmatra se za krovnu konstrukciju sportske dvorane u Samoboru. Konstrukcija je ravninski rešetkasti nosač, a izgrađena je 2005. godine. Proračun je napravljen prema Eurokodu 5 [4]. Na osnovi statičkog proračuna određene su sljedeće dimenzije elemenata: gornji pojas 20/52 cm, donji pojas 20/69 cm i dijagonalni elementi 20/24 cm.



Slika 9. Sportska dvorana u Samoboru



Slika 10. Statički sustav krovne konstrukcije sportske dvorane

Probabilistički je model napravljen uz pretpostavku da se sustav sastoji od štapnih elemenata, gdje su elementi ispuhe opterećeni samo vlačnim ili tlačnim silama, a u pojasevima se pojavljuje savijanje i tlačna odnosno vlačna djelovanja. Identifikacija načina na koji može otkazati ova konstrukcija nije jednostavan zadatak ako se uzme u obzir broj elemenata. Na osnovi determinističkog proračuna, razmatranja kinematičke stabilnosti konstrukcije, usvojene su četiri jednadžbe graničnog stanja:

1. Otkazivanje donjeg pojasa zbog vlaka paralelno s vlakancima i savijanja
2. Otkazivanje ispunskih elemenata zbog vlaka paralelno s vlakancima
3. Otkazivanje ispunskih elemenata zbog tlaka paralelno s vlakancima s izvijanjem (N)

4. Otkazivanje gornjeg pojasa zbog tlaka paralelno s vlakancima i savijanja s bočnim izvijanjem (N+M)

Tablica 2. Osnovne probabilističke varijable

Varijabla	Raspodjela	Koeficijent varijacije [%]
Čvrstoća na savijanje	LN	15 %
Modul elastičnosti	LN	13 %
Gustoća	N	10 %

Osnovne su varijable prikazane u tablici 2. na osnovi prijašnjih radova [13]. Za potrebe proračuna stalno djelovanje  $G$  i promjenjivo djelovanje snijegom  $Q_{gk}$  su uzeti u obzir. Za stalno djelovanje je odabrana normalna raspodjela s očekivanjem  $\mu_G = 6,38 \text{ kN/m}^1$  i koeficijentom varijacije  $COV = 0,1$ . Za područje gdje se nalazi konstrukcija, karakteristična vrijednost snježnog opterećenja na tlu iznosi  $S_g = 1,5 \text{ kN/m}^2$ . Na osnovi toga, opterećenje na krovu  $Q_{gk}$  može se odrediti prema:

$$Q_{gk} = S_g \cdot C \quad (14)$$

gdje je  $C$  koeficijent oblika krova (modeliran kao deterministička varijabla), a  $S_g$  opterećenje na tlu. Prema postojećim podacima za područje oko Zagreba koeficijent varijacije za opterećenje snijegom iznosi  $COV = 0,58$ . Na temelju ovih podataka a prema [1] može se proračunati očekivana vrijednost opterećenja snijegom na krovu. Veličine  $f_c$ ,  $f_m$  i  $f_t$  (otpornost na tlak okomito na vlakanca, čvrstoća na savijanje i vlačna čvrstoća) proračunane su na osnovi tih vrijednosti prema [13]. U tablici 3. prikazuju se sve probabilističke varijable koje su

Tablica 3. Oznaka, opis, raspodjela, srednja vrijednost i koeficijent varijacije osnovnih varijabli (čvrstoće u MPa, dimenzije elemenata u mm, opterećenja u kN/m)

Oznaka	Varijabla	Raspodjela	Srednja vrijednost	Koeficijent varijacije [%]
X	Nepouzdanost modela	LN	1,00	10 %
a	Razmak čvorova	N	3041,0	1 %
$b_d$	Širina dijagonala	N	200	4 %
$h_d$	Visina dijagonala	N	240	4 %
$b_{dp}$	Širina donjeg pojasa	N	200	4 %
$h_{dp}$	Visina donjeg pojasa	N	690	4 %
$b_{gp}$	Širina gornjeg pojasa	N	200	4 %
$h_{gp}$	Visina gornjeg pojasa	N	520	4 %
$f_c$	Čvrstoća na tlak	LN	26,6	12 %
$f_m$	Čvrstoća na savijanje	LN	41,4	15 %
$f_t$	Vlačna čvrstoća	LN	24,8	18 %
g	Stalno opterećenje	N	6,38	10 %
s	Opterećenje snijegom	G	3,00	58 %



uzete u obzir (oznaka, opis, raspodjela, srednja vrijednost i koeficijent varijacije). Korelacije između osnovnih varijabli (tablica 4.) također su uzete u obzir, i to prema [13].

Tablica 4. Korelacijska matrica.

Osnovne varijable	$f_m$	$E_m$	$\rho_{den}$	$f_t$	$f_c$
$f_m$	1	0,8	0,6	0,8	0,8
$E_m$	0,8	1	0,6	0,6	0,6
$\rho_{den}$	0,6	0,6	1	0,4	0,8
$f_t$	0,8	0,6	0,4	1	0,5
$f_c$	0,5	0,6	0,8	0,5	1

Jednadžbe graničnih stanja su:

$$g_1 = X - \frac{N_{iE}}{0.8 \cdot f_t \cdot b_{dp} \cdot h_{dp} \cdot k_{mod}} - 6 \cdot \frac{M_{iE}}{0.8 \cdot f_m \cdot b_{dp} \cdot (h_{dp})^2 \cdot k_{mod}} \quad (15)$$

$$g_2 = X - \frac{N_{iE}}{0.8 \cdot f_t \cdot b_d \cdot h_d \cdot k_{mod}} \quad (16)$$

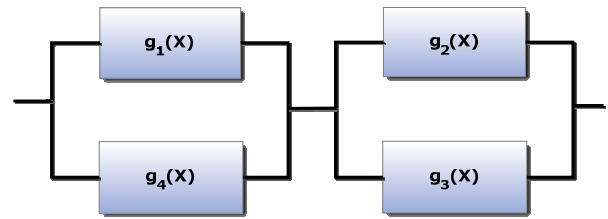
$$g_3 = X - \frac{N_{iE}}{k_c \cdot f_c \cdot b_d \cdot h_d \cdot k_{mod}} \quad (17)$$

$$g_4 = X - \frac{N_{iE}}{k_c \cdot f_t \cdot b_{dp} \cdot h_{dp} \cdot k_{mod}} - 6 \cdot \frac{M_{iE}}{k_{crit} \cdot f_m \cdot b_{gp} \cdot (h_{gp})^2 \cdot k_{mod}} \quad (18)$$

gdje su  $N_{iE}$  i  $M_{iE}$  učinci stalnog djelovanja i djelovanja snijega na odgovarajući element  $i$ ,  $k_{mod}$  je modifikacijski koeficijent koji je pretpostavljen kao deterministička vrijednost 0,9  $k_{crit}$  i  $k_c$  (koeficijenti koji uzimaju u obzir bočno torzijsko izvijanje odnosno izvijanje zbog tlačnih djelovanja) proračunani su prema [4] i također modelirani kao determinističke varijable. Sve su ostale varijable navedene u tablici 3.

S obzirom na statički sustav, probabilistički model odgovara serijskom sustavu od dva paralelna sustava. Paralelni sustavi odgovaraju jednadžbama graničnog stanja koje definiraju otkazivanje pojasa odnosno štapova ispuna. Proračun pouzdanosti sustava proveden je metodom Monte Carlo. Proračun pouz-

danosti konstrukcijskog sustava vrlo je kompleksan problem te opsegom nadilazi potrebe ovog rada.



Slika 11. Probabilistički model sustava

Ocjena robusnosti napravljena je prema prikazanoj metodologiji. Pretpostavljena su četiri scenarija odnosno događaja kod kojih dolazi do otkazivanja svake pojedine komponente sustava (uz uvjet da istodobno može otkazati samo jedan element). Pretpostavljeno je da se komponenta ponaša krhko, odnosno da nakon dostizanja sile sloma ne može preuzeti nikakvu silu. Nakon otkazivanja pojedine komponente, dolazi do preraspodjele sila u konstrukciji što rezultira smanjenom pouzdanosti sustava. Proveden je proračun pouzdanosti neoštećenog sustava te proračun pouzdanosti oštećenih sustava (za razmatrana četiri scenarija otkazivanja), pri čemu je indeks robusnosti određen prema:

$$I_{rob,k} = \min \left\{ \frac{\beta_{sys,dmg,k}}{\beta_{sys,int}} \right\} \quad \forall \beta_{sys,dmg,k} \geq 0, \forall \beta_{sys,int} > 0 \quad (19)$$

U tablici 5. prikazani su indeksi pouzdanosti sustava, pripadajuća definicija indeksa robusnosti prema Fragopolu te prijedlog dan u ovom radu. Otkazivanja ispunskih elemenata (2 i 3) rezultira vrlo velikim indeksima robusnosti, odnosno moguće otkazivanje ispunskih elemenata ne utječe mnogo na pouzdanost sustava. Najveći utjecaj imaju moguća otkazivanja gornjeg i donjeg pojasa rešetkastog nosača, gdje su dobiveni mnogo manji

Tablica 5. Indeksi pouzdanosti sustava i pripadajući indeksi robusnosti

Pouzdanost sustava	Indeks pouzdanosti sustava	Indeks suvišnosti (robustnosti)	Predloženi indeks robusnosti
Neoštećeni sustav	5,47	-	-
Otkazivanje elementa 1	2,92	2,15	0,53
Otkazivanje elementa 2	5,15	17,09	0,94
Otkazivanje elementa 3	5,28	28,79	0,97
Otkazivanje elementa 4	1,71	1,45	0,31

indeksi robusnosti; najmanji dobiveni indeks robusnosti odgovara scenariju kada otkáže donji pojas rešetkastog nosača. S obzirom na predloženu razredbu konstrukcija prema robusnosti može se zaključiti da razmatrana kon-

strukcija pripada u konstrukcijama srednje robusnosti (ako se promatra minimalni indeks robusnosti).

## 5 Zaključak

U ovome radu prikazana je problematika proračuna robusnosti konstrukcija. Treba napomenuti da su mnogi autori predložili različite mjere kojima bi se kvantificirala robusnost a ovdje su navedene samo najznačajnije. Determinističke definicije nisu zaživjele kod većine istraživača jer je bez inženjstva pouzdanosti gotovo nemoguće kvantificirati robusnost konstrukcija. Zasad je najveći napredak ostvaren u području probabilističkog određivanja robusnosti. Osnovni problem postoje

ćih probabilističkih definicija jest vrlo široko područje koje poprimaju indeksi robusnosti prema postojećim definicijama. S obzirom na navedenu problematiku, razvijen je i predložen novi indeks robusnosti definiran kao omjer pouzdanosti oštećenog i neoštećenog sustava. U radu je dan primjer proračuna i ocjene robusnosti prema novoj definiciji. Također je predložena razredba konstrukcija prema vrijednosti predloženog indeksa robusnosti. Buduća su istraživanja usmjerena na analize robusnosti različitih nosivih sustava i na izradu kompleksnijih modela za proračun pouzdanosti sustava kojima će biti moguće obuhvatiti materijalnu duktilnost te duktilnost spojeva što su iznimno bitni parametri u ocjeni robusnosti konstrukcija.

## LITERATURA

- [1] Androić, B.; Čizmar, D.; Rajčić, V.: Analiza pouzdanosti drvenih lameliranih nosača, *Gradevinar*, 60 (2008) 6, 513-518.
- [2] Baker, J. W.; Schubert, M. & Faber, M. H.: On the Assessment of Robustness, *Structural Safety*, 30 (2006), 253-267.
- [3] CEN, EN 1991: Eurocode 1 - Actions Of Structures - Part 1-7: General Actions: Accidental Actions, Brussels, European Committee for Standardization, 2004.
- [4] CEN, EN1995: Eurocode 5 - Design of Timber Structures - Part 1-1: General - Common Rules and Rules for Buildings. Brussels: European Committee for Standardization, 2004.
- [5] CEN, EN 1990: Eurocode - Basis of Structural Design, Brussels: European Committee for Standardization, 2006.
- [6] Čizmar, D.; Rajčić, V.; Kirkegaard, P. H. & Sorensen, J. D.: Robustness Analysis of Timber Truss Structure, 11th World Conference on Timber Engineering Trentino, Italy, 2010.
- [7] Ellingwood, B. R.: Load and Resistance Factor Criteria for Progressive Collapse Design, In National Workshop on Prevention of Progressive Collapse Rosemont: National Institute of Building Sciences, 2002.
- [8] Ellingwood, B. R. & Leyendecker, E. V.: Approaches for Design Against Progressive Collapse, *Journal of the Structural Division*, 104 (1978), 413-423.
- [9] Frangopol, D. M. & Curley, J. P.: Effects of Damage And Redundancy on Structural Reliability. *Journal of Structural Engineering-Asce*, 113, 1533-1549, 1987.
- [10] Jcss: Probabilistic Model Code. Joint Committee of Structural Safety, 2001.
- [11] Kirkegaard, P. H. & Sorensen, J. D.: Collapse Analysis of Timber Structures. In *Computational Structures Technology* Stirlingshire: Civil-Comp Press, 2008.
- [12] Knoll, F. & Vogel, T. Design for Robustness. Zurich: Iabse, 2009.
- [13] Koehler, J.; Sorensen, J. D. & Faber, M. H.: Probabilistic Modeling of Timber Structures. *Structural Safety*, 29 (2007), 255-267.
- [14] Lind, N. C.: A Measure of Vulnerability and Damage Tolerance. *Reliability Engineering & System Safety*, 48 (1995), 1-6.
- [15] Merriam - Webster Online: Merriam - Webster Online rječnik, 2011.
- [16] Pearson, C. & Delatte, N.: Ronan Point Apartment Tower Collapse and its Effect on Building Codes. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 19 (2005), 172-177.
- [17] Sorensen, J. D. & Christensen, H. H.: Robustness of Structural Systems - A New Focus for the Joint Committee on Structural Safety. *Structural Engineering International*, 16 (2006), 173-177.
- [18] Starossek, U. & Haberland, M.: Approaches To Measures Of Structural Robustness. In *Iabmas 08, International Conference on Bridge Maintenance, Safety and Management* Seoul, 2008.