

# Ojačavanje armiranobetonskih greda nemetalnim lamelama

---

**Tomičić, Ivan**

*Source / Izvornik:* **Građevinar, 2001, 53, 641 - 649**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:326802>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-10-06**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)



# Ojačavanje armiranobetonskih greda nemetalnim lamelama

Ivan Tomičić

## Ključne riječi

armiranobetonske grede, ojačanje, vlaknima armirani polimer, normalni napon, posmični napon

## Key words

reinforced-concrete girders, strengthening, fiber-reinforced polymer, normal stress, shear stress

## Mots clés

poutres en béton armé, renforcement, polymère armé de fibres, contrainte normale, contrainte de cisaillement

## Ключевые слова:

железобетонные балки, усиление, волокнами армированный полимер, нормальное напряжение, сдвиговое напряжение

## Schlüsselworte:

Stahlbetonbalken, Verstärkung, faserbewehrtes Polymer, Normalspannung, Scherspannung

I. Tomičić

Stručni rad

## Ojačavanje armiranobetonskih greda nemetalnim lamelama

U radu je prikazana mogućnost ojačanja armiranobetonskih greda, napreznih savijanjem, lamelama od vlaknima armiranog polimera nalijepljeni na vlačnu plohu pojasa. Iz uvjeta nosivosti na savijanje izračunava se potrebna površina lamele, a zbog mogućnosti odvajanja krajeva lamele, potrebno je još provjeriti posmična i normalna naprezanja u tom području. Za tu provjeru prikazane su dvije metode. Preporučuje se novija i točnija metoda, provjerena eksperimentalnim istraživanjem.

I. Tomičić

Professional paper

## Strengthening reinforced-concrete girders by nonmetallic plates

The possibility of strengthening reinforced concrete girders subjected to bending stress, by means of fiber-reinforced polymer plates that are glued onto the tensile surface of the chord, is presented in the paper. The required surface of the plate is calculated based on bending capacity requirements and, as separation is possible at the ends of the plate, an additional requirement is to check the shear stress and normal stress in that area. Two methods applied for this checking are presented. The more recent method is recommended as it is more accurate and is additionally supported by experimental results.

I. Tomičić

Ouvrage professionnel

## Renforcement des poutres en béton armé par des lamelles non métalliques

L'article décrit une possibilité de renforcement des poutres en béton armé, soumises à la flexion, par des lamelles en polymères armés de fibres, collés à la surface de traction de la membrure. C'est à partir de la condition de la capacité portante à la flexion qu'on calcule la superficie nécessaire de la lamelle ; compte tenu du risque de décollement des extrémités de la lamelle, il faut vérifier aussi les contraintes de cisaillement et les contraintes normales dans cette zone. Deux méthodes de cette vérification sont présentées. On recommande la méthode la plus récente et plus précise, qui a fait l'objet de vérifications expérimentales.

И. Томичић

Отраслевая работа

## Усиление железобетонных балок неметаллическими ламелами

В работе показана возможность усиления железобетонных балок, напряжённых изгибом, ламелями из волокон армированного полимера, приклеенных на растягивающуюся поверхность пояса. Из условия несущей способности на изгиб рассчитывается необходимая поверхность ламели, а из-за возможности отделения краёв ламели, необходимо еще проверить сдвиговые и нормальные напряжения в той области. Для этой проверки показаны два метода. Рекомендуется более новый и более точный метод, проверенный экспериментальным испытанием.

I. Tomičić

Fachbericht

## Verstärkung von Stahlbetonbalken mit Nichtmetalllamellen

Im Artikel ist die Möglichkeit dargestellt biegebeanspruchte Stahlbetonbalken mit Lamellen aus am Zuggürtel angeklebtem faserbewehrtem Polymer zu verstärken. Aus der Bedingung der Biegetragfähigkeit berechnet man die notwendige Fläche der Lamelle. Da die Lamellenende sich loslösen könnten müssen in diesem Bereich auch die Scher- und Normalspannungen überprüft werden. Dafür sind zwei Methoden dargestellt. Anempfohlen wird die neuere und genauere Methode die durch experimentale Forschungen beglaubigt ist.

Autor: Prof. dr. sc. **Ivan Tomičić**, dipl. ing. građ., Zagreb, Vramčeva 21

## 1 Općenito

Već od rane primjene armiranog betona, a osobito posljednjih godina, često se pojavljuje potreba ojačavanja armiranobetonskih konstrukcija. Razloga tome ima više, a ovdje se navode najčešći. Projektirana nosivost elementa ili cijele konstrukcije nije postignuta pri građenju zbog podbačaja kakvoće gradiva, prvenstveno betona, loše izvedbe, ili greške u proračunu i/ili konstruiranju armature. Kadšto je potrebno ojačati konstrukciju zbog promjene namjene građevine, odnosno zbog povećanog opterećenja te nedovoljne seizmičke otpornosti prema novim propisima. Posljednjih godina do pada nosivosti armiranobetonskih i prednapetih konstrukcija, a time i potrebe ojačavanja, dolazi zbog korozije ugrađenog čelika, osobito u agresivnoj sredini, kao što je blizina mora, te zbog mehaničkih, kemijskih i fizikalnih djelovanja na građevinu.

Za pojačanje elemenata armiranobetonskih konstrukcija primjenjivale su se razne tehnologije, ovisno o vrsti elementa, naprezanju i primijenjenom materijalu. Na primjer, kada se traži veća nosivost i duktilnost stupova napreznih ekscentričnom tlačnom silom, moderno je rabiti tehnologiju ovijanja područja plastičnog deformiranja čeličnim ili nemetalnim plaštem. Nedovoljno nosiva gredna konstrukcija može se ojačati dodavanjem paralelnih greda, povećanjem presjeka, međupodupiranjem ili dodavanjem vanjskih kabela. Do nedavno primjenjivale su se nalijepljene čelične lamele za povećanje nosivosti armiranobetonskih i prednapetih elemenata te zbog potrebe zadovoljavanja graničnog stanja uporabivosti (pukotine, progibi). Tehnologija je vrlo brza i jednostavna, uz minimalno povećanje težine i dimenzija. Međutim, primijećeno je da takve lamele, osobito u agresivnoj sredini, počinju nakon dužeg ili kraćeg vremena, ovisno o zaštiti, korodirati, što se negativno reflektira na prionljivost betona i lamele, odnosno ljepilo koje je obično epoksidna smola. Najčešće su posljedice ove pojave odvajanje lamele od betona, čime se gubi predviđena svrha ojačavanja. Osim što su teške, čelične lamele se proizvode ograničene duljine, pa se ponekad moraju nastavljati, što je također jedan od nedostataka zbog kojih se sve manje primjenjuju.

Zbog navedenih teškoća s uporabom čeličnih lamela, danas se sve više rabe tanki proizvodi od vlaknima armiranog polimera (*Fiber reinforced polymer (FRP)*). U ovome radu bit će skraćeno opisana proizvodnja, primjena i svojstva novoga gradiva od FRP-a te opširnije, primjereno naslovu rada, njegova uporaba za ojačanje armiranobetonskih i prednapetih konstrukcija.

## 2 Proizvodnja, primjena i svojstva FRP-a

Vlaknima armirani polimer jest kompozitni materijal načinjen od finih neprekinutih vlakana povezanih polimernom smolom. Vlakna mogu biti staklena, karbonska i aramidna pa se rade proizvodi od GFRP-a, CFRP-a i

AFRP-a. Za povezivanje rabi se epoksidna smola, rjeđe poliester i vinilester. Za proizvodnju elemenata od FRP-a primjenjuje se tehnologija izvlačenja uz kalupljenje ili prešanje (*poltrusion process*). Proizvode se žice i šipke okruglog i pravokutnog presjeka za armiranje te kabeli za prednapinjanje betonskih konstrukcija i oni za kose zatege ovješanih mostova. Od tankih proizvoda za obnovu, redukciju raspucavanja, ojačanje i zaštitu od korozije armiranobetonskih konstrukcija primjenjuju se trake, lamele i plahte (tkanine) od polimera armiranog vlaknima u jednom ili dva smjera. Nositelji čvrstoće proizvoda od FRP-a su vlakna, dok je uloga polimera (matrice) povezivanje vlakna, prijenos vlačnih naprezanja podjednako na sva vlakna te da štiti vlakna od štetnog okoliša i mehaničkih oštećenja.

Dobra su svojstva proizvoda od FRP-a otpornost na koroziju, neosjetljivost na magnetizam, velika vlačna čvrstoća, dobro ponašanje pod opetovanim opterećenjem, najčešće mala relaksacija, otpornost na vlagu, niska volumenska težina te prilagodljivost bilo kojemu obliku i duljini.

Osim navedenih dobrih svojstava ovoga novoga gradiva, proizvodi od FRP-a imaju i nedostataka kao što je elastično ponašanje do sloma, malo ukupno istezanje, osobito proizvoda od CFRP-a, te različitost svojstava uzduž i poprijeko na vlakna. Ozbiljan nedostatak šipki i kabela od FRP-a jest naglo popuštanje pod dugotrajnim naponom bliskom čvrstoći te pad čvrstoće previnutih kabela kod skretnika.

Valja još istaknuti da proizvodi od FRP-a imaju, u odnosu prema čeliku, nizak modul elastičnosti, što utječe na krutost.

Podataka o svojstvima proizvoda od FRP-a ima dosta, ali se, zbog velikog opreza, istraživanja i dalje nastavljaju. Međutim, za sada nema definitivnih standarda i norma za ispitivanje i proračun konstrukcija armiranih ili prednapetih profilima od FRP-a, što je, uz njihovu visoku cijenu, glavna prepreka za širu uporabu ovoga atraktivnoga gradiva u građevinarstvu.

Valja istaknuti da svrha uvođenja vlaknima armiranog polimera za armiranje, prednapinjanje i ojačavanje betonskih konstrukcija nije istiskivanje čelika, već njegova zamjena u, za njega, agresivnoj sredini.

## 3 Ojačavanje armiranobetonskih greda napreznih savijanjem

### 3.1 Općenito

U ovome radu pokazat će se mogućnost povećanja nosivosti armiranobetonskih greda primjenom traka, lamela i plahta od FRP-a. Grede nedovoljno nose na savijanje, odnosno one s nedovoljno armature, brzo i jednostavno

moгу se ojačati lamelama nalijepljenim epoksidnom smolom na vlačni poјas. Iskustvo takvog pojačanja nalijeđeno je iz primjene čelika za ojačavanje koji se danas manje rabi, kako je već rečeno, zbog brzog propadanja lјepila izazvanog korozijom čelika.

Osim ojačavanja greda lamelama ili trakama, što je praktički isto, njihova se nosivost može povećati i plaktama armiranim u dva okomita smјera koje se omotaju oko vlačnog poјasa i hrpta nosača. Kada se primjenjuju trake armirane u jednom smјeru za prihvaćanje normalnih vlačnih napona, mogu se, nezavisno od njih, postaviti trake okomito na raspon kako bi se još više povećala nosivost na savijanje. Za prihvaćanje glavnih kosih napona u hrptu nosača, uz ugrađenu poprečnu armaturu, mogu se također rabiti lamele, trake i plakte, što može biti predmet posebnog rada.

### 3.2 Istraživanja, rezultati i preporuke

Hitna potreba ojačavanja i obnove armiranobetonskih i prednapetih konstrukcija je u porastu. Klasićna sanacija konstrukcije obično je skupa i dugotrajna, a ne jamči uvijek potpuni uspjeh. Sve to izazvalo je zanimanje znanstvenika i istraživača širom svijeta da pronađu pouzdane materijale i metode izvedbe ojačavanja konstrukcija. U ovome radu opisani su rezultati najnovijih istraživanja ojačavanja armiranobetonskih sustava lamelama, trakama i plaktama od FRP-a.

1. Saadatmanesh i Ehsani[5] istraživali su 1991. godine ojaćanje armiranobetonskih greda lamelama od CFRP-a te došli do zaključka da nalijepljene lamele reduciraju raspucavanje betona kod svih razina opterećenja. Iz toga zaključuju da dodane lamele pridonose nosivosti i trajnosti konstrukcije, ali, s druge strane, smanjuju duktilnost grede to više što je lamela deblja.
2. Istraživanja koja su poduzeli Sharif i drugi [6] 1994. godine odnosila su se na primjenu raznih oblika lamela za ojaćavanje greda naprezanih savijanjem i poprečnim silama. Oni zaključuju, da je ojaćanje greda nalijepljenim lamelama od GFRP-a konstantnog presjeka vrlo brzo i jednostavno, ali može doći do odvajanja lamela na krajevima zbog lokalnih normalnih i posmićnih napona. Dalje, grede ojaćane lamelom u vlačnoj zoni i sidrene vijkom bolje su se ponašale, odnosno nije došlo do odvajanja krajeva lamela, ali je do sloma, umjesto fleksijskog, došlo zbog glavnih kosih vlačnih napona. Međutim, grede ojaćane trakom u vlačnoj zoni koja na krajevima završava proširenjem potrebnim za omatanje hrpta (*I-jaket plate*), dobro su se ponašale, odnosno imale su povećanu nosivost, reducirane širine pukotina i dostatnu duktilnost, što se objašnjava dobrim

sidrenjem takvog oblika lamela. Do sloma je došlo dostizanjem nosivosti na savijanje u vlačnoj zoni, što je poželjno.

3. Malek i drugi [7] proveli su 1998. godine istraživanja lokalnog sloma na gredama ojaćanim lamelama od CFRP-a. Oni su primijetili da osim odvajanja lamela na krajevima od donjeg poјasa grede, ima više primjera sloma, ispitanih greda, između lamela i glavne čelićne armature zbog posmićnih i normalnih naprezanja koncentriranih na krajevima lamela i oko pukotina od savijanja na spoju epoksidne smole i lamela.
4. Najnovija istraživanja koja su proveli 1999. godine Grace i drugi[8] vrlo su opsežna i dragocjena. Ispitali su svrsishodnost ojaćavanja greda tankim proizvodima. Rabili su plakte od CFRP-a armiranih vlaknima u jednom i dva smјera te lamele od CFRP-a. Na osnovi vlastitih rezultata ispitivanja te prethodnih istraživača, došli su do sljedećih zaključaka:

Uporabom tankih proizvoda u obliku plakti, traka i lamela, općenito se povećava nosivost te reducira progib i raspucavanje.

Grede ojaćane plaktama armiranih vlaknima u jednom smјeru, a nalijepljene neovisno u uzdužnom i poprečnom smјeru, pokazuju znatno povećanu nosivost te, također, reducirano progibanje i suženje širina pukotina. Polaganjem vertikalnih slojeva preko cijelog raspona reduciraju se kose pukotine, a greda će biti potpuno iskorišćena na savijanje.

Uporabom lamela od CFRP-a, nalijepljenih na vlačni poјas grede te boćnim stranama (hrptu), općenito se poboljšava ponašanje ojaćanih greda u odnosu prema onima ojaćanim samo na donjoj strani vlačnog poјasa.

Sve ojaćane grede tankim proizvodima od FRP-a ponašale su se krhko, što je zahtjev za veći faktor sigurnosti.

5. Sen i drugi [9] istraživali su 1999. godine trajnost prionljivosti epoksidne smole i betona te istodobno epoksidne smole i proizvoda od FRP-a. Osiguranje povezanosti betona i lamela od FRP-a neophodno je za uspjeh ojaćavanja, pa su ova istraživanja znaćajna i dobro došla, osobito ako se građevina nalazi u surovome primorsko- tropskom okolišu. Istraženo je pet vrsta epoksida u kombinaciji s četiri različita okoliša. U zaključku istraživaći navode da se slabljenje prionljivosti ne može vizualno prepoznati. Ojaćani elementi naprezani simultano momentima savijanja i torzije, te izloženi toplom, vlaćnom i slanom okolišu, imali su najveća oštećenja prionljivosti. Za početak propadanja prionljivosti navodi se pogreška na betonskoj podlozi, pa istraži-

vači predlažu kvalitetnu obradu površine betona na koju će se lijepiti proizvod od FRP-a. Na kraju autori iznose tvrdnju da prionljivost neće biti ugrožena ako se građevina nalazi u ne pretjerano nepovoljnom okolišu te kada se primjenjuje epoksidna smola visoke otpornosti na kemijska djelovanja.

### 3.3 Dimenzioniranje i provjera lokalne nosivosti

#### 3.3.1 Općenito

Ima nekoliko modela sloma greda ojačanih tankim proizvodima od FRP-a, što ovisi o vrsti proizvoda (plahta, lamela) te naprezanja i mjesta ojačavanja. Kada se ojačava greda zbog nedovoljne nosivosti na savijanje, što je predmet ovoga rada, tanki se proizvodi lijepe na vlačni pojas tako da su im vlakna paralelna rasponu grede. Dodatne plahte ili lamele kojima su vlakna usmjerena okomito na os grede mogu prihvatiti kose vlačne napone te povećati nosivost na savijanje.

Ovdje će se pokazati proračun ojačavanja greda lamelama konstantnog presjeka nalijepljenih epoksidnom smolom na vlačni pojas, kao najjednostavnije varijante povećanja nosivosti.

Kod ovako ojačane grede do otkazivanja nosivosti može doći na dva načina-savijanjem grede na mjestu maksimalnog momenta te lokalnog sloma koji se manifestira odvajanjem krajeva lamele od pojasa ili u obliku posmičnog sloma između lamele i vlačne armature grede.

Pri proračunu rabiće se pretpostavke metode graničnih stanja te odredbe Europskih norma (EC2) i podaci istraživača u vezi s novim gradivom za ojačavanje. Također, primjenjivat će se preporuke istraživača za određivanje posmičnih i normalnih naprezanja koja mogu uzrokovati lokalna oštećenja ojačane grede.

#### 3.3.2 Dimenzioniranje na savijanje

Pri određivanju dimenzija lamele od CFRP-a valja poznavati dimenzije grede koju valja ojačati, količinu vlačne i tlačne armature te kakvoću betona i čelika. Također valja poznavati raspoložive dimenzije i mehaničke karakteristike lamela i ljepljiva (epoksidna smola) te njihova proizvođača. Prikazat će se proračun grede pravokutnog presjeka, oslonjene na dva ležaja, oznaka danih na slici 1. Debljina sloja ljepljiva u ovome se dijelu proračuna zanemaruje. Također, pretpostavlja se da je površina čelika u tlačnoj zoni zanemarivo mala. Površina vlaknima armiranog polimera (lamele) svodi se na površinu čelika.

Težište površine armature (čelik i polimer) od donjeg ruba bit će:

$$d_{1sp} = \frac{A_s(d_1 + h_p) + \bar{A}_p \cdot 0,5h_p}{A_s + \bar{A}_p} \quad (1)$$

Uvjet ravnoteže glasi:

$$M_{Sd} = M_{Rd} \quad (2)$$

gdje je:

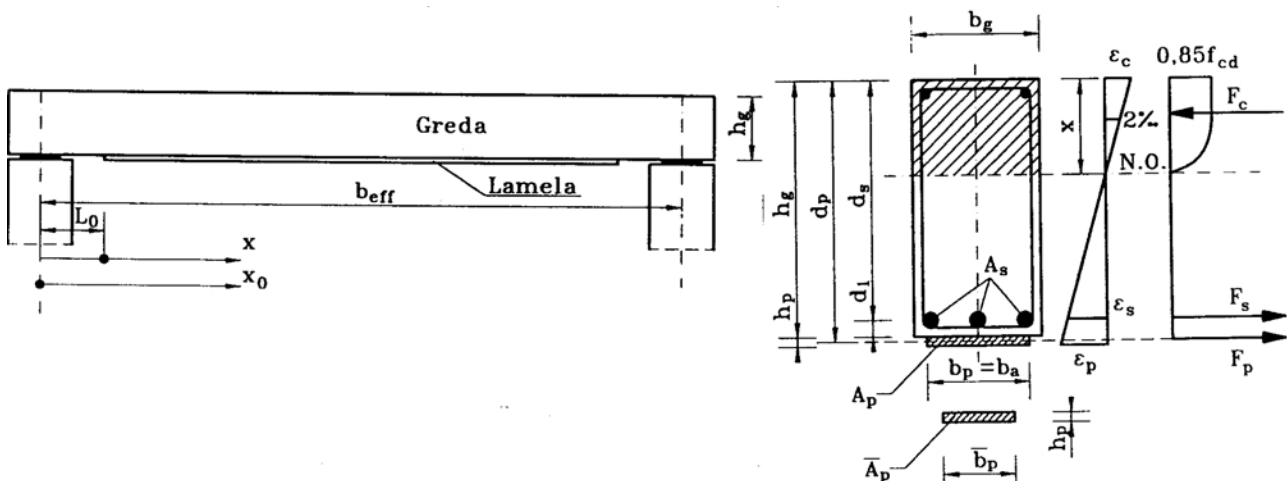
$M_{Sd} = \gamma_G \cdot M_G + \gamma_Q \cdot M_{Q1} + \sum \gamma_{Qi} \cdot \Psi_{0,i} \cdot Q_{ki}$  - računski moment djelovanja

$M_{Rd} = F_c \cdot z = (F_s + F_p) \cdot z$  - računski moment otpora

$d_{sp} = h_g + h_p - d_{1sp}$  - statička visina kompozitnog presjeka.

Predlaže se rabiti tablicu za dimenzioniranje pravokutnih presjeka [11].

Za  $\mu_{Sd} = \frac{M_{Sd}}{b_g \cdot d_{sp}^2 \cdot f_{cd}}$  iz tablice 6.8. očita se  $\zeta$  te proračuna površina lamele:



Slika 1. Poprečni presjek ojačane grede i dijagrami deformacija i napona

$$A_s + \bar{A}_p = \frac{M_{Sd}}{\zeta \cdot d_{sp} \cdot f_{yd}}, \text{ odnosno}$$

$$\bar{A}_p = \frac{M_{Sd}}{\zeta \cdot d_{sp} \cdot f_{yd}} - A_s \quad (3)$$

gdje je:

$$\bar{A}_p = A_p \cdot E_p \cdot \gamma_s / (E_s \cdot \gamma_p) = h_p \cdot \bar{b}_p$$

$$A_p = h_p \cdot b_p$$

$$f_{cd} = f_{ck} / 1,5$$

$$f_{yd} = f_{yk} / 1,15$$

$\gamma_p = 1,5$  - koeficijent sigurnosti za FRP (kao za beton zbog sličnog ponašanja).

### 3.3.3 Provjera lokalne nosivosti

Do odvajanja krajeva lamele može doći zbog posmičnih i normalnih naprezanja koja djeluju na spoju ljepljiva i lamele. Najveće vrijednosti napona nastaju na gornjem rubu kraja lamele. Za određivanje ovih napona rabiće se stariji prijedlog Roberta te novi kojeg predlažu Malek i drugi [7].

Prijedlog Roberta prihvaćen je i primijenjen u radu Sharifa [6]. Izrazi za posmično i normalno naprezanje na spoju ljepljiva i lamele dobiveni su uz pretpostavku elastičnog ponašanja svih zastupljenih materijala te pojave pukotina u betonu. Dobivene vrijednosti za napone na kraju ploče ujedno su i najveće:

$$\tau_{\max} = \left\{ V + \left[ \frac{k_s}{E_p \cdot b_p \cdot h_p} \right]^{1/2} M \right\} \frac{b_p \cdot h_p}{I \cdot b_a} (d_p - x) \quad (4)$$

$$\sigma_{\max} = \tau_{\max} \cdot h_p \left[ \frac{k_n}{4E_p \cdot I_p} \right]^{1/4} \quad (5)$$

gdje su:

$V$  i  $M$  - rezne sile na kraju lamele ili na udaljenosti  $(d_p + h_g)/2$  od osi ležaja

$k_s = G_a \cdot b_a / h_a$  - posmična krutost ljepljiva po jedinici duljine

$G_a$  - modul posmika ljepljiva

$E_a$  - modul elastičnosti ljepljiva

$E_p$  - modul elastičnosti lamele

$$I = \frac{E_c \cdot b_g \cdot x^3}{3E_p} + \frac{A_s \cdot E_s}{E_p} (d_s - x)^2 + b_p \cdot h_p (d_p - x)^2$$

- moment tromosti na x-os

$k_n = E_a \cdot b_a / h_a$  - krutost ljepljiva po jedinici duljine

$I_p = b_p \cdot h_p^3 / 12$  - moment tromosti lamele

Ostale oznake vide se na slici 1.

Položaj neutralne osi dobije se iz sume statičkih momenta površina presjeka svedenih na isti materijal:

$$\frac{x^2 \cdot b_g}{2} \cdot \frac{E_c}{E_p} + A_s \frac{E_s}{E_p} (d_s - x) + b_p \cdot h_p (d_p - x) = 0$$

Čvrstoće ljepljiva na posmik i normalna vlačna naprezanja moraju biti rezultat ispitivanja proizvođača ili neovisne institucije.

Malek i drugi daju izraze za određivanje posmičnih i normalnih napona na dodirnoj plohi ljepljiva i lamele razmatranjem ravnoteže diferencijalnog elementa lamele od FRP-a. Za gornji rub kraja lamele ( $x = 0$ ) dobiju se najveće vrijednosti napona. Pri izvođenju formula za napone pretpostavljena je cjelovitost grede te izotropno ponašanje lamele, a utjecaj pukotina i ortotropnosti bio je kasnije istražen.

Najveći posmični napon za  $x = 0$  bit će:

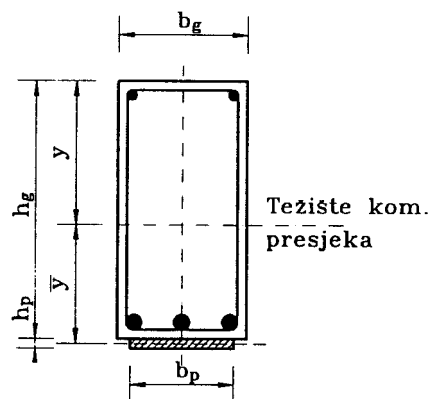
$$\tau_{\max} = h_p (b_3 \cdot \sqrt{A} + b_2) \quad (6)$$

gdje je:

$$A = \frac{G_a}{h_a \cdot h_p \cdot E_p}$$

$$b_1 = \frac{\bar{y} \cdot a_1 \cdot E_p}{I_{tr} \cdot E_c}, \quad b_2 = \frac{\bar{y} \cdot E_p}{I_{tr} \cdot E_c} (2a_1 \cdot L_0 + a_2)$$

$$b_3 = E_p \left[ \frac{\bar{y}}{I_{tr} \cdot E_c} (a_1 \cdot L_0^2 + a_2 \cdot L_0 + a_3) + 2b_1 \frac{h_a \cdot h_p}{G_a} \right]$$



Slika 2. Poprečni presjek

$I_{tr}$  - moment tromosti kompozitnog presjeka zamijenjen ekvivalentnim od betona

$a_1, a_2$  i  $a_3$  - koeficijenti polinoma koji definiraju dijagram momenata savijanja

$\bar{y}$  - udaljenost težišta lamele od težišta kompozitnog presjeka (slika 2.)

$L_0$  - razmak od ishodišta  $x_0$ -osi do početka lamele od FRP-a (slika 1.)

$x_0 = x + L_0$  - udaljenost od ishodišta u definiranju momenta savijanja.

Najveći normalni napon bit će u  $x = 0$ :

$$\sigma_{\max} = \frac{k_n}{2\beta^3} \left( \frac{V_p}{E_p \cdot I_p} - \frac{V_c + \beta \cdot M_0}{E_c \cdot I_c} \right) + \frac{q \cdot E_p \cdot I_p}{b_p \cdot E_c \cdot I_c} \quad (7)$$

gdje je:

$$k_n = E_d / h_a$$

$$\beta = [k_n \cdot b_p / (4E_p \cdot I_p)]^{0.25}$$

$M_0$  - moment savijanja u gredi od vanjskog opterećenja na kraju lamele

$E_c$  - modul elastičnosti betonske grede

$I_c$  - moment tromosti betonske grede

$q$  - ukupno kontinuirano opterećenje na gredi (G+Q)

$V_c = V_0 + V_c^s$  - poprečna sila u gredi

$V_p = V_p^s$  - poprečna sila u lameli

$V_0$  - poprečna sila u gredi od vanjskog opterećenja na kraju lamele

$$V_c^s = -b_p \cdot \bar{y}_c \cdot h_p (b_3 \sqrt{A} + b_2)$$

- poprečna sila na kraju lamele u betonskoj gredi zbog posmičnih napona na spoju

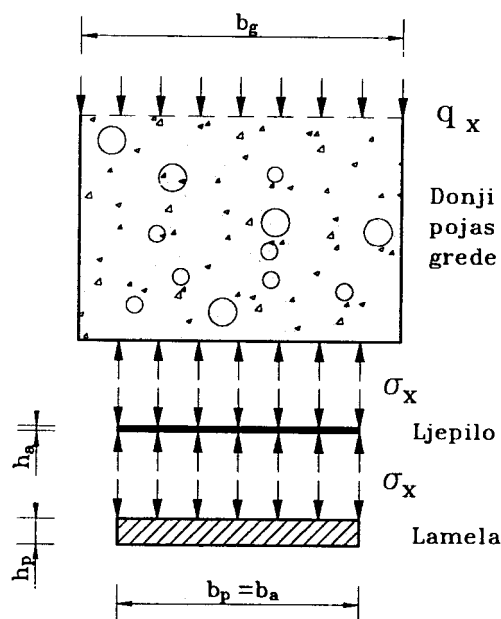
$\bar{y}_c$  - udaljenost težišta betonske grede do donjeg ruba

$$V_p^s = -\frac{1}{2} b_p \cdot h_p^2 (b_3 \sqrt{A} + b_2)$$

- poprečna sila blizu kraja lamele u lameli zbog posmičnih napona na spoju.

#### Učinak pukotina od savijanja

Pukotine imaju značajnu ulogu u preraspodjeli posmičnih napona. Da bi se utvrdio taj utjecaj, pretpostavljen je razmak pukotina "l" uzduž grede te primijenjena ista procedura za određivanje napona kao za neraspucano stanje.



Slika 3. Normalni naponi na spoju beton/ljepilo/lamela

Korigirane su integralne konstante te dobiven modificirani izraz za najveći posmični napon u području pukotine:

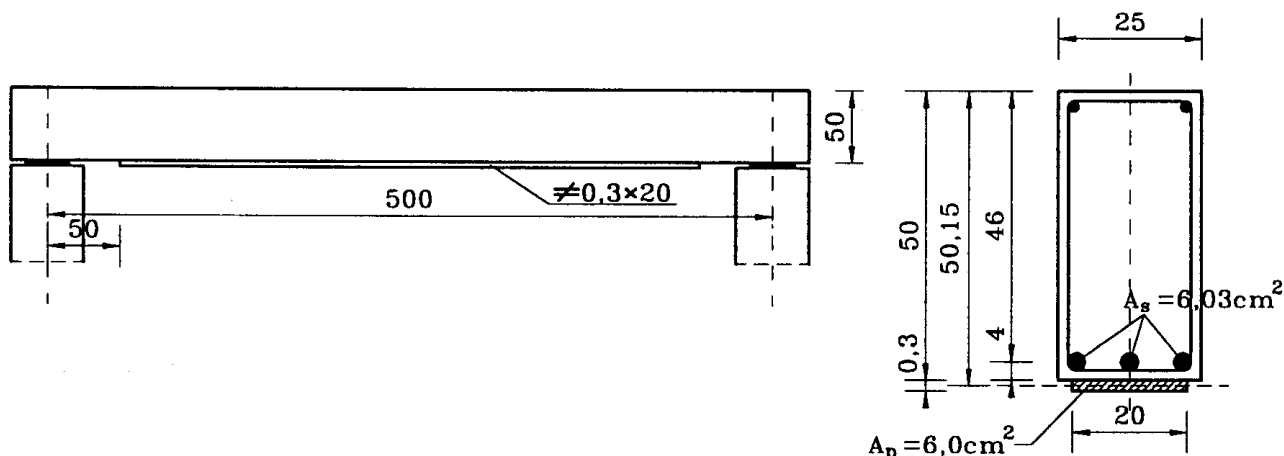
$$\tau_{\max} = h_p [b_2 + \sqrt{A}(b_3 - f_1)] \quad (8)$$

U izrazu (8)  $f_1$  jest uzdužni napon u lameli koji je potrebno odrediti. Međutim, kako je vrijednost toga napona na kraju lamele nula, to  $f_1$  ne utječe na povećanje najvećega posmičnog a time i normalnog napona. Isto tako utjecaj vlačnog napona u lameli na mjestu pukotine nije bitan zbog toga što su normalni naponi uz pukotine tlačni (slika 3.) te zbog manje koncentracije posmičnih i normalnih napona oko pukotine od one na krajevima lamele. Dokazano je također da lamela armirana u jednom smjeru daje rezultate jednake onima ortotropnih ploča.

Rezultate dobivene prema izrazima (6) i (7), autori ovog prijedloga uspoređivali su s onima dobivenim uporabom metode konačnih elemenata, te rezultatima ispitivanja koja su sami proveli. U zaključku navode da se rezultati dobro podudaraju te sugeriraju uporabu predložene analitičke metode za brzu provjeru lokalne nosivosti, odnosno cjelovitosti grede i lamele po cijeloj duljini.

#### 3.4 Primjer

Valja ojačati gredu, dimenzija prema slici 4., naprezanu kontinuiranim opterećenjem u koje je uključena i vlastita težina ( $G + Q = 21 + 12$  kN/m). Kakvoća gradiva grede jest beton C 25/30 i čelik RA 400/500. Za ojačavanje grede rabiti će se lamele od CFRP-a te epoksid smola za lijepljenje. Mehanička svojstva lamele, proizvodnje BBR



Slika 4. Uzdužni i poprečni presjek ojačane grede

sustava iz Švicarske, su: vlačna čvrstoća  $3300 \text{ N/mm}^2$ , modul elastičnosti  $165000 \text{ N/mm}^2$ , udio vlakna 65-70%. Modul elastičnosti epoksidne smole jest  $300 \text{ N/mm}^2$ , a posmika  $120 \text{ N/mm}^2$ , dok joj je računaska čvrstoća na posmik  $3,5 \div 4 \text{ N/mm}^2$  [6]. Razmak gređa jest 4,0 m. Vlačna armatura u gređi jest  $3\phi 16$ .

Dimenzioniranje na savijanje-izrazi (1), (2) i (3)

$$M_{Sd} = 1,35 \cdot 21 \cdot 5,0^2 / 8 + 1,5 \cdot 12 \cdot 5,0^2 / 8 = 144,84 \text{ kNm}$$

$$f_{cd} = 25 / 1,5 = 16,66 \text{ N/mm}^2, f_{yd} = 400 / 1,15$$

$$= 347,8 \text{ N/mm}^2 < \frac{0,0105 \cdot 165000}{1,5} = 1155 \text{ N/mm}^2$$

Pretpostavlja se debljina lamele 3mm i ljepila 1mm

$$d_{1sp} = \frac{6,03(4+0,3) + 3,79 \cdot 0,15}{6,03 + 3,79} = 2,7 \text{ cm}$$

$$d_{sp} = 50 + 0,3 - 2,7 = 47,6 \text{ cm}$$

$$\text{Za } \mu_{Sd} = \frac{14484}{25 \cdot 47,6^2 \cdot 1,66} = 0,154 < \mu_{Rd,lim}$$

bit će  $\varepsilon_{c2} = -3,5\%$ ,

$$\varepsilon_{s1} = 10,5\% < \frac{3300 / 1,5}{165} = 13,3\%, \zeta = 0,896,$$

$$\text{pa je } \bar{A}_p = \frac{14484}{0,896 \cdot 47,6 \cdot 34,78} - 6,03 = 3,73 \text{ cm}^2$$

Odabire se

$$A_p = 0,3 \cdot 20 = 6,0 \text{ cm}^2, \text{ odnosno}$$

$$\bar{A}_p = 6,0 \cdot 165 \cdot 1,15 / (200 \cdot 1,5) = 3,79 \text{ cm}^2$$

Provjera lokalne nosivosti

Metoda Roberts-a- izrazi (4) i (5)

Rezne sile na udaljenosti 50 cm od osi ležaja za čestu kombinaciju djelovanja

$$V = 33 \cdot 5,0 / 2 - 33 \cdot 0,5 = 66,0 \text{ kN}$$

$$M = 82,5 \cdot 0,5 - 33 \cdot 0,5^2 / 2 = 37,1 \text{ kNm}$$

Položaj neutralne osi na mjestu pukotine

$$\frac{x^2 \cdot 25}{2} \cdot \frac{30,5}{165} - 6,03 \frac{200}{165} (46 - x) - 6,0(50,15 - x) = 0$$

$$x = 14,0 \text{ cm}$$

Moment tromosti kompozitnog presjeka s obzirom na x-os

$$I = \frac{25 \cdot 14,0^3 \cdot 30,5}{3 \cdot 165} + \frac{6,03 \cdot 200}{165} (46 - 14,0)^2$$

$$+ 20 \cdot 0,3 (50,15 - 14,0)^2 = 19552 \text{ cm}^4$$

$$k_s = 12 \cdot 20 / 0,1 = 2400 \text{ kN/cm}^2$$

$$k_n = 30 \cdot 20 / 0,1 = 6000 \text{ kN/cm}^2$$

$$I_p = 2 \cdot 0,3^3 / 12 = 0,045 \text{ cm}^4$$

Posmični i normalni naponi na mjestu pukotine

$$\tau_{\max} = \left\{ 66 + \left[ \frac{2400}{16500 \cdot 20 \cdot 0,3} \right]^{1/2} 3710 \right\}$$

$$\frac{20 \cdot 0,3}{19552 \cdot 20} (50,15 - 14,0) = 0,357 \text{ kN/cm}^2$$

$$\dots 3,57 \text{ N/mm}^2 < \tau_{ad} = 3,5 \div 4 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{\max} = 0,357 \cdot 0,3 \left[ \frac{6000}{4 \cdot 16500 \cdot 0,045} \right]^{1/4} = 0,128 \text{ kN/cm}^2 \dots$$

$$1,28 \text{ N/mm}^2$$

Posmični i normalni naponi, prema istoj metodi, za presjek bez pukotine

$$y = 26,2 \text{ cm}, y_d = 50,3 - 26,2 = 24,1 \text{ cm}, I_g = 54777 \text{ cm}^4$$

$$\tau_{\max} = 0,84 \text{ N/mm}^2, \sigma_{\max} = 0,30 \text{ N/mm}^2$$



Prema ovoj metodi utjecaj momenta tromosti na kraju lamele je značajan.

Metoda Malek i drugi-izrazi (6) i (7)

$$A = \frac{12}{0,1 \cdot 0,3 \cdot 16500} = 0,056 \text{ cm}^{-2}$$

Udaljenost težišta kompozitnog presjeka od gornjeg ruba:  
 $y = 26,2 \text{ cm}$

Dijagram momenata savijanja je parabola II. reda pa je:

$$a_1 = -q/2 = -0,33/2 = -0,165 \text{ kN/cm}$$

$$a_2 = q \cdot l/2 = 0,33 \cdot 500/2 = 82,5 \text{ kN}$$

$$a_3 = 0$$

$$I_{rr} = \frac{25 \cdot 50^3}{12} + 25 \cdot 50(26,2 - 25)^2 + 6,03 \frac{200}{30,5} (23,95 - 4,15)^2 + 6,0 \frac{165}{30,5} 23,95^2 = 296337 \text{ cm}^4$$

$$L_0 = 50 \text{ cm}$$

$$\bar{y} = 50,15 - 26,2 = 23,95 \text{ cm}$$

$$b_1 = -0,0000721 \text{ kN/cm}^4$$

$$b_2 = 0,029 \text{ kN/cm}^3$$

$$b_3 = 1,617 \text{ kN/cm}^2$$

Posmični i normalni naponi na kraju lamele ( $x = 0$ )

$$\tau_{\max} = 0,3(1,617\sqrt{0,056} + 0,029) = 0,123 \text{ kN/cm}^2 \dots 1,23 \text{ N/mm}^2 < \tau_{ad}$$

$$k_n = 30/0,1 = 300 \text{ kN/cm}^3$$

$$\beta = (300 \cdot 20 / (4 \cdot 16500 \cdot 0,045))^{0,25} = 1,192 \text{ cm}^{-1}$$

$$M_0 = 3710 \text{ kNm}$$

$$E_c = 3050 \text{ kN/cm}^2$$

$$I_c = 25 \cdot 50^3 / 12 = 260417 \text{ cm}^4$$

$$\bar{y}_c = 25 \text{ cm}$$

$$V_c^s = -20 \cdot 25 \cdot 0,3(1,617\sqrt{0,056} + 0,029) = -61,75 \text{ kN}$$

$$V_c = 66 - 61,75 = 4,25 \text{ kN}$$

$$V_p = V_p^s = -\frac{1}{2} 20 \cdot 0,3^2 (1,617\sqrt{0,056} + 0,029) = -0,370 \text{ kN}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{300}{2 \cdot 1,192^3} \left( \frac{-0,370}{16500 \cdot 0,045} - \frac{4,25 + 1,192 \cdot 3710}{3050 \cdot 260417} \right) + \frac{0,33 \cdot 16500 \cdot 0,045}{20 \cdot 3050 \cdot 260417} = -0,045 \text{ kN/cm}^2 \dots -0,45 \text{ N/mm}^2 \cdot (\text{vlak})$$

*Komentar uz riješeni primjer*

Za provjeru lokalne nosivosti primjenjene su dvije metode. Po prvoj, starijoj, koju je predložio Robertson, pretpostavlja se raspucalost grede te rabi moment tromosti kompozitnog presjeka za slučaj naponskog stanja II, dok se prema novijem prijedlogu, kojeg su predložili Malek i drugi, primjenjuje moment tromosti kompozitnog presjeka za naponsko stanje I. Rezultati dobiveni za najveće posmične i normalne napone, po dvije metode primijenjene u ovome radu, osjetno se razlikuju. Prema prvom prijedlogu naponi su veći približno 3 puta, ali još uvijek manji od računске čvrstoće. Međutim, ako se predvidi kompozitni presjek bez pukotine, oni su manji u odnosu prema drugoj metodi približno 1,5 puta. Kako su autori novijeg prijedloga došli do spoznaje da je utjecaj pukotina zanemariv, Robertsonovu metodu može se smatrati konzervativnom. Predlaže se rabiti Malekovu metodu, provjerenu metodom konačnih elemenata i eksperimentiranjem, za prognozu najvećih posmičnih i normalnih napona na krajevima lamele te između lamele i vlačne armature.

#### 4 Zaključak

Kod nas, i u svijetu, više nego ikada aktualna je potreba ojačavanja armiranobetonskih konstrukcija zbog više razloga. Sve do nedavno, za povećanje nosivosti, uglavnom se je rabio čelik nalijepljen na betonsku podlogu. Zbog nepovoljnog učinka korozije čelika na epoksidnu smolu, ova se tehnologija napušta, a sve više primjenjuju se tanki proizvodi od vlaknima armiranog polimera, također nalijepljeni na priređenu betonsku podlogu. Rabe se plahte od polimera armiranog vlaknima u jednom ili dva smjera te lamele i trake od polimera armiranog samo u uzdužnom smjeru.

Za ojačavanje greda naprezanih momentima savijanja, zbog jednostavnosti, najčešće se rabe trake i lamele konstantnog presjeka. Pri takvom načinu ojačavanja potrebno je iz uvjeta nosivosti na savijanje proračunati potrebnu površinu lamele od FRP-a te provjeriti lokalne najveće posmične i normalne napone na krajevima lamele. Naime, istraživanja provedena u nekoliko zemalja pokazala su da zbog ovih napona može doći do odvajanja krajeva lamele te je dokaz lokalne nosivosti sastavni dio proračuna ojačavanja.

U ovome radu opisan je postupak proračuna na savijanje, odnosno za određivanje potrebne površine lamele od

FRP-a, u skladu s proračunom armiranobetonskih konstrukcija prema Europropisima 2. Prihvaća se postojeći čelik u gredi, a zbog pojednostavnjenja proračuna, površina lamele od FRP-a zamjenjuje se odgovarajućom od čelika u odnosu modula elastičnosti i koeficijenata sigurnosti za materijale.

Za provjeru lokalnih posmičnih i normalnih napona opisane su dvije metode, obje primijenjene u priloženom primjeru. Starija metoda Roberts sa daje veće vrijednosti za napone, uz pretpostavku pojave pukotina od savijanja

u odnosu prema novijoj Malika i drugih i uz pretpostavku da je utjecaj pukotina zanemariv. Predlaže se rabiti noviji postupak, provjeren metodom konačnih elemenata, i zbog dobrog podudaranja izračunanih vrijednosti s onima dobivenim eksperimentalnim istraživanjem.

Preporučuje se ojačavati armiranobetonske konstrukcije tankim proizvodima od vlaknima armiranog polimera zbog mnogih prednosti i dobrog ponašanja, pogotovo u agresivnoj sredini za čelik.

## LITERATURA

- [1] Taerwe, L. R.; Matthys, S.: *FRP for Concrete Construction: Activities in Europe*, Concrete International, The Magazine of ACI, October, 1999., 33.-36.
- [2] Dolan, C. W.: *FRP Prestressing in the U.S.A.*, Concrete International, The Magazine of ACI, October, 1999., 21.-24.
- [3] Klein, P.; Winkler, N.: *Application of Carbon Fibre Products CFP in Construction*, NEW TECHNOLOGIES IN STRUCTURAL ENGINEERING, Volume 1, Lisbon, Portugal, July 2.-5., 1997., 207.-214.
- [4] Čorko, D.; Kovačić, D.; Lovrenčić, D.: *Prikaz primjene traka od karbonskih vlakna pri sanaciji svodova*, HSGI, Sabor hrvatskih graditelja 2000, Zbornik radova, Cavtat 6.-8. travanj 2000., 373.-379.
- [5] Saadatmanesh, H.; Ehsani, M.R.: *RC Beams Strengthened with GFRP Plates, Parts I: Experimental Study*, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 117, No. 11, 1991., 3417.-3433.
- [6] Sharif, A.; Al-Sulaimani, G. J.; Basunbul, I. A.; Baluch, M. H.; Ghaleb, B. N.: *Strengthening of Initially Loaded Reinforced Concrete Beams Using FRP Plates*, ACI Structural Journal, Vol. 91, No. 2, March-April, 1994., 160.-168.
- [7] Malek, A. M.; Saadatmanesh, H.; Ehsani, M. R.: *Prediction of Failure Load, of R/C Beams Strengthened with FRP Plate Due to Stress Concentration at the Plate End*, ACI Structural Journal, Vol. 95, No. 2, March-April, 1998., 142.-152.
- [8] Grace, N. F.; Sayed, G. A.; Soliman, A. K.; Saleh, K. R.: *Strengthening Reinforced Concrete Beams Using Fiber Reinforced Polymer (FRP) Laminates*, ACI Structural Journal, Vol. 96, No. 5, September-October, 1999., 865.-874.
- [9] Sen, R.; Shahawy, M.; Mullins, G.; Spain, J.: *Durability of Carbon Fiber-Reinforced Polymer/Epoxy/Concrete Bond in Marine Environment*, ACI Structural Journal, Vol. 96, No. 6, November-December, 1999., 906.-914.
- [10] Benmokrane, B.; Chaallal, O.; Masmoudi, R.: *Flexural Response of Concrete Beams Reinforced with FRP Reinforcing Bars*, ACI Structural Journal, Vol. 93, No. 1, January-February, 1996., 46.-55.
- [11] Tomičić, I.: *Betonske konstrukcije*, DHGK, Zagreb, 1996.
- [12] Tomičić, I.: *Betonske konstrukcije-odabrana poglavlja*, Zagreb, 1996.
- [13] Tomičić, I.: *Kabeli od polimera armiranig vlaknima, Ceste i mostovi*, 46 (2000) 5-6, 95.-101.