

# Proračun prednapetih provješanih mostova

---

**Kalafatić, Ivan; Radić, Jure; Šavor, Zlatko**

*Source / Izvornik:* **Građevinar, 2009, 61, 827 - 836**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:237:234201>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-03**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)



# Proračun prednapetih provješениh mostova

Ivan Kalafatić, Jure Radić, Zlatko Šavor

## Ključne riječi

provješени most, pješački mostovi, prednapinjanje, proračun, zahtijevana geometrija, natega, montaža

## Key words

stress-ribbon bridge, footbridges, prestressing, analysis, required geometry, tendon, construction

## Mots clés

structure caténaire, passerelle, précontrainte, analyse, géométrie requise, étrier, assemblage

## Ключевые слова

подвешенный мост, пешеходные мосты, предварительное напряжение, расчет, требуемая геометрия, затягивающий элемент, монтаж

## Schlüsselworte

Spannbandbrücke, Fussgängerbrücken, Vorspannung, Berechnung, verlangte Geometrie, Vorspannkabel, Montage

I. Kalafatić, J. Radić, Z. Šavor

Izvorni znanstveni rad

## Proračun prednapetih provješениh mostova

Prikazuje se postupak proračuna prednapetih provješениh mostova s ciljem postizanja zahtijevane geometrije rasponskog sklopa pod djelovanjem vlastite težine prema uvjetu uporabljivosti pješačkih mostova. Optimizira se potreban broj nosivih natega za montažu mosta i dodatnih natega za naknadno prednapinjanje. Rezultat toga je definiranje postupka montaže kojim je određena potrebna duljina natega, njihov oblik i sila na mjestu sidrenja pod djelovanjem njihove vlastite težine.

I. Kalafatić, J. Radić, Z. Šavor

Original scientific paper

## Analysis of stress-ribbon bridges

The analysis of stress-ribbon bridges, aiming at attaining the required bridge superstructure geometry under dead weight action, based on the serviceability criteria for footbridges, is presented. The required number of tendons for the construction of the bridge and the number of additional tendons needed for post-tensioning, is optimized. The final result is the choice of the appropriate construction procedure, which defines the required tendon lengths, tendon shapes, and the prestressing force at the anchoring point under the action of their self-weight.

I. Kalafatić, J. Radić, Z. Šavor

Ouvrage scientifique original

## Analyse des ponts caténares

Les auteurs présentent l'analyse des ponts caténares qui sont utilisés pour obtenir la géométrie requise de la superstructure soumise à l'action de son poids propre, et cela dans les conditions d'emploi applicables aux passerelles. Le nombre des étriers nécessaires pour l'assemblage structurel, ainsi que le nombre des étriers additionnels nécessaires pour la post-tension, ont été optimisés. Le résultat final est la procédure d'assemblage dans laquelle la longueur des étriers, la forme des étriers, et la force au point d'ancrage, sont déterminées, compte tenu de poids propre.

И. Калафатић, И. Радич, З. Шавор

Оригинална научна работа

## Расчет предварительно напряженных подвешенных мостов

Показывается процедура расчета предварительно напряженных подвешенных мостов с целью достижения требуемой геометрии пролетной конструкции под действием собственного веса, согласно условиям эксплуатации пешеходных мостов. Оптимизируется необходимое число несущих затягивающих элементов для монтажа моста и дополнительных затягивающих элементов для последующей процедуры предварительного напряжения. В результате определяется способ монтажа, который определяет необходимую длину затягивающих элементов, их вид и силу в месте установки анкера, возникающую под действием их собственного веса.

I. Kalafatić, J. Radić, Z. Šavor

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

## Berechnung von Spannbandbrücken

Dargestellt ist ein Berechnungsverfahren für Spannbandbrücken mit dem Ziel die verlangte Geometrie der Überbau unter dem Einfluss des Eigengewichts zu erreichen, nach der Bedingung der Nutzbarkeit von Fussgängerbrücken. Man optimiert die notwendige Anzahl der Vorspannkabel für die Montage und der zusätzlichen Vorspannkabel für das nachträgliche Vorspannen. Das Ergebnis ist das Definieren des Montageverfahrens womit die notwendige Länge der Vorspannkabel, deren Form und die Vorspannkraft an der Stelle der Ankerung unter dem Einfluss deren Eigengewichtes bestimmt sind.

Autori: Mr. sc. **Ivan Kalafatić**, dipl. ing. građ.; prof. dr. sc. **Jure Radić**, dipl. ing. građ.; prof. dr. sc. **Zlatko Šavor**, dipl. ing. građ., Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet

## 1 Uvod

Provješeni mostovi ubrajaju se u najstarije tipove nosivih konstrukcija. Arheološki nalazi potvrđuju da su drevne civilizacije u Aziji, Južnoj Americi i ekvatorijalnoj Africi gradile jednostavne provješene mostove nekoliko stoljeća prije naše ere.

Suvremeni provješeni mostovi počinju se graditi 60-ih godina dvadesetog stoljeća. Sastoje se od uzdužnih provješениh čeličnih natega ili čeličnih vrpca koje nose kolničku ploču male debljine.

Redovito su namijenjeni samo pješaćkom i biciklističkom prometu iz dva osnovna razloga:

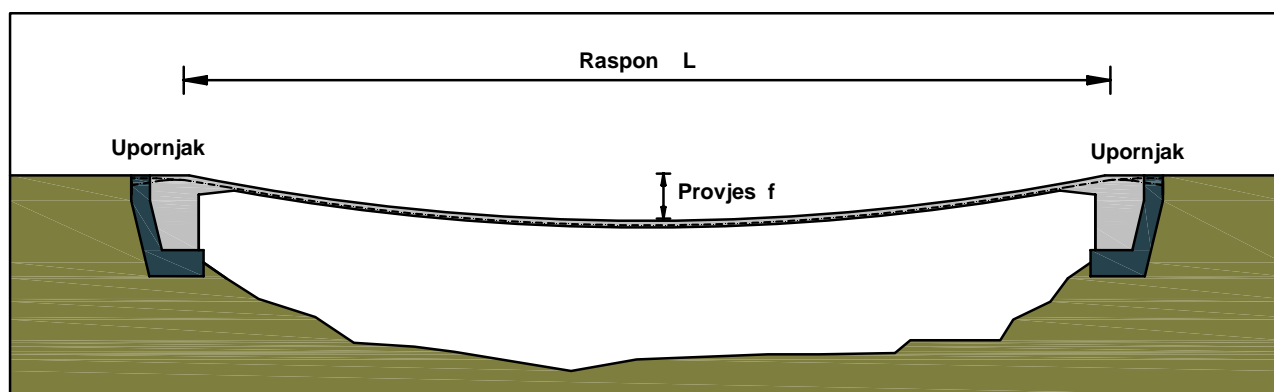
- 1) osjetljivi su na dinamička djelovanja, naročito na vibracije uzrokovane brzim prijelazom težeg vozila
- 2) lom nivelete na upornjacima nije pogodan za brzu vožnju automobila. Uzdužni nagib nivelete na krajevima mosta ne može se proizvoljno smanjiti jer je neophodan provjes konstrukcije, kako bi se horizontalne sile u nosivim nategama zadržale u dopustivim granicama. Standardni odnos provjesa i raspona  $f/L$  kreće se između 1/50 i 1/60.

na takvih konstrukcija sagrađena je od prednapetog betona. Sastoji se od armiranobetonske kolničke ploče koja visi na nosivim nategama. Moguće je premostiti jedan ili više raspona. U prvoj fazi gradnje nosive se natege kontinuirano vode preko stupova i sidre u upornjacima. Na njih se vješaju predgotovljene armiranobetonske ploče (montažni sklopovi) ili se na nategama izvodi armiranobetonska ploča na licu mjesta (monolitni sklopovi). Natege se nakon završetka svih radova nalaze u poprečnom presjeku kolničke ploče.

Krutost i stabilnost provješениh mostova ponajviše ovisi o geometrijskom obliku konstrukcije, a manje o širini i debljini kolničke ploče.

Njihovi su osnovni nedostaci velika horizontalna sila koju moraju preuzeti upornjaci i osjetljivost na dinamičke uzbude. Horizontalna sila na upornjacima prenosi se u tlo geotehničkim sidrima, temeljenjem na pilotima ili dijafragmama. Zbog velikih troškova preuzimanja horizontalnih sila, njihovo je građenje opravdano za raspane veće od 50 m.

Strasky [1] polumontažnu je metodu izvedbe prednapetoga armiranobetonskog provješෙනoga sklopa usavršio



Slika 1. Uzdužni presjek konstrukcije jednorasponskoga provješෙනoga mosta

Prema tipu nosive konstrukcije dijele se u dvije osnovne skupine.

Jednostavniji tip konstrukcije sastoji se od dviju ovješениh natega ili čelične vrpce na kojima leži kolnička ploča. Karakterizira ga zanemariva krutost na savijanje. Njegov osnovni nedostatak jest velika fleksibilnost, odnosno veliki pomaci pod djelovanjem vjetra i pojava vibracija pri malom dinamičkom opterećenju. Težina rasponske konstrukcije i unutrašnje prigušenje ograničavaju deformabilnost nosivih natega ili čeličnih vrpca.

Kod drugog su tipa konstrukcije nosive natege kontinuirano povezane s kolničkom pločom, čime se postiže krutost duž čitave rasponske konstrukcije. Stoga je manje osjetljiv na dinamička i horizontalna opterećenja. Veći

sedamdesetih godina prošlog stoljeća. Montažna je izvedba ekonomski isplativija zbog znatno manjeg udjela ljudskog rada i angažirane opreme na samom gradilištu u odnosu na gradnju monolitne konstrukcije jer se rasponski sklop izvodi bez uporabe skele. Stoga se danas provješene prednapete armiranobetonske ploče uglavnom izvode polumontažnim postupkom.

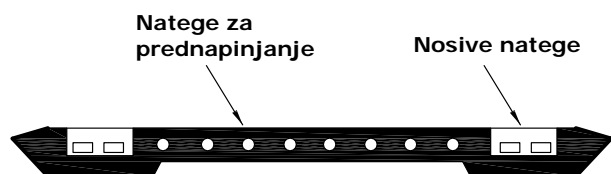
## 2 Izvedba prednapetoga provješෙනoga rasponskoga sklopa

Postupak izvedbe jednorasponskoga provješෙනoga mosta:

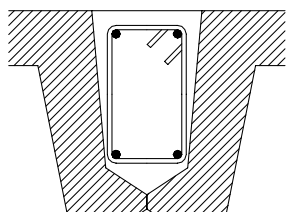
- 1.) izvedba upornjaka i geotehničkih sidara
- 2.) montaža nosivih natega
- 3.) montaža predgotovljenih armiranobetonskih ploča rasponskoga sklopa

- 4.) provlačenje natega za naknadno prednapinjanje kroz otvore u predgotovljenim pločama
- 5.) sprežanje nosivih natega sa predgotovljenim elementima rasponskog sklopa betoniranjem *in situ*
- 6.) prednapinjanje i injektiranje

Rasponski se sklop prednapinje kada beton izveden *in situ* za sprežanje nosivih natega i kolničke ploče dostigne zahtijevanu čvrstoću. Preporučljivo je izvršiti djelomično prednapinjanje nekoliko sati nakon betoniranja, čime se smanjuje raspucavanje betona *in situ*.



Slika 2. Poprečni presjek kolnika provješanih mosta



Slika 3. Armiranje mokrog čvora na spoju predgotovljenih segmenata

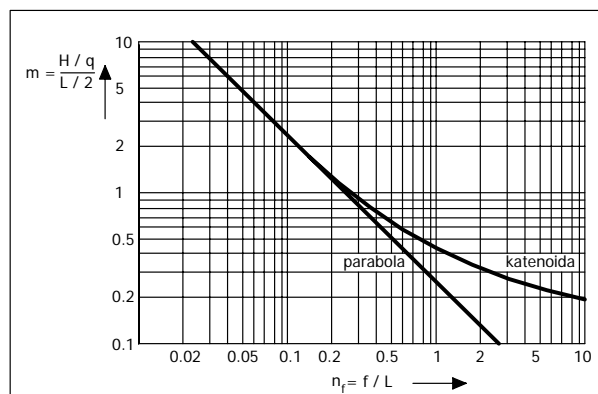
### 3 Prethodno dimenzioniranje

Prema dostupnim je podacima Japan jedina zemlja na svijetu s definiranim dokumentom za dimenzioniranje i izgradnju provješanih mostova [2]. Pojednostavnjeni postupak dimenzioniranja provješanih kolnika, prikazan u navedenom dokumentu, temeljen je na teoriji Eibla [3] zanemarujući različite visine sidrenja kolnika na upornjacima. Stvarna duljina provješanih kolnika zamijenjena je horizontalnom udaljenošću sidrišta na upornjacima. Krutost konstrukcije na savijanje u vertikalnom smjeru vrlo je mala te se zanemaruje. Promatra se duljina rezultirajuće natega pod djelovanjem vlastite težine, promjene temperature i prednapinjanja. U prilogu dokumenta [2] prikazan je primjer dimenzioniranja. Nedostatak je navedenog postupka nemogućnost postizanja željenog provjesa pod djelovanjem vlastite težine konstrukcije nakon završetka gradnje mosta. Prethodni proračun započinje pretpostavljanjem provjesa nosivih natega te određivanjem vlačnih sila pod djelovanjem njihove vlastite težine. Slijedi proračun po fazama gradnje te određivanje provjesa u konačnom stanju koji odstupa od projektirane vrijednosti.

U ovome se radu prikazuje postupak prethodnog statičkog proračuna jednorasponskoga provješanih predna-

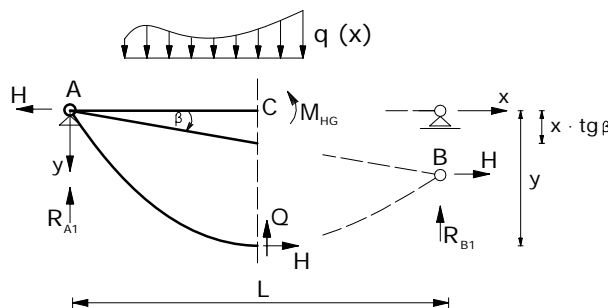
petoga mosta uzimajući u obzir stvarnu duljinu rasponske konstrukcije i različite visine sidrenja kolnika u upornjake. Osnovni je cilj postizanje zahtijevanog provjesa konstrukcije pod djelovanjem vlastite težine nakon završetka gradnje mosta i optimizacija broja nosivih natega i natega za naknadno prednapinjanje. U ovom radu izmijenjene su jednadžbe za provješenu nategu, prikazane u [1], čime je omogućeno praćenje naprezanja u pojedinim elementima poprečnog presjeka tijekom gradnje.

Prema uvjetu uporabljivosti maksimalni je uzdužni nagib nivelete pješačkih mostova 12 %. Nosive natege pod djelovanjem vlastite težine  $q$  poprimaju oblik lančanice. Užad pod djelovanjem jednolikoga kontinuiranoga vertikalnog linijskog opterećenja  $q$  na horizontalnoj projekciji natega poprima oblik parabole. Odnos provjesa u sredini raspona i horizontalne udaljenosti sidrišta za parabolu iznosi  $f/L = 0,25 \cdot (12\%) = 0,03$ . Horizontalna sila  $H$  za oblik parabole i lančanice gotovo je identična za maksimalno dopušteni uzdužni nagib kolnika.



Slika 4. Dijagram bezdimenzijskih koeficijenata za parabolu i katenoidu (lančanicu) [4]

Uspostavlja se analogija između horizontalne slobodno oslonjene grede i natega opterećene identičnom vertikalnom silom. Horizontalna komponenta sile  $H$  jednaka je u svakome poprečnom presjeku natega.



Slika 5. Sile u natezi sa hvatištima na različitoj visini

Iz uvjeta ravnoteže slijedi jednadžba linije natega:

$$\sum M_C = 0 \rightarrow y = \frac{M_{HG}}{H} + x \cdot \text{tg} \beta \quad (1)$$

gdje je:

- y – visinski položaj natege u odnosu na ishodište
- $M_{HG}$  – moment savijanja u horizontalnoj slobodno oslonjenoj gredi
- H – horizontalna komponenta vlačne sile u natezi
- x – horizontalna udaljenost promatranog presjeka
- $\beta$  – kut između pravca koji spaja sidrišta i horizontale

Provjes natege u pojedinom presjeku ovisi o horizontalnoj komponenti H vlačne sile, a H je funkcija provjesa y. Vlačna sila u natezi može se odrediti promatranjem promjene duljine natege prije i nakon nanošenja dodatnoga vertikalnog opterećenja i promjene temperature.

Duljina natege pod djelovanjem vertikalnog opterećenja i promjene temperature iznosi:

$$s = s_0 + \Delta s + \Delta s_t \quad (2)$$

gdje je:

- s – duljina natege pod promatranim opterećenjem
- $s_0$  – duljina neopterećene natege
- $\Delta s$  – promjena duljine natege zbog vertikalnog opterećenja
- $\Delta s_t$  – promjena duljine natege zbog promjene temperature

Uvrštavanjem odgovarajućih vrijednosti u izraz (2) dobivamo:

$$\frac{L}{\cos \beta} + \frac{\cos \beta}{2 \cdot H^2} \cdot \int_0^L Q^2 \cdot dx = s_0 + \frac{H}{E \cdot A} \cdot \frac{L}{\cos^2 \beta} + \frac{1}{E \cdot A \cdot H} \cdot \int_0^L Q^2 \cdot dx + s_0 \cdot \alpha_t \cdot \Delta t \quad (3)$$

Transformiranjem (3) dobivamo sljedeću jednadžbu koja ovisi o horizontalnoj komponenti vlačne sile u natezi:

$$H^3 \cdot \left[ \frac{L}{E \cdot A \cdot \cos^2 \beta} \right] + H^2 \cdot \left[ s_0 \cdot (1 + \alpha_t \cdot \Delta t) - \left( \frac{L}{\cos \beta} \right) \right] + H \cdot \left[ \frac{1}{E \cdot A} \cdot \int_0^L Q^2 \cdot dx \right] = \frac{\cos \beta}{2} \cdot \int_0^L Q^2 \cdot dx \quad (4)$$

gdje je:

- H – horizontalna komponenta vlačne sile
- L – horizontalna udaljenost sidrišta
- E – modul elastičnosti
- A – ploština poprečnog presjeka
- $\Delta t$  – promjena temperature
- $\alpha_t$  – toplinski koeficijent
- Q – funkcija vertikalne posmične sile na ekvivalentnoj horizontalnoj gredi

Princip superpozicije ne vrijedi zbog nelinearnosti jednadžbe (4). Potrebno je promatrati sva vertikalna opterećenja i promjenu temperature u svakoj fazi gradnje mosta. Izraz (4) može se upotrijebiti samo u slučaju poznavanja duljine neopterećenih nosivih natega i pod uvjetom jednakoga poprečnog presjeka mosta u svakoj fazi gradnje.

Tijekom izvedbe provješanih mosta, ploština poprečnog presjeka rasponskog sklopa mijenja se kako slijedi:

- 1) ukupna ploština nosivih natega  $A_{S1}$  prenosi vlastitu težinu, težinu predgotovljenih odsječaka sklopa i beton *in situ* koji povezuje nosive natege sa predgotovljenim elementima
- 2) spregnuti poprečni presjek  $A_{C1} = A_{C0} + (E_{S1}/E_C) \cdot A_{S1}$ , koji se sastoji od nosivih natega  $A_{S1}$ , armature, betona kolničkih ploča  $A_C$ , preuzima silu prednapinjanja
- 3) spregnuti poprečni presjek  $A_{C2} = A_{C1} + (E_{S2}/E_C) \cdot A_{S2}$ , koji se sastoji od nosivih natega, armature, betona i natega za naknadno prednapinjanje, preuzima dodatno stalno opterećenje i promjenjiva opterećenja u fazi uporabe. Ploština betona *in situ* u presjeku je relativno mala te se zanemaruje.

gdje je:

$A_{C0}$  – ploština betona predgotovljenih kolničkih ploča i armature

$A_{S1}$  – ukupna ploština nosivih natega

$A_{S2}$  – ukupna ploština natega za prednapinjanje

$E_C$  – modul elastičnosti betona

$E_{S1}$  – modul elastičnosti nosivih natega

$E_{S2}$  – modul elastičnosti natega za prednapinjanje

Zbog promjene poprečnog presjeka kolnika tijekom izvedbe, potrebno je transformirati jednadžbu (4) uzimajući u obzir silu u natezi prije nanošenja dodatnog opterećenja. Početna duljina natega iznosi:

$$s_0 = \frac{L}{\cos \beta} + \frac{\cos \beta}{2 \cdot H_0^2} \cdot \int_0^L Q_0^2 \cdot dx \quad (5)$$

gdje je:

$H_0$  – horizontalna komponenta sile u natezi prije nanošenja dodatnog opterećenja

$Q_0$  – funkcija vertikalne poprečne sile na zamjenskoj horizontalnoj gredi prije nanošenja dodatnog opterećenja

Duljina natege nakon nanošenja dodatnog opterećenja:

$$s_1 = \frac{L}{\cos \beta} + \frac{\cos \beta}{2 \cdot H_1^2} \cdot \int_0^L Q_1^2 \cdot dx \quad (6)$$

gdje je:

$H_1$  – horizontalna komponenta sile u natezi nakon nanošenja dodatnog opterećenja

$Q_1$  – funkcija vertikalne poprečne sile na zamjenskoj horizontalnoj gredi nakon nanošenja dodatnog opterećenja

Uvrštavajući (5) i (6) u (3) dobivamo:

$$H_1^3 \cdot \left[ \frac{L}{E \cdot A \cdot \cos^2 \beta} \right] + H_1^2 \cdot \left[ \frac{\cos \beta}{2 \cdot H_0^2} \cdot \int_0^L Q_0^2 \cdot dx + \alpha_t \cdot \Delta t \cdot \frac{L}{\cos \beta} + \alpha_t \cdot \Delta t \cdot \frac{\cos \beta}{2 \cdot H_0^2} \cdot \int_0^L Q_0^2 \cdot dx - \frac{H_0 \cdot L}{E \cdot A \cdot \cos^2 \beta} \right] + H_1 \cdot \left[ \frac{1}{E \cdot A} \cdot \int_0^L Q_1^2 \cdot dx \right] - \frac{\cos \beta}{2} \cdot \int_0^L Q_1^2 \cdot dx - \frac{H_0}{E \cdot A} \cdot \int_0^L Q_1^2 \cdot dx = 0 \quad (7)$$

Osnovni je zahtjev postizanje odabrane nivelete pod djelovanjem ukupnoga stalnog opterećenja. Za odabrani raspon  $L$  i provjes  $f_{VT}$  iz jednadžbe ravnoteže određuje se ukupna horizontalna sila  $H_{VT}$  koju preuzima spregnuti poprečni presjek kolnika  $A_{C2}$ :

$$H_{VT} = \frac{M_{VT}}{f_{VT}} \quad (8)$$

gdje je:

$M_{VT}$  – moment savijanja u sredini raspona ekvivalentne horizontalne grede pod djelovanjem stalne težine

$f_{VT} = (y - x \cdot \tan \beta)$  – provjes u sredini raspona

Zatim je potrebno odrediti silu prije nanošenja dodatnoga stalnog opterećenja  $H_{PR}$  uvrštavajući  $H_1 = H_{VT}$  i  $H_0 = H_{PR}$  u izraz (7).

Potrebno je transformirati (7) u polinom trećeg stupnja s nepoznatim članovima  $H_0$  i odrediti koeficijente uz pojedine članove polinoma. Tražene sile određuju se Newtonovom metodom tangente.

Pritom je potrebno unaprijed pretpostaviti ploštinu poprečnog presjeka rasponskog sklopa te odabrati ploštinu nosivih natega, natega za naknadno prednapinjanje i silu prednapinjanja. Ploštinu nosivih natega prema [5] za prvu iteraciju preporučljivo je odrediti prema izrazu:

$$A_{S1} = \frac{g_{spr}}{g_{VT}} \cdot \frac{H_{VT}}{0.55 \cdot f_{pk}} \quad (9)$$

gdje je:

$g_{spr}$  – ukupna težina rasponskog sklopa nakon betoniranja *in situ*

$f_{pk}$  – vlačna čvrstoća čelika za prednapinjanje

$g_{VT}$  – ukupno stalno opterećenje

Silu prednapinjanja nakon početnih gubitaka za prvu iteraciju primjereno je procijeniti izrazom:

$$P_t = A_{C1} \cdot (0.25 \cdot f_{ck}) \quad (10)$$

gdje je:

$P_t$  – sila prednapinjanja

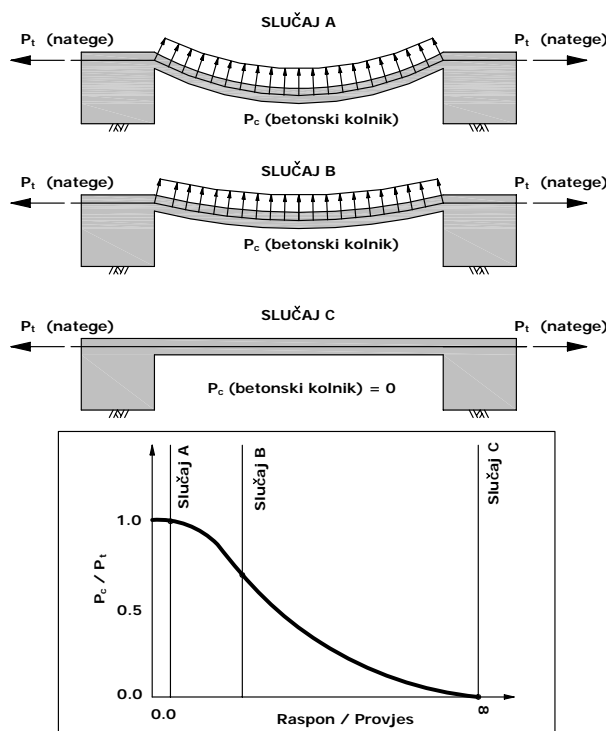
$f_{ck}$  – karakteristična tlačna čvrstoća betona rasponskog sklopa

Unos sile prednapinjanja u kolnik ovisi o odnosu provjesa i raspona (slika 6). Prilikom prednapinjanja kolnika jednakog raspona s različitim početnim provjesom, veći unos tlačne sile u spregnuti kolnik postiže se u sklopu s većim provjesom. Pritom se uneseni dio sile raspodjeljuje na beton, armaturu i natege spregnute betonom *in situ* u odnosu njihovih krutosti. Stoga je teško unaprijed procijeniti potrebnu silu prednapinjanja.

Ploština natega za naknadno prednapinjanje u prvoj iteraciji određuje se:

$$A_{S2} = P_t / (0.50 \cdot f_{pk}) \quad (11)$$

Poradi puzanja i skupljanja betona dolazi do smanjenja provjesa i povećanja vlačne sile u kolniku. Prema DIN 1045-1 [6] zbog opasnosti od korozije čelika za prednapinjanje za djelovanje nazovistalnog opterećenja i srednje vrijednosti prednapinjanja za vrijeme  $t = \infty$ , maksimalno dopušteno naprezanje u čeliku za prednapinjanje iznosi 65 % vlačne čvrstoće. Gubitak sile zbog trenja se zanemaruje.



Slika 6. Odnos omjera unesene tlačne sile u kolnik i sile prednapinjanja prema odnosu kvocijenta raspona i provjesa [2]

Prednapinjanje se simulira ekvivalentnim padom temperature:

$$\Delta t_p = -P_T / (\alpha_t \cdot E_C \cdot A_{C2}) \quad (12)$$

#### 4 Određivanje unutarnjih sila

1. Potrebno je odrediti  $H_{VT}$ , ploštine nosivih natega  $A_{S1}$  i natega za prednapinjanje  $A_{S2}$ , te geometrijske karakteristike poprečnog presjeka rasponskog sklopa za pojedine faze gradnje  $A_{C0}$ ,  $A_{C1}$ ,  $A_{C2}$ .

2. Proračun sile u rasponskom sklopu nakon prednapinjanja  $H_{PR}$  koristeći (7) se vrijednostima:

$$H_1 = H_{VT} ; H_0 = H_{PR} ; q_0 = g_{spr} ; q_1 = g_{VT} ; E = E_C$$

gdje je:

$q_0$  – ukupno jednoliko kontinuirano opterećenje na ekvivalentnoj slobodno oslonjenoj gredi prije nanošenja dodatnog opterećenja

$q_1$  – ukupno jednoliko kontinuirano opterećenje na ekvivalentnoj slobodno oslonjenoj gredi nakon nanošenja dodatnog opterećenja

Za jednoliko kontinuirano opterećenje duž mosta integral poprečne sile iznosi:

$$\frac{1}{2} \cdot \int_0^L Q_0^2 \cdot dx = \frac{q_0^2 \cdot L^3}{24} \quad (13)$$

Identičan se izraz (13) primjenjuje za  $q_1$ .

Sila djeluje na spregnutom poprečnom presjeku  $A_{C2}$ .

3. Određivanje sile  $H_M$  prije prednapinjanja nakon izvršenog betoniranja *in situ*, uvrštavajući ekvivalentni pad temperature  $\Delta t_p < 0$  zbog prednapinjanja u (7):

$$H_1 = H_{PR} ; H_0 = H_M ; q_0 = q_1 = g_{spr} ; E = E_C$$

Sila djeluje na poprečnom presjeku  $A_{C1}$ .

4. Određivanje sile  $H_{2N}$  nakon montaže svih predgotovljenih ploča u presjeku  $A_{S1}$  prema jednadžbi (7):

$$H_1 = H_M ; H_0 = H_{2N} ; q_0 = g_{mont} ; q_1 = g_{spr} ; E = E_{S1}$$

5. Određivanje sile  $H_{1N}$  nakon montaže svih nosivih natega u presjeku  $A_{S1}$  prema jednadžbi (7):

$$H_1 = H_{2N} ; H_0 = H_{1N} ; q_0 = g_{nosivi} ; q_1 = g_{mont} ; E = E_{S1}$$

gdje je:

$g_{mont}$  – težina rasponskog sklopa nakon montaže kolničkih ploča uključujući težinu nosivih natega

$g_{nosivi}$  – težina nosivih natega

Sila  $H_{1N}$  je ukupna sila kojom se moraju prednapeti nosive natege u fazi montaže za osiguravanje projekiranog provjesa rasponskog sklopa nakon završetka gradnje.

Duljina neopterećenih nosivih natega  $s_0$  određuje se iz (4) uvrštavajući:

$$H = H_{1N} ; q = g_{nosivi} ; E = E_{S1}$$

Ukupna sila na mjestu sidrenja nosivih natega nakon njihove montaže:

$$S = \sqrt{H_{1N}^2 + Q_{1N}^2} \quad (14)$$

gdje je:

$Q_{1N}$  – poprečna sila na promatranom osloncu ekvivalentne slobodno oslonjene grede, tj. upornjaku. Provjes nosivih natega nakon njihove montaže moguće je geodetski pratiti i iznositi:

$$f_{1N} = \frac{M_{1N}}{H_{1N}} \quad (15)$$

gdje je :

$M_{1N}$  – moment savijanja u sredini raspona ekvivalentne horizontalne grede pod djelovanjem vlastite težine nosivih natega.

#### 5 Određivanje napreznja

Nakon određivanja sila po fazama gradnje u pojedinim nosivim elementima, moguće je odrediti napreznja u poprečnom presjeku u sredini raspona. Promjena sile u rezultirajućoj natezi raspodjeljuje se na elemente poprečnog presjeka (nosive natege, armaturu, beton i natege za naknadno prednapinjanje) prema odnosu njihove uzdužne krutosti u svakoj fazi gradnje i uporabe.

U poprečnom presjeku u sredini raspona provješanih mostova s hvatištima natege u istoj horizontalnoj ravni djeluje samo horizontalna sila  $H$ .

Faze gradnje:

1.) Montaža nosivih natega:

Napreznja u nosivim nategama:

$$\sigma_{S1}(N1) = H_{N1} / A_{S1} \quad (16)$$

2.) Montaža predgotovljenih segmenata na nosive natege:

$$\sigma_{S1}(N2) = H_{N2} / A_{S1} \quad (17)$$

3.) Betoniranje *In situ*:

$$\sigma_{S1}(M) = H_M / A_{S1} \quad (18)$$

## 4.) Prednapinjanje:

Prednapinjanje se simulira ekvivalentnim padom temperature:

$$\Delta H_{PR} = H_{PR} - H_M > 0 \quad (19)$$

Promjena tlačne sile u betonu zbog prednapinjanja iznosi:

$$\Delta H_{C(PR)} = \frac{E_C \cdot A_{C0}}{E_C \cdot A_{C2}} \cdot \Delta H_{PR} + \frac{E_C \cdot A_{C0}}{E_C \cdot A_{C2}} \cdot (-P_T) \quad (20)$$

Promjena sile u nosivim nategama zbog prednapinjanja jest:

$$\Delta H_{S1(PR)} = \frac{E_{S1} \cdot A_{S1}}{E_C \cdot A_{C2}} \cdot \Delta H_{PR} + \frac{E_{S1} \cdot A_{S1}}{E_C \cdot A_{C2}} \cdot (-P_T) \quad (21)$$

Vlačna sila u nategama za naknadno prednapinjanje nakon prednapinjanja jest:

$$H_{S2(PR)} = \frac{E_{S2} \cdot A_{S2}}{E_C \cdot A_{C2}} \cdot \Delta H_{PR} - (-P_T) \cdot \frac{E_C \cdot A_{C1}}{E_C \cdot A_{C2}} \quad (22)$$

Potanje objašnjenje preraspodjele unutarnjih sila zbog prednapinjanja definirano u (20) do (22) prikazano je u [2].

Naprezanje u nosivim nategama nakon prednapinjanja iznosi:

$$\sigma_{S1}(PR) = (H_M + \Delta H_{S1(PR)}) / A_{S1} \quad (23)$$

Naprezanje u betonu nakon prednapinjanja jest:

$$\sigma_C(PR) = \Delta H_{C(PR)} / A_{C0} \quad (24)$$

Naprezanja u nategama za naknadno prednapinjanje nakon prednapinjanja iznosi:

$$\sigma_{S2}(PR) = H_{S2(PR)} / A_{S2} \quad (25)$$

Injektiranje cijevi natega za naknadno prednapinjanje, završetak radova na gradnji mosta:

Naprezanja u nosivim nategama:

$$\sigma_{S1}(VT) = \sigma_{S1}(PR) + (H_{VT} - H_{PR}) \cdot \left( \frac{E_{S1} \cdot A_{S1}}{E_C \cdot A_{C2}} \right) / A_{S1} \quad (26)$$

Naprezanje u betonu:

$$\sigma_C(VT) = \sigma_C(PR) + (H_{VT} - H_{PR}) \cdot (A_{C0} / A_{C2}) / A_C \quad (27)$$

Naprezanja u nategama za naknadno prednapinjanje:

$$\sigma_{S2}(VT) = \sigma_{S2}(PR) + (H_{VT} - H_{PR}) \cdot \left( \frac{E_{S2} \cdot A_{S2}}{E_C \cdot A_{C2}} \right) / A_{S2} \quad (28)$$

Za određivanje unutarnjih sila i naprezanja kod provješanih jednorasponskih mostova s hvatištima na različitoj visini, izraze (14) do (26) potrebno je izmijeniti. Umjesto horizontalne komponente sile H potrebno je uvrstiti silu

$$S = \sqrt{H^2 + Q_{SR}^2} \quad (29)$$

gdje je:

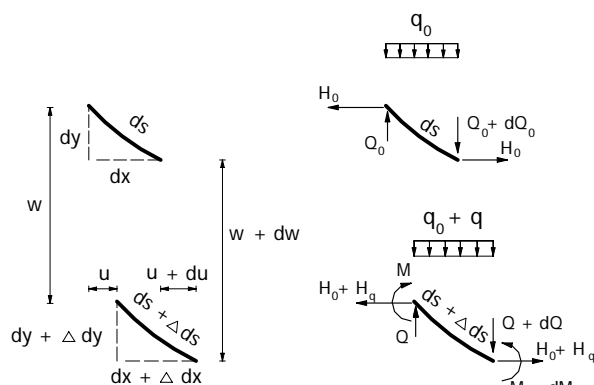
H – horizontalna komponenta sile u natezi

Q<sub>SR</sub> – poprečna sila u sredini raspona na ekvivalentnoj slobodno oslonjenoj gredi

Za stanje uporabe beton mora biti u tlaku. Raspucavanje betona zbog pojava vlačnih naprezanja izazvalo bi znatno smanjenje uzdužne krutosti rasponskog sklopa te znatno povećanje vlačnih naprezanja u nosivim nategama i nategama za naknadno prednapinjanje.

## 6 Izravni proračun učinka prednapinjanja

Proračun učinka prednapinjanja prikazan u prethodnom poglavlju, koristeći se ekvivalentnim padom temperature, te raspodjela sile na pojedine elemente poprečnog presjeka preuzet je iz [2]. Sljedi izvod izraza za izravni proračun učinka prednapinjanja [7].



Slika 7. Unutarnje sile i deformiranje na infinitezimalnom dijelu provješanih sklopova

Na infinitezimalnom dijelu provješanih sklopova moguće je postaviti sljedeću jednadžbu:

$$E \cdot I \cdot w^{IV} - (H_0 + H_q) \cdot w'' = H_q \cdot y'' + q \quad (30)$$

gdje je:

E – modul elastičnosti

I – krutost na savijanje rasponskog sklopa

w – progib

H<sub>0</sub> – horizontalna komponenta vlačne sile prije nanošenja dodatnog opterećenja



- $H_q$  – promjena horizontalne komponente vlačne sile nakon nanošenja dodatnog opterećenja  
 $q$  – dodano jednoliko kontinuirano vertikalno opterećenje  
 $y$  – vertikalna koordinata položaja sklopa prije nanošenja opterećenja

Pretpostavljajući jednoliko kontinuirano opterećenje zbog vlastite težine konstrukcije, zanemarujući krutost na savijanje sklopa i pretpostavljajući da je horizontalna komponenta sile prednapinjanja konstantna na čitavom rasponu kao što je pretpostavljeno u [5] dobivamo:

$$-(H_0 + H_q + P_T) \cdot w'' = (H_q + P_T) \cdot y'' + q \quad (31)$$

Uvrštavajući  $H_0 \cdot y'' = -q_0$  u (31) te pod pretpostavkom da su sile  $H_0$ ,  $H_q$  i  $P_T$  konstantne:

$$w = \frac{1}{2} \cdot \frac{(H_q + P_T) \cdot \frac{q_0}{H_0} - q}{H_0 + H_q + P_T} \cdot x(L-x) + x \cdot tg\beta \quad (32)$$

Promjena horizontalne komponente unutarnje sile zbog nanošenja dodatnog opterećenja definirana je sljedećim izrazom:

$$H_q = \frac{E_c \cdot A_{c1}}{L \cdot \left(1 + 8 \cdot \left(\frac{f}{L}\right)^2 + \frac{3}{2} \cdot tg^2 \beta\right)} \cdot \left[-y'' \cdot \int_0^L w \cdot dx\right] \quad (33)$$

Uvrštavanjem (32) u (33) dobivamo konačnu jednadžbu za izravno određivanje učinka prednapinjanja  $H_q$  na provješanom sklopu:

$$\begin{aligned} & H_q^2 + H_q \cdot [(H_0 + P_T) - \\ & - E_c \cdot A_{c1} \cdot \left(\frac{q_0}{H_0}\right)^2 \cdot \frac{L^2}{12} \cdot \frac{1}{\left(1 + 8 \cdot \left(\frac{f}{L}\right)^2 + \frac{3}{2} \cdot tg^2 \beta\right)} - \\ & - \frac{L^2}{2} \cdot tg\beta] - E_c \cdot A_{c1} \cdot \left(\frac{q_0}{H_0}\right)^2 \cdot \frac{L^2}{12} \cdot P_T - \\ & - \frac{L^2}{2} \cdot tg\beta \cdot (H_0 + P_T) = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

Jednadžba (34) ima jedno pozitivno i jedno negativno rješenje. Negativno rješenje predstavlja tlačnu silu koja djeluje na spregnuti poprečni presjek koji se sastoji od betona, armature i nosivih natega, što je ujedno i traženi rezultat. Sila  $H_q$  raspodjeljuje se na beton, armaturu i nosive natege u odnosu njihove uzdužne krutost. Pritom u nategama za prednapinjanje djeluje sila  $P_T$ .

## 7 Primjer proračuna

### Projektni zadatak:

Rapon  $L = 85$  m  
 Upornjaci se nalaze na istoj visini.  
 Korisna širina kolnika iznosi 2,00 m.

### Odabrane dimenzije kolničke ploče:

Debljina ploče:  $h = 0,20$  m  
 Ukupna širina kolnika  $b = 2,50$  m  
 Provjes nakon završetka gradnje:  $f_{VT} = 2,50$  m  
 Ploština poprečnog presjeka kolničke ploče:  $A = 0,50$  m<sup>2</sup>

### Karakteristike gradiva:

Beton: C 40/50  
 Armatura : B500B  
 Nosive natege i čelik za prednapinjanje:  
 Sustav BBR St 1660/1860  
 Natege CONA Compact  
 Ploština jedne natege:  $A = 7 \cdot 10^{-4}$  m<sup>2</sup>

### Djelovanja:

Vlastita težina rasponskog sklopa [m']  $g_{spr} = 12,50$  kN/m'  
 Dodatno stalno opterećenje:  $= 3,75$  kN/m'  
 Ukupno stalno opterećenje:  $g_{VT} = 16,25$  kN/m'  
 Horizontalna sila u kolniku za provjes:  $f_{VT} = 2,50$  m  
 $H_{VT} = M_{VT} / f_{VT} = 5870,31$  kN

### Nosive natege:

Procjena površine nosivih natega za 1. iteraciju:

$$A_{S1pr} = \frac{g_{spr}}{g_{VT}} \cdot \frac{H_{VT}}{0,55 \cdot f_{pk}} = 4,44 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Potrebna broj nosivih natega:

$$n_{S1} = A_{S1pr} / (\text{površina 1 natege}) = 6,34 \approx 6 \text{ komada}$$

Ukupna površina nosivih natega:

$$A_{S1} = 6 \cdot 7 \cdot 10^{-4} = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

### Natege za naknadno prednapinjanje:

Procjena naknadnog prednapinjanja:

$$P_t = A_{c1} \cdot (0,25 \cdot f_{ck}) = 5000 \text{ kN}$$

Procijenjena površina natega za naknadno prednapinjanje:

$$A_{S2pr} = P_t / (0,50 \cdot f_{pk}) = 5,38 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Potrebna broj natega za naknadno prednapinjanje:

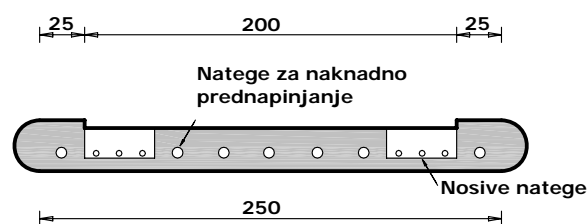
$$n_{S2} = A_{S2pr} / (\text{površina 1 natege}) = 7,68 \approx 7 \text{ komada}$$

Ukupna površina natega za naknadno prednapinjanje:

$$A_{S2} = 6 \cdot 7 \cdot 10^{-4} = 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

### Geometrijske karakteristike poprečnog presjeka:

Ploština uzdužne armature  $\emptyset 14 / 15$  cm uz plohe ploče, ukupno 40 komada:  $A_s = 5,07 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$



Slika 8. Poprečni presjek kolničke ploče

Ploština betona:  $A_C = 4.80 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$

Ploština betona i armature:  $A_{C0} = 5.13 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$

Površina betona, armature i nosivih natega:

$A_{C1} = 5.34 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$

Ploština betona, armature i svih natega:

$A_{C2} = 5.66 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$

#### Opterećenje:

Težina nosivih natega:  $g_{\text{nosivi}} = 0.32 \text{ kN/m'}$

Težina montažne ploče i nosivih natega:

$g_{\text{mont}} = 9.58 \text{ kN/m'}$

Težina ploče, nosivih natega, in situ betona:

$g_{\text{spr}} = 12.33 \text{ kN/m'}$

## 8 Zaključak

U radu se opisuje postupak preliminarnog dimenzioniranja provješanoga rasponskog sklopa. U obzir je uzeta stvarna duljina provješanog sklopa te oslonci na različitim visinama za razliku od postupka opisanog u [2]. Cilj predložene metode je postizanje zahtjevanog geometrijskog oblika rasponskog sklopa pod djelovanjem vlastite težine prema uvjetu uporabljivosti pješačkih mostova. Proračun započinje od projektiranog stanja konstrukcije u suprotnom smjeru od tijeka izvedbe. Postupno se uklanjaju pojedina opterećenja do određivanja sile u nosivim nategama nakon njihove montaže te njihova provjesa rješavajući izraz (7). Zatim se, slijedeći faze gradnje, određuju naprezanja u pojedinim nosivim elementima.

Opisanim postupkom u nekoliko iteracija moguće je optimizirati broj nosivih natega i natega za naknadno prednapinjanje.

U postupku najveći problem jest rješavanje izraza (7). Kako bi se izbjegla složena transformacija izraza te rješavanje Newtonovom metodom tangente po varijabli, u sklopu rada [9] priložen je upis u programski paket MATHEMATICA. U programskom je paketu moguće

Tablica 1. Unutarnje sile i naprezanja u nosivim elementima po fazama gradnje

Faze gradnje rasponskog sklopa:	Ukupna sila H [kN]:	Naprezanje u nosivim nategama [MPa]:	Naprezanje u nategama za prednapinjanje [MPa]:	Naprezanje u betonu [MPa]:
1.) Montaža nosivih natega	2163.02	515.01		-
2.) Montaža predgotovljenih ploča	3780.94	900.22	-	-
3.) In situ betoniranje	4267.99	1016.19	-	-
4.) Prednapinjanje	4533.81	958.81	1023.44	-8.34
5.) Završetak gradnje	5942.56	974.87	1039.50	-6.01

Ukupno stalno opterećenje:  $g_{VT} = 16.25 \text{ kN/m'}$


Iz rezultata proračuna vidi se znatno povećanje naprezanja u nosivim nategama tijekom gradnje do betoniranja *in situ*. Prednapinjanje se unosi u spregnuti poprečni presjek  $A_{C1}$  tako da dolazi do relativno malog smanjenja naprezanja u nosivim nategama. Nanošenjem dodatnoga stalnog tereta povećava se ukupna sila H za 23 %, ali dolazi do malog povećanja naprezanja u nategama jer promjena sile djeluje na presjeku  $A_{C2}$ . Potrebno je provjeriti naprezanje u natezi na spoju s upornjakom nakon završetka gradnje te dimenzionirati sklop na uporabna opterećenja što je prikazano u [9].

## LITERATURA


[1] Strasky, J.: *Stress-ribbon and cable-supported pedestrian footbridges*, Thomas Telford Books, 2005.

[2] Japan Prestressed Concrete Engineering Association: *Standard of Design and Construction of Stress-Ribbon Bridge* (Draft), Japan, 2000.

- [3] Eibl, J.; Pelle, K.; Nehse, H.: Zur Berechnung von Spannbandbrücken – Fläche Hängebänder, Werner-Verlag, Düsseldorf, 1973.
- [4] Petersen, C.: *Stahlbau – Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten*, Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, 3. Auflage, 1993.
- [5] Cobo del Arco D.; Aparicio A.C.: *Preliminary Design Procedure of Prestressed Concrete Stress Ribbon Bridge*, Journal of Bridge Engineering, July – August 2001.
- [6] DIN 1045-1 : 2008-08.: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion*, 2008.
- [7] Kalafatić, I.; Radić, J.; Medak M.; Kučer, A.: *Calculation of stress-ribbon bridge prestressing*, Concrete structures – stimulators of development, fib Symposium Dubrovnik 2007, Radić J. (Ed.), Dubrovnik, (2007), 633-638
- [8] Kalafatić, I.; Radić, J.; Medak, M.: *Preliminary design procedure for one span post-tensioned stress-ribbon bridge*, DAAAM International Scientific Book, B. Katalinic (Ed.), Vienna, Austria, (2006), 313-328
- [9] Kalafatić, I.: *Analiza nosivosti pješačkih provješanih mostova*, Magistrski rad, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 2006.



Organizatori:



Poziv za sudjelovanje na stručno – znanstvenom skupu:

## DANI BETONA

Zagreb, 20. – 21. studeni 2009.

U Zagrebu će se 20. i 21. studenog 2009. održati skup "DANI BETONA" na kojem će se održati predavanja vezana uz primjenu TPBK na projektiranje betonskih konstrukcija. Prisustvovanjem na navedenom skupu obveznik stručnog usavršavanja osigurava prikupljanje bodova. Prisustvovanjem na svim predavanjima može se skupiti 21 bod od čega 14 iz građevinske regulative, svi sudionici dobiti će po jedan udžbenik.

Predavanja na ovom skupu prate gradivo udžbenika Betonske konstrukcije "Priručnik", "Riješeni primjeri", "Građenje" i "Sanacija". Na taj će način biti detaljno prikazana primjena novih propisa za projektiranje betonskih konstrukcija.

**Predavanja na skupu počinju u petak, 20.11. u 10:00 i traju do subote, 21.11. do 20:00 sati.**

**Kotizacija:**

Za sudjelovanje na skupu potrebno je izvršiti uplatu\* kotizacije u iznosu 2.200,00 kn i popuniti i poslati prijavu koja se nalazi na [www.grad.hr/hdgk](http://www.grad.hr/hdgk). Osim sudjelovanja u radu skupa svi sudionici u okviru kotizacije dobivaju jedan od četiri ponudena udžbenika.

- Kotizacije se plaćaju nakon što organizator pismeno (e-mailom ili fax-om) potvrdi prijavu.
- Dodatne potrebne obavijesti mogu se dobiti na: tel.: 385 1 46 39 424, Alex Kindij