

Gerberovi nosači

Dminić, Stela

Undergraduate thesis / Završni rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:176226>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-13**

Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,
University of Zagreb](#)





Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Stela Dminić

GERBEROVI NOSAČI

ZAVRŠNI ISPIT

Zagreb, 2024.



Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Stela Dminić

GERBEROVI NOSAČI

ZAVRŠNI ISPIT

Mentor: izv. prof. dr. sc. Marta Šavor Novak

Zagreb, 2024.



University of Zagreb

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Stela Dminić

GERBER SYSTEMS

FINAL EXAM

Supervisor: izv. prof. dr. sc. Marta Šavor Novak

Zagreb, 2024.

SAŽETAK

Ovaj završni rad opisuje primjenu Gerberovih nosača pri konstruiranju mostova. Teoretski dio opisuje osnovne pojmove i metode statičkog proračuna, nakon čega se teorija primjenjuje na stvarnom primjeru nadvožnjaka. Primjenom teorije o Gerberovim nosačima, konstrukcija će prvo biti proračunata analitički, nakon čega će rezultati biti provjereni korištenjem softverskog paketa LinPro.

Ključne riječi: statika; Gerber; nosači; mostovi; proračun grede

SUMMARY

The subject of this final paper is the application of Gerber systems in the construction of bridges. The theoretical part describes the basic concepts and methods of static calculation, after which the theory is applied to a real-world example of an overpass. Applying the theory of Gerber supports, the structure will first be calculated analytically, after which the results will be validated using LinPro software package for static analysis.

Key words: statics; Gerber joint; girder; bridge; beam analysis

SADRŽAJ

SAŽETAK	iv
SUMMARY	v
SADRŽAJ	vi
1. UVOD	1
2. METODE I TEHNIKE RADA	2
3. STATIČKI ODREĐENI I NEODREĐENI SUSTAVI	3
4. ANALITIČKI PRORAČUN	6
4.1. Ulazni podaci.....	6
4.2. Gerberovi nosači	7
4.2.1. Određivanje ležajnih reakcija.....	7
4.2.2. Proračun momenata savijanja	11
4.3. Jednostavno oslonjene grede.....	13
4.3.1. Određivanje ležajnih reakcija.....	13
4.3.2. Proračun momenata savijanja	17
4.5. Kontinuirani nosači.....	18
4.5.1. Osnovni sustav.....	19
4.5.2. Osnovni sustav opterećen kontinuiranim opterećenjem	19
4.5.3. Osnovni sustav opterećen jediničnim momentom savijanja, $X_1=1$	20
4.5.4. Osnovni sustav opterećen jediničnim momentom savijanja, $X_2=1$	22
4.5.5. Jednadžbe kompatibilnosti pomaka	24
4.5.6. Konačni sustav – određivanje ležajnih reakcija.....	25
4.5.7. Konačni sustav - proračun momenata savijanja.....	30
5. POTVRDA PRORAČUNA KORIŠTENJEM SOFTVERA	32
5.1. Gerberovi nosači	32
5.2. Jednostavno oslonjene grede.....	33
5.3. Kontinuirani nosači.....	34
6. ZAKLJUČAK	35
POPIS LITERATURE	37
POPIS SLIKA	38
POPIS TABLICA	40

1. UVOD

Ljudska potreba za savladavanjem prepreka u prirodi stalno je prisutna. Kao odgovor na tu potrebu, čovjek još od davnina gradi mostove. Tijekom povijesti, na temelju iskustava, saznanja i različitih proračuna, formirao se čitav spektar mostova koje razlikujemo prema nosivoj konstrukciji, izgledu i obliku, gradivu od kojeg je most sagrađen, te prema još mnogim različitim čimbenicima. No, svi mostovi imaju isti cilj – prevesti promet preko zapreke koju premošćuju.

Najraniji oblici mostova sastojali su se od jednostavno oslonjenih greda u nizu. Nepovoljna karakteristika takvih mostova bili su veliki momenti savijanja na jednostavno oslonjenim gredama. U svrhu smanjenja momenata savijanja počinju se koristiti kontinuirani nosači - statički neodređeni nosači horizontalno položeni iznad dva ili više otvora, pri čemu između krajnjih ležajeva nema zglobova. No, kontinuirani nosači pokazali su se neprikladnima u slučajevima nejednolikih slijeganja ležajeva ili nejednolikih promjena temperature. Razlog tome je statička neodređenost kontinuiranih nosača koji su podložni negativnom utjecaju spomenutih djelovanja - ovakva djelovanja uzrokuju pojavu znatnih unutarnjih sila i reakcija.

Kao rješenje, sredinom 19. stoljeća, njemački inženjer Heinrich Gerber (1832. – 1912.) primjećuje da se postavljanjem zglobova u ispravno raspoređene presjeke na nosaču može postići oboje: smanjenje momenata savijanja u poljima i izbjegavanje utjecaja slijeganja i promjena temperature. Godine 1868. patentira svoju zamisao te se u mostogradnji počinju koristiti Gerberovi nosači; statički određeni ravninski ravni nosači horizontalno položeni iznad dva ili više otvora.

Tema ovog završnog rada su Gerberovi nosači, a kao primjer ovakve konstrukcije opisan je nadvožnjak u blizini jezera Annone u Italiji. Nadvožnjak se nalazio u regiji Lombardiji te se 2016. godine urušio.

2. METODE I TEHNIKE RADA

Proračun obuhvaća određivanje ležajnih reakcija analitičkim postupkom, skicu modela, dijagram momenata savijanja M i dijagram poprečnih sila T . Rezultati proračuna potvrđeni su korištenjem softverskog paketa LinPro.

Ležajne reakcije i unutarnje sile kontinuiranog nosača proračunate su metodom sila. Vrijednosti pomaka koji se pojavljuju u uvjetima kompatibilnosti izračunavamo metodom jedinične sile ili jediničnog momenta savijanja. Principom superpozicije možemo izračunati vrijednosti pomaka za zasebna djelovanja zadanog opterećenja i pojedinih jediničnih sila, odnosno jediničnih momenata savijanja u raskinutim vezama.

3. STATIČKI ODREĐENI I NEODREĐENI SUSTAVI

Uz Gerberov nosač, u ovom su radu proračunate ležajne reakcije i unutarnje sile kontinuiranog nosača i nosača koji se sastoji od jednostavno oslonjenih greda u nizu. Riječ je o tri geometrijski nepromjenjiva sustava različitog stupnja statičke neodređenosti i različitog rasporeda zglobova.

Sustav je geometrijski nepromjenjiv ako se ponaša kao jedno kruto tijelo – oblik može promijeniti samo ako mu se dijelovi deformiraju. Statičko svojstvo geometrijski nepromjenjivog sustava je da je ravnoteža moguća pod bilo kakvim opterećenjem.

Stupanj statičke neodređenosti može se definirati sa kinematičkog i statičkog stajališta. S kinematičkog stajališta stupanj statičke neodređenosti predstavlja razliku ukupnog broja veza i najmanjega broja veza potrebnog za geometrijsku nepromjenjivost promatranog sustava. Shodno tome, stupanj statičke neodređenosti predstavlja broj prekobrojnih veza, pri čemu prekobrojne veze nisu nepotrebne, već samo prekobrojne pri zadovoljenju uvjeta geometrijske nepromjenjivosti. Iz toga zaključujemo da je sustav statički određen ukoliko je zadovoljen nužan uvjet statičke određenosti, koji je ujedno i nužan uvjet geometrijske nepromjenjivosti sustava:

$$S_{min} = n_D * 3 - n_L - n_{Z2} * 2 - n_{Z3} * 4 - n_{Z4} * 6 \dots = 0$$

gdje je

- n_D broj međusobno povezanih diskova s 3 stupnja slobode
- n_L broj ležajnih reakcija
- n_{Z2} broj zglobova koji povezuje 2 diska
- n_{Z3} broj zglobova koji povezuje 3 diska
- n_{Z4} broj zglobova koji povezuje 4 diska.

Sa statičkog stajališta stupanj statičke neodređenosti je razlika broja nepoznatih vrijednosti sila i broja neovisnih uvjeta ravnoteže koje možemo postaviti za izdvojene dijelove sustava, kao i za sustav kao cjelinu.

Promatrajući kontinuirani nosač preko tri raspona, zaključujemo da je riječ o dva puta statički neodređenom sustavu. Postoje dvije prekobrojne veze (dva srednja ležaja) za ostvarivanje geometrijske nepromjenjivosti.



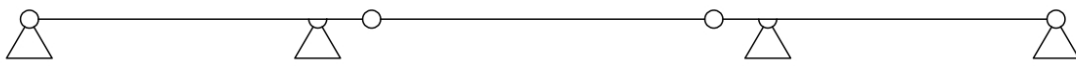
Slika 1.: Kontinuirani nosač

Spomenute prekobrojne veze u kontinuiranom nosaču moguće je ukloniti umetanjem zglobova u presjeke iznad ležajeva. Pritom sustav postaje nosač sastavljen od jednostavno oslonjenih greda u nizu. Takav je sustav, jasno, statički određen - ne postoje veze koje bi se mogle ukloniti, a da se zadrži geometrijska nepromjenjivost sustava.



Slika 2.: Nosač sastavljen od jednostavno oslonjenih greda u nizu

Osim u presjeke iznad ležajeva, zglobovi se mogu postaviti i u presjeke unutar polja nosača. Na taj način sustav također postaje statički određen, no više se ne sastoji od jednostavno oslonjenih greda u nizu. Riječ o Gerberovom nosaču, čiji su elementi međusobno povezani Gerberovim zglobovima.

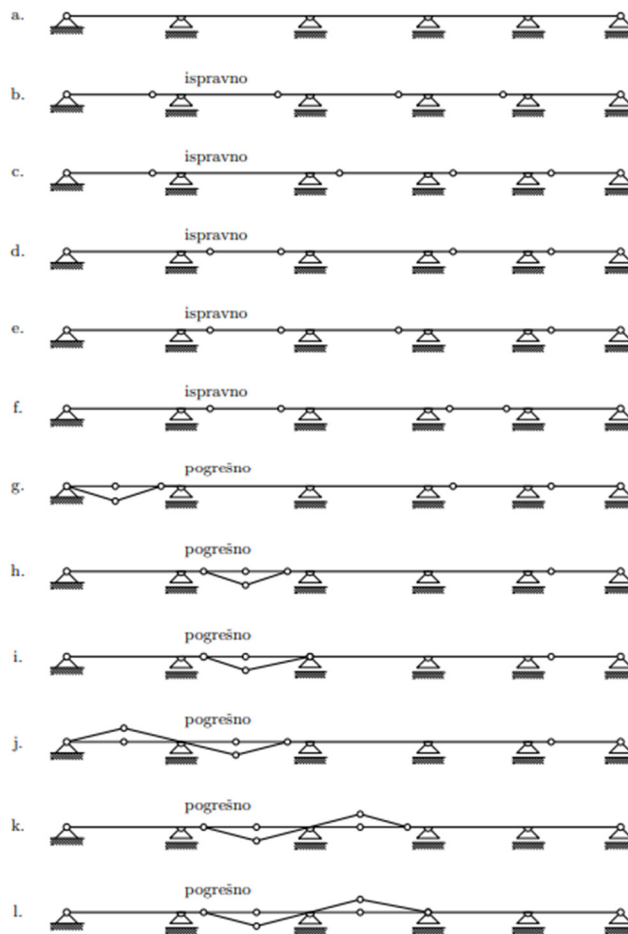


Slika 3.: Gerberov nosač

Kod Gerberovih nosača je raspored zglobova vrlo važan. Prije svega, potrebno je zadovoljiti uvjet statičke određenosti, kao i uvjet geometrijske nepromjenjivosti. No, u određenim situacijama, iako je $S_{min} = 0$, postoji opasnost od pojave lokalnih mehanizama, pri čemu je unutar jednog ili više polja geometrijska nepromjenjivost narušena. Kako bi se spomenuti problem izbjegao, kod postavljanja Gerberovih zglobova treba poštivati sljedeća pravila:

- u jednom polju se ne smije nalaziti više od dva zgloba
- u dva susjedna polja ne smiju biti po dva zgloba.

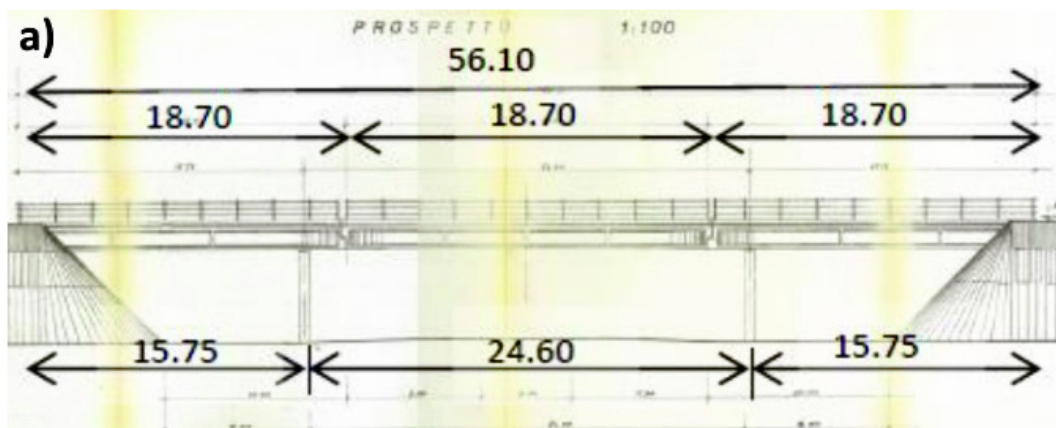
Također, kako bi Gerberov nosač uopće imao smisla, potrebno je pravilnim rasporedom zglobova osigurati smanjenje momenata savijanja u odnosu na sustav jednostavno oslonjenih greda. Obzirom da su kod Gerberovih nosača nul-točke momentnog dijagrama pomaknute u polja, pojavit će se momenti savijanja nad samim ležajevima. Intenziteti momenata savijanja nad ležajevima ponekad mogu biti veći nego u poljima jednostavno oslonjenih greda u nizu, pa je pravilnim rasporedom zglobova to potrebno korigirati.



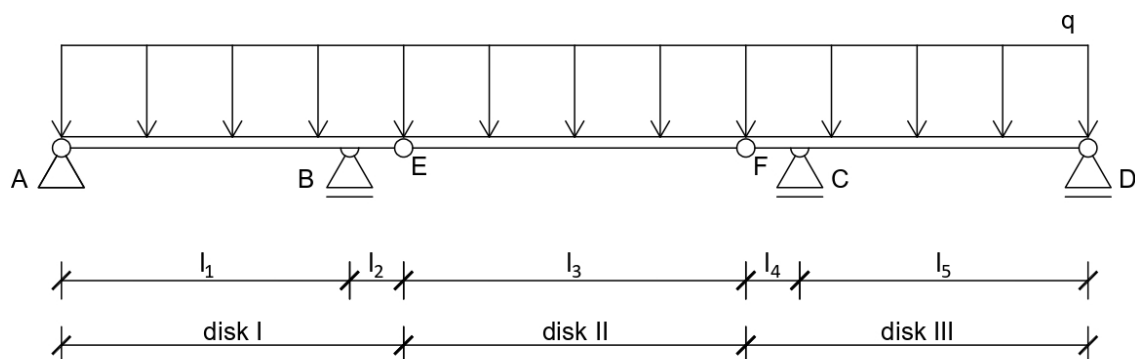
Slika 4.: Raspored zglobova u Gerberovom nosaču (Izvor: [1])

4. ANALITIČKI PRORAČUN

4.1. Ulazni podaci



Slika 5: Osnovne dimenzije mosta (Izvor: [2])



Slika 6.: Postavljen zadatak

$$q' = 2,5 \text{ kN/m}^2$$

$$b = 7 \text{ m}$$

$$q = q' * b$$

$$q = 2,5 * 7$$

$$q = 17,5 \text{ kN/m}$$

$$l_1 = 15,75 \text{ m}$$

$$l_2 = 2,95 \text{ m}$$

$$l_3 = 18,7 \text{ m}$$

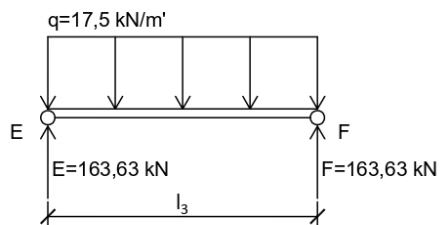
$$l_4 = 2,95 \text{ m}$$

$$l_5 = 15,75 \text{ m}$$

4.2. Gerberovi nosači

4.2.1. Određivanje ležajnih reakcija

Disk II:



Slika 7.: Dijagram sila za disk II

$$\Sigma M_E = 0$$

$$-q * \frac{l_3^2}{2} + F * l_3 = 0$$

$$F = q * \frac{l_3}{2}$$

$$F = 17,5 * \frac{18,7}{2}$$

$$F = 163,63 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_F = 0$$

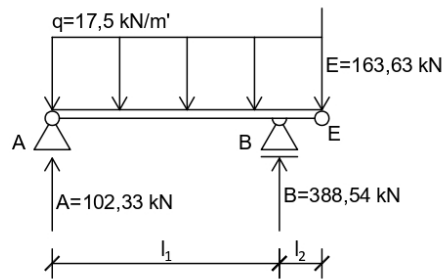
$$q * \frac{l_3^2}{2} - E * l_3 = 0$$

$$E = q * \frac{l_3}{2}$$

$$E = 17,5 * \frac{18,7}{2}$$

$$E = 163,63 \text{ kN}$$

Disk I:



Slika 8.: Dijagram sila za disk I

$$\Sigma M_A = 0$$

$$-q * \frac{(l_1 + l_2)^2}{2} + B * l_1 - E * (l_1 + l_2) = 0$$

$$B = \frac{q * \frac{(l_1 + l_2)^2}{2} + E * (l_1 + l_2)}{l_1}$$

$$B = \frac{17,5 * \frac{(15,75 + 2,95)^2}{2} + 163,63 * (15,75 + 2,95)}{15,75}$$

$$B = 388,54 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_E = 0$$

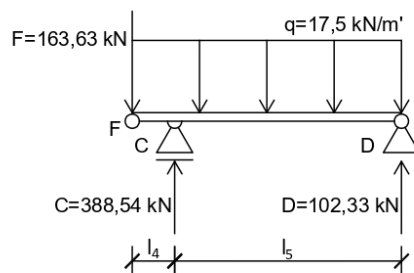
$$-A * (l_1 + l_2) + q * \frac{(l_1 + l_2)^2}{2} - B * l_2 = 0$$

$$A = \frac{q * \frac{(l_1 + l_2)^2}{2} - B * l_2}{l_1 + l_2}$$

$$A = \frac{17,5 * \frac{(15,75 + 2,95)^2}{2} - 388,54 * 2,95}{15,75 + 2,95}$$

$$A = 388,54 \text{ kN}$$

Disk III:



Slika 9.: Dijagram sila za disk III

$$\Sigma M_D = 0$$

$$F * (l_4 + l_5) + q * \frac{(l_4 + l_5)^2}{2} - C * l_5 = 0$$

$$C = \frac{F * (l_4 + l_5) + q * \frac{(l_4 + l_5)^2}{2}}{l_5}$$

$$C = \frac{163,63 * (2,95 + 15,75) + 17,5 * \frac{(2,95 + 15,75)^2}{2}}{15,75}$$

$$C = 388,54 \text{ kN}$$

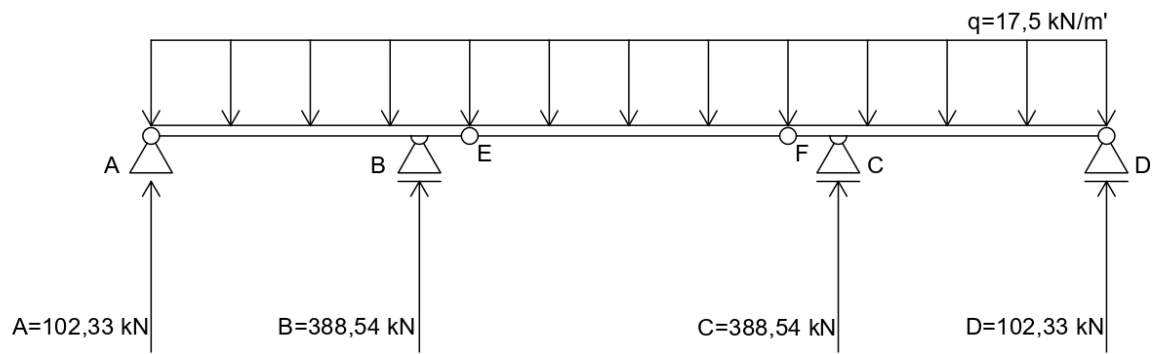
$$\Sigma M_F = 0$$

$$C * l_4 - q * \frac{(l_4 + l_5)^2}{2} + D * (l_4 + l_5) = 0$$

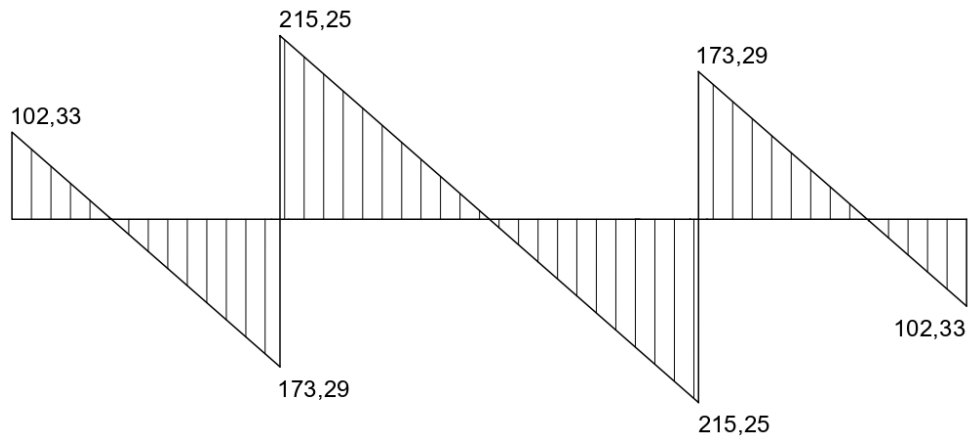
$$D = \frac{q * \frac{(l_4 + l_5)^2}{2} - C * l_4}{l_4 + l_5}$$

$$D = \frac{17,5 * \frac{(2,95 + 15,75)^2}{2} - 388,54 * 2,95}{2,95 + 15,75}$$

$$D = 102,33 \text{ kN}$$



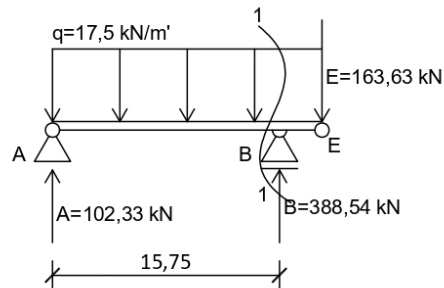
Slika 10.: Reakcije u osloncima



Slika 11.: Dijagram poprečnih sila - T

4.2.2. Proračun momenata savijanja

Vrijednosti momenata savijanja u momentnom dijagramu dobivaju se metodom presjeka nad karakterističnim točkama.

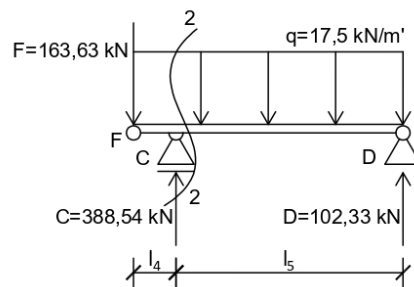


Slika 12.: Moment savijanja u presjeku 1-1

$$\Sigma M_{1-1} = -A * l_1 + q * \frac{l_1^2}{2}$$

$$\Sigma M_{1-1} = -102,33 * 15,75 + 17,5 * \frac{15,75^2}{2}$$

$$\Sigma M_{1-1} = 558,84 \text{ kNm}$$



Slika 13.: Moment savijanja u presjeku 2-2

Analogno, u presjeku 2-2 nad ležajem C gledajući zdesna nalijevo dobiva se:

$$\Sigma M_{2-2} = D * l_5 + q * \frac{l_5^2}{2}$$

$$\Sigma M_{2-2} = 102,33 * 15,75 - 17,5 * \frac{15,75^2}{2}$$

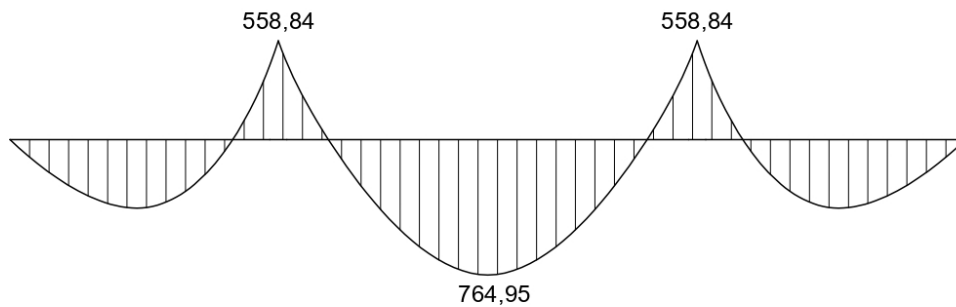
$$\Sigma M_{2-2} = -558,84 \text{ kNm}$$

Na polovici središnjeg raspona moment savijanja je maksimalan:

$$M_{max} = -\frac{ql^2}{8}$$

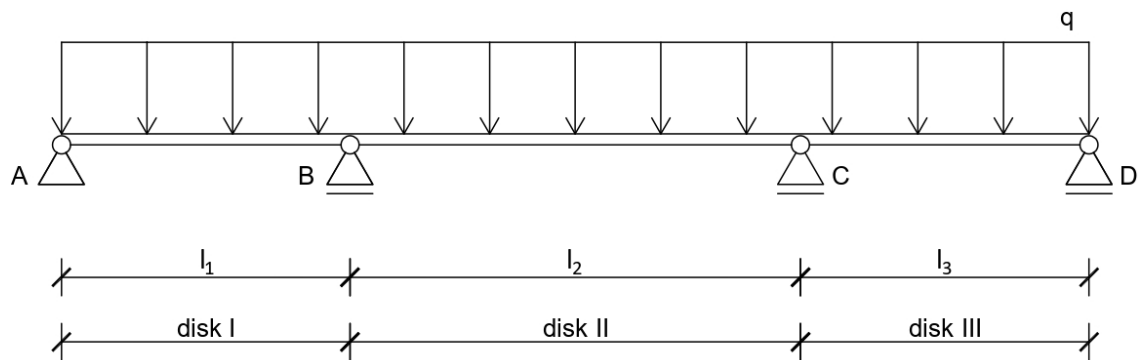
$$M_{max} = -\frac{17,5 * 18,7^2}{8}$$

$$M_{max} = -764,95 \text{ kNm}$$



Slika 14.: Dijagram momenata savijanja - M

4.3. Jednostavno oslonjene grede



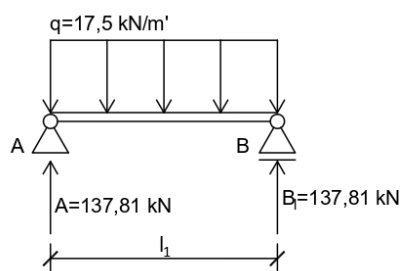
Slika 15.: Postavljen zadatak

$$\begin{aligned} q' &= 2,5 \text{ kN/m}^2 \\ b &= 7 \text{ m} \\ q &= q' * b \\ q &= 2,5 * 7 \\ q &= 17,5 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l_1 &= 15,75 \text{ m} \\ l_2 &= 24,60 \text{ m} \\ l_3 &= 15,75 \text{ m} \end{aligned}$$

4.3.1. Određivanje ležajnih reakcija

Disk I:



Slika 16.: Dijagram sila za disk I

$$\Sigma M_B = 0$$

$$-A * l_1 + \frac{q * l_1^2}{2} = 0$$

$$A = \frac{q * l_1}{2}$$

$$A = \frac{17,5 * 15,75}{2}$$

$$A = 137,81 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

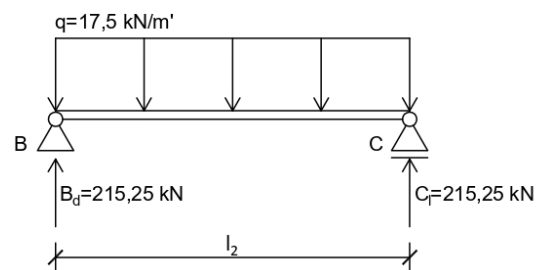
$$-\frac{q * l_1^2}{2} + B_l * l_1 = 0$$

$$B_l = \frac{q * l_1}{2}$$

$$B_l = \frac{17,5 * 15,75}{2}$$

$$B_l = 137,81 \text{ kN}$$

Disk II:



Slika 17.: Dijagram sila za disk II

$$\Sigma M_C = 0$$

$$\frac{q * l_2^2}{2} - B_d * l_2 = 0$$

$$B_d = \frac{q * l_2}{2}$$

$$B_d = \frac{17,5 * 24,6}{2}$$

$$B_d = 215,25 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

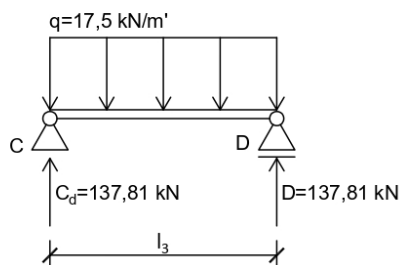
$$C_l * l_2 - \frac{q * l_2^2}{2} = 0$$

$$C_l = \frac{q * l_2}{2}$$

$$C_l = \frac{17,5 * 24,6}{2}$$

$$C_l = 215,25 \text{ kN}$$

Disk III:



Slika 18.: Dijagram sila za disk III

$$\Sigma M_D = 0$$

$$-C_d * l_3 + \frac{q * l_3^2}{2} = 0$$

$$C_d = \frac{q * l_3}{2}$$

$$C_d = \frac{17,5 * 15,75}{2}$$

$$C_d = 137,81 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_C = 0$$

$$-\frac{q * l_3^2}{2} + D * l_3 = 0$$

$$D = \frac{q * l_3}{2}$$

$$D = \frac{17,5 * 15,75}{2}$$

$$D = 137,81 \text{ kN}$$

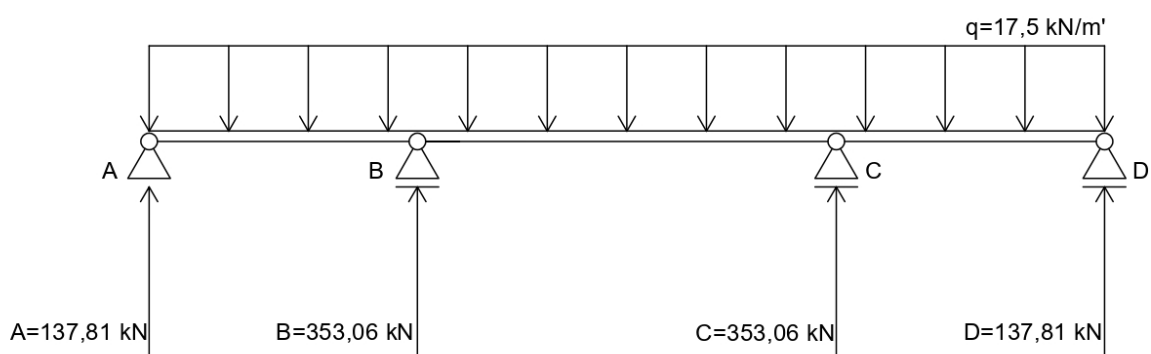
Ukupne reakcije:

$$A = 88,23 \text{ kN}$$

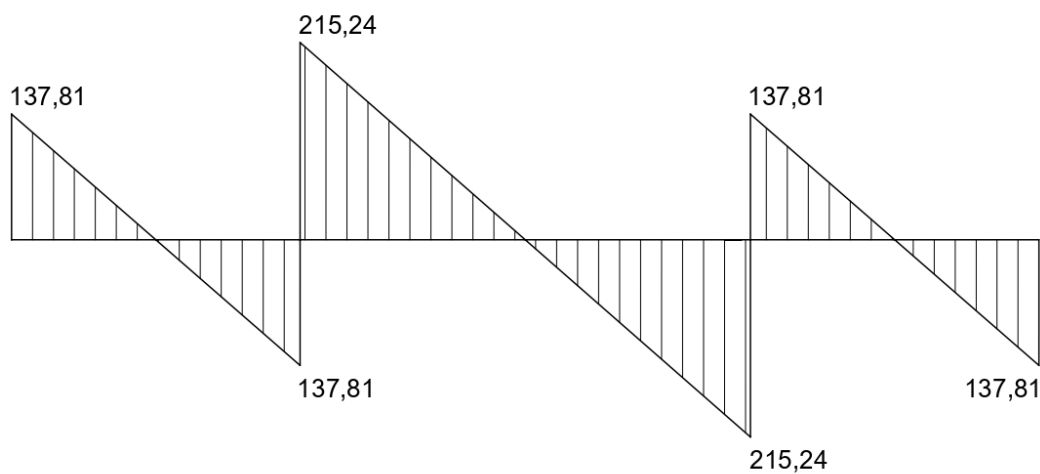
$$B = B_l + B_d = 137,81 + 215,25 = 353,06 \text{ kN}$$

$$C = C_l + C_d = 215,25 + 137,81 = 353,06 \text{ kN}$$

$$D = 88,23 \text{ kN}$$



Slika 19.: Reakcije u osloncima



Slika 20.: Dijagram poprečnih sila - T

4.3.2. Proračun momenata savijanja

Maksimalni moment savijanja istog iznosa pojavit će se u prvom i zadnjem polju:

$$M_{max}^I = M_{max}^{III} = -\frac{q * l_1^2}{8} = -\frac{q * l_3^2}{8}$$

$$M_{max}^I = M_{max}^{III} = -\frac{17,5 * 15,75^2}{8}$$

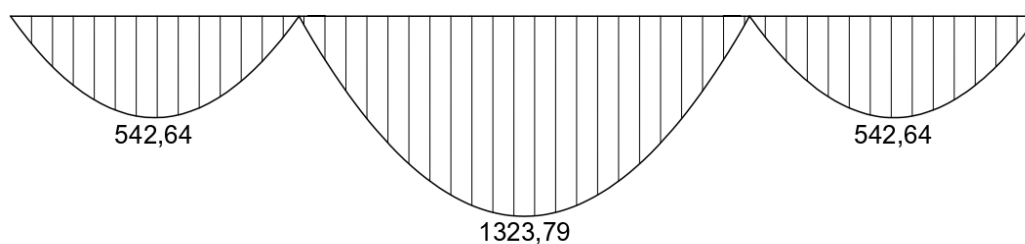
$$M_{max}^I = M_{max}^{III} = -542,64 \text{ kNm}$$

U drugom polju se također pojavljuje maksimalni moment, ali drugačijeg iznosa:

$$M_{max}^{II} = -\frac{q * l_2^2}{8}$$

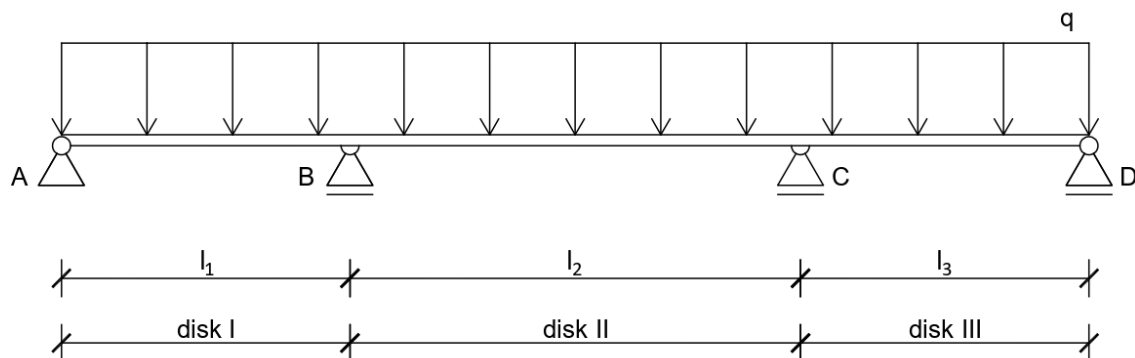
$$M_{max}^{II} = -\frac{17,5 * 24,6^2}{8}$$

$$M_{max} = M_{max}^{II} = -1323,79 \text{ kNm}$$



Slika 21.: Dijagram momenata savijanja - M

4.5. Kontinuirani nosači



Slika 22.: Postavljen zadatak

$$\begin{aligned}
 q' &= 2,5 \text{ kN/m}^2 \\
 b &= 7 \text{ m} \\
 q &= q' * b \\
 q &= 2,5 * 7 \\
 q &= 17,5 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

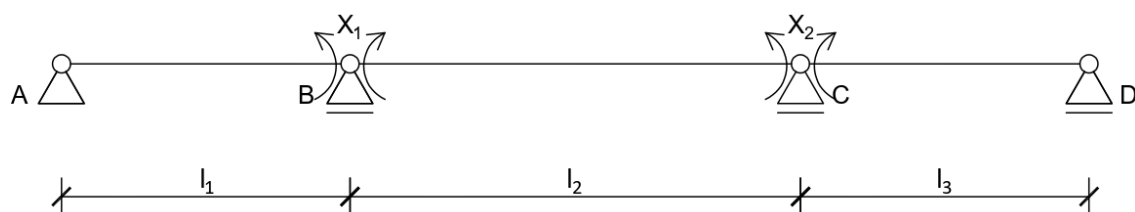
$$\begin{aligned}
 l_1 &= 15,75 \text{ m} \\
 l_2 &= 24,60 \text{ m} \\
 l_3 &= 15,75 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Obzirom da je kontinuirani nosač statički neodređen sustav, neovisne jednadžbe ravnoteže nisu dovoljne za određivanje ležajnih reakcija i dijagrama unutarnjih sila. Iz tog razloga, kontinuirani nosač bit će proračunat metodom sila. Raskidaju se dvije prekobrojne veze – u presjeka iznad ležajeva umeću se zglobovi i oslobađaju jedinični momenti savijanja. Dopunske jednadžbe bit će jednadžbe kompatibilnosti pomaka uzrokovanih jediničnim momentima savijanja:

$$\delta_{ij} = \frac{1}{EI} \int (m_i(x) * M_j(x)) dS$$

4.5.1. Osnovni sustav

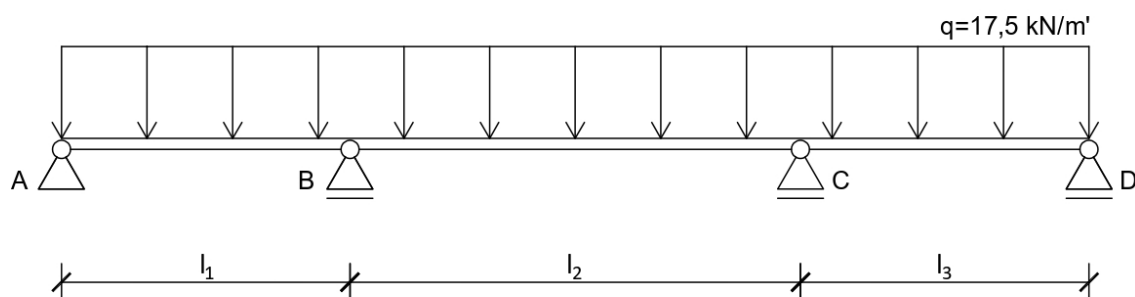
Osnovni sustav postavljen je kao niz jednostavno oslonjenih greda.



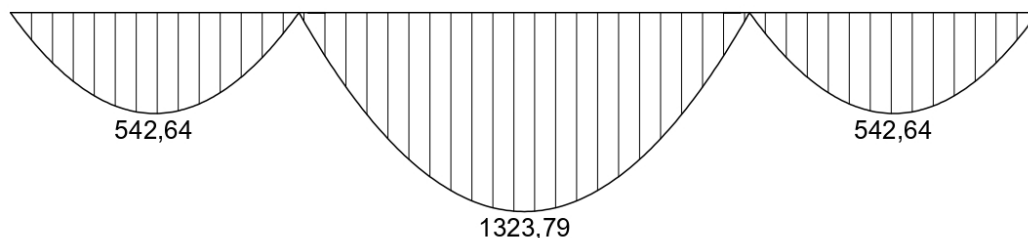
Slika 23.: Osnovni sustav s raskinutim prekobrojnim vezama

4.5.2. Osnovni sustav opterećen kontinuiranim opterećenjem

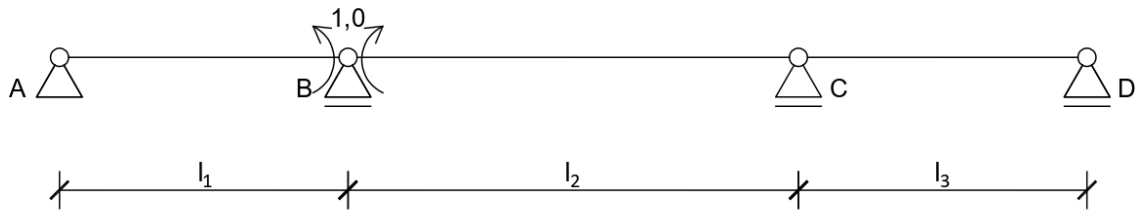
Dodavanjem kontinuiranog opterećenja na osnovni sustav postižu se rezultati isti kao u poglavlju 4.3.



Slika 24.: Osnovni sustav opterećen kontinuiranim opterećenjem



Slika 25.: Dijagram momenata savijanja - M

4.5.3. Osnovni sustav opterećen jediničnim momentom savijanja, $X_1=1$ Slika 26.: Osnovni sustav s raskinutim prekobrojnim vezama za opterećenje $X_1=1$ Disk I:

$$\Sigma M_A = 0$$

$$X_1 - B_l * l_1 = 0$$

$$B_l = \frac{X_1}{l_1}$$

$$B_l = \frac{1}{15,75} \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$X_1 - A * l_1 = 0$$

$$A = \frac{X_1}{l_1}$$

$$A = \frac{1}{15,75} \text{ kN}$$

Disk II:

$$\Sigma M_B = 0$$

$$-X_1 + C * l_2 = 0$$

$$C = \frac{X_1}{l_2}$$

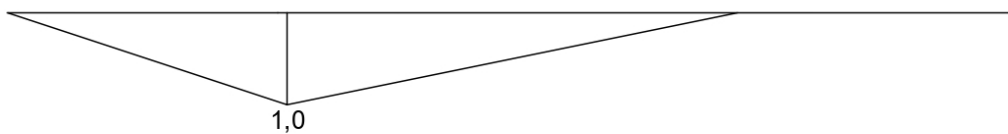
$$C = \frac{1}{24,6} \text{ kN}$$

$$\Sigma M_c = 0$$

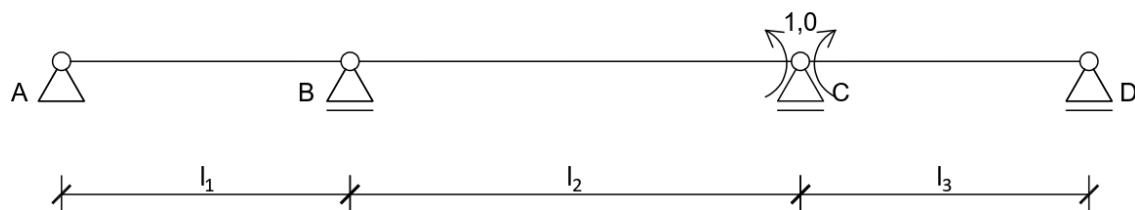
$$-X_1 + B_d * l_2 = 0$$

$$B_d = \frac{X_1}{l_2}$$

$$B_d = \frac{1}{24,6} \text{ kN}$$



Slika 27.: Dijagram momenata savijanja za opterećenje $X_1=1$

4.5.4. Osnovni sustav opterećen jediničnim momentom savijanja, $X_2=1$ Slika 28.: Osnovni sustav s raskinutim prekobrojnim vezama za opterećenje $X_2=1$

Disk II:

$$\Sigma M_B = 0$$

$$X_2 - C_l * l_2 = 0$$

$$C_l = \frac{X_2}{l_2}$$

$$C_l = \frac{1}{24,6} \text{ kN}$$

$$\Sigma M_C = 0$$

$$X_2 - B * l_2 = 0$$

$$B = \frac{X_2}{l_2}$$

$$B = \frac{1}{24,6} \text{ kN}$$

Disk III:

$$\Sigma M_C = 0$$

$$-X_2 + D * l_3 = 0$$

$$D = \frac{X_2}{l_3}$$

$$D = \frac{1}{15,75} \text{ kN}$$

$$\Sigma M_D = 0$$

$$-X_2 + C_l * l_3 = 0$$

$$C_l = \frac{X_2}{l_3}$$

$$C_l = \frac{1}{24,6} \text{ kN}$$



Slika 29.: Dijagram momenata savijanja za opterećenje $X_2=1$

4.5.5. Jednadžbe kompatibilnosti pomaka

$$\delta_{ij} = \frac{1}{EI} \int (m_i(x) * M_j(x)) dS$$

$$\delta_{10} + \delta_{11} * x_1 + \delta_{12} * x_2 = 0$$

$$\delta_{20} + \delta_{21} * x_1 + \delta_{22} * x_2 = 0$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \left(\frac{17,5 * 15,75^3}{12} * \frac{1}{2} * 1 + \frac{17,5 * 24,6^3}{12} * \frac{1}{2} * 1 \right) = \frac{13703,9}{EI}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1 * 15,75}{2} * \frac{2}{3} * 1 + \frac{1 * 24,6}{2} * \frac{2}{3} * 1 \right) = \frac{13,45}{EI}$$

$$\delta_{21} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1 * 24,6}{2} * \frac{2}{3} * 1 + \frac{1 * 15,75}{2} * \frac{2}{3} * 1 \right) = \frac{4,1}{EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1 * 24,6}{2} * \frac{2}{3} * 1 + \frac{1 * 15,75}{2} * \frac{2}{3} * 1 \right) = \frac{13,45}{EI}$$

Sustav dvije jednadžbe s dvije nepoznanice:

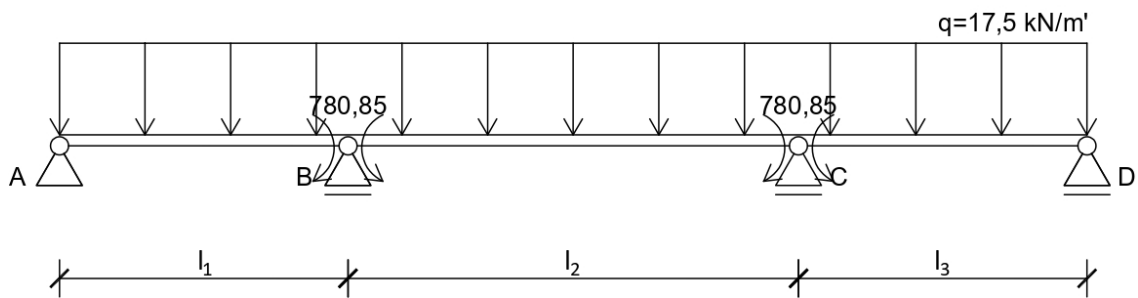
$$\frac{13703,9}{EI} + \frac{13,45}{EI} * X_1 + \frac{4,1}{EI} * X_2 = 0$$

$$\frac{13703,9}{EI} + \frac{4,1}{EI} * X_1 + \frac{13,45}{EI} * X_2 = 0$$

$$X_1 = -780,85 \text{ kNm}$$

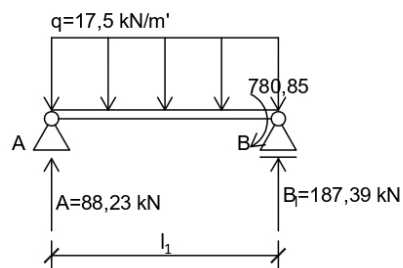
$$X_2 = -780,85 \text{ kNm}$$

4.5.6. Konačni sustav – određivanje ležajnih reakcija



Slika 30.: Konačni sustav

Disk I:



Slika 31.: Dijagram sila za disk I

$$\Sigma M_A = 0$$

$$-q * \frac{l_1^2}{2} - X_1 + B_l * l_1 = 0$$

$$B_l = \frac{q * \frac{l_1^2}{2} + X_1}{l_1}$$

$$B_l = \frac{17,5 * \frac{15,75^2}{2} + 780,85}{15,75}$$

$$B_l = 187,39 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

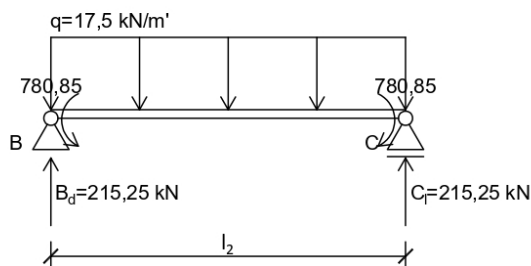
$$q * \frac{l_1^2}{2} - X_1 - A * l_1 = 0$$

$$A = \frac{q * \frac{l_1^2}{2} - X_1}{l_1}$$

$$A = \frac{17,5 * \frac{15,75^2}{2} - 780,85}{15,75}$$

$$A = 88,23 \text{ kN}$$

Disk II:



Slika 32.: Dijagram sila za disk II

$$\Sigma M_B = 0$$

$$X_1 - q * \frac{l_2^2}{2} - X_2 + C_l * l_2 = 0$$

$$C_l = \frac{q * \frac{l_2^2}{2} - X_1 + X_2}{l_2}$$

$$C_l = \frac{17,5 * \frac{24,6^2}{2}}{24,6}$$

$$C_l = 215,25 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_C = 0$$

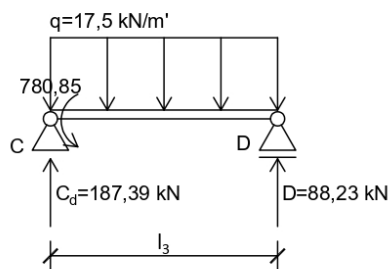
$$X_1 + q * \frac{l_2^2}{2} - X_2 - B_d * l_2 = 0$$

$$B_d = \frac{q * \frac{l_2^2}{2} - X_1 + X_2}{l_2}$$

$$B_d = \frac{17,5 * \frac{24,6^2}{2}}{24,6}$$

$$B_d = 215,25 \text{ kN}$$

Disk III:



Slika 33.: Dijagram sila za disk III

$$\Sigma M_C = 0$$

$$X_2 - q * \frac{l_3^2}{2} + D * l_3 = 0$$

$$D = \frac{q * \frac{l_3^2}{2} - X_2}{l_3}$$

$$D = \frac{17,5 * \frac{15,75^2}{2} - 780,85}{15,75}$$

$$D = 88,23 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_D = 0$$

$$-C_d * l_3 + X_2 + q * \frac{l_3^2}{2} = 0$$

$$C_d = \frac{q * \frac{l_3^2}{2} + X_2}{l_3}$$

$$C_D = \frac{17,5 * \frac{15,75^2}{2} + 780,85}{15,75}$$

$$C_D = 187,39 \text{ kN}$$

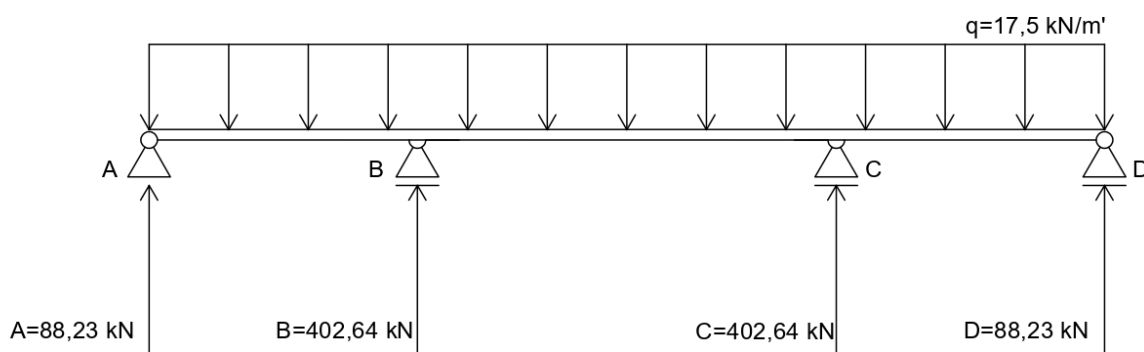
Ukupne reakcije:

$$A = 88,23 \text{ kN}$$

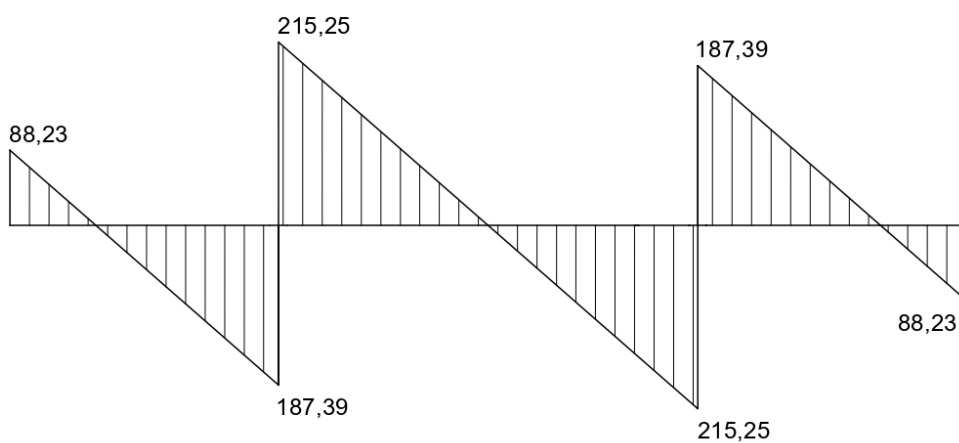
$$B = B_l + B_d = 187,39 + 215,25 = 402,64 \text{ kN}$$

$$C = C_l + C_d = 215,25 + 187,39 = 402,64 \text{ kN}$$

$$D = 88,23 \text{ kN}$$



Slika 34.: Reakcije u osloncima



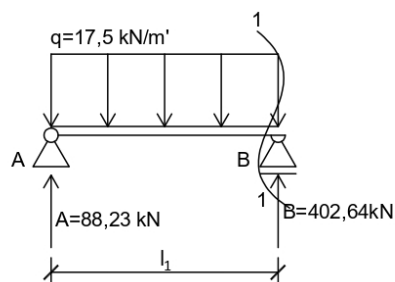
Slika 35.: Dijagram poprečnih sila - T

4.5.7. Konačni sustav - proračun momenata savijanja

Metodom presjeka dobiven je momentni dijagram.

Presjek 1-1:

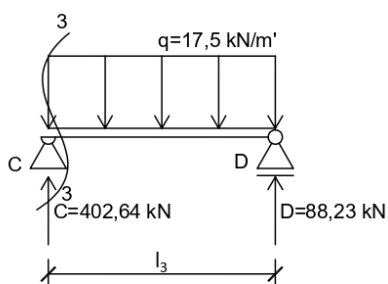
$$\Sigma M_{1-1} = -A * l_1 + q * \frac{l_1^2}{2} = -88,23 * 15,75 + 17,5 * \frac{15,75^2}{2} = 780,92 \text{ kNm}$$



Slika 36.: Moment savijanja u presjeku 1-1

Analogno, u presjeku 3-3, zdesna nalijevo:

$$\Sigma M_{3-3} = D * l_3 - q * \frac{l_3^2}{2} = 88,23 * 15,75 - 17,5 * \frac{15,75^2}{2} = -780,92 \text{ kNm}$$



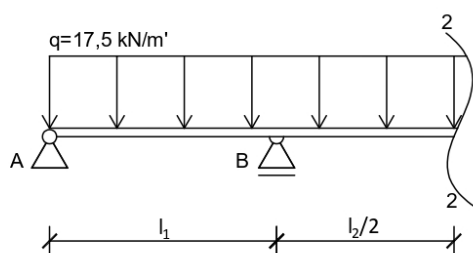
Slika 37.: Moment savijanja u presjeku 3-3

Presjek 2-2:

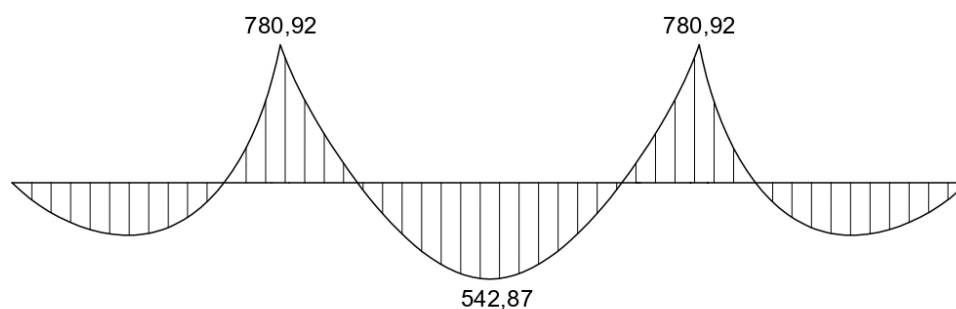
$$\Sigma M_{2-2} = -A * \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right) - B * \frac{l_2}{2} + q * \frac{\left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right)^2}{2}$$

$$\Sigma M_{2-2} = -88,23 * \left(15,75 + \frac{24,6}{2} \right) - 402,64 * \frac{24,6}{2} + 17,5 * \frac{\left(15,75 + \frac{24,6}{2} \right)^2}{2}$$

$$\Sigma M_{2-2} = -542,8 \text{ kNm}$$



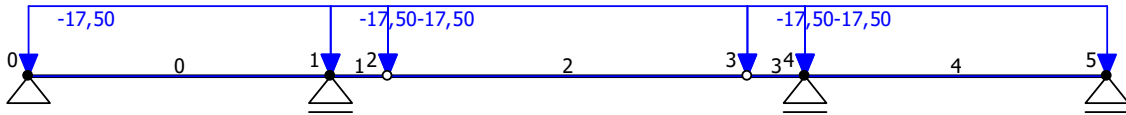
Slika 38.: Moment savijanja u presjeku 2-2



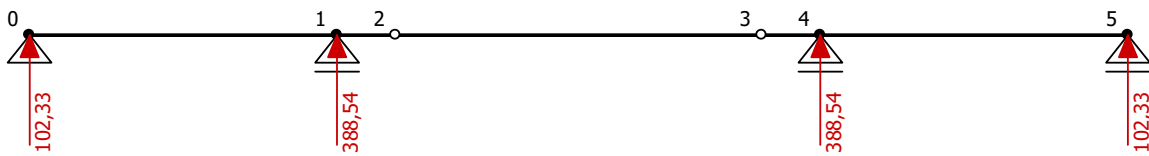
Slika 39.: Dijagram momenata savijanja - M

5. POTVRDA PRORAČUNA KORIŠTENJEM SOFTVERA

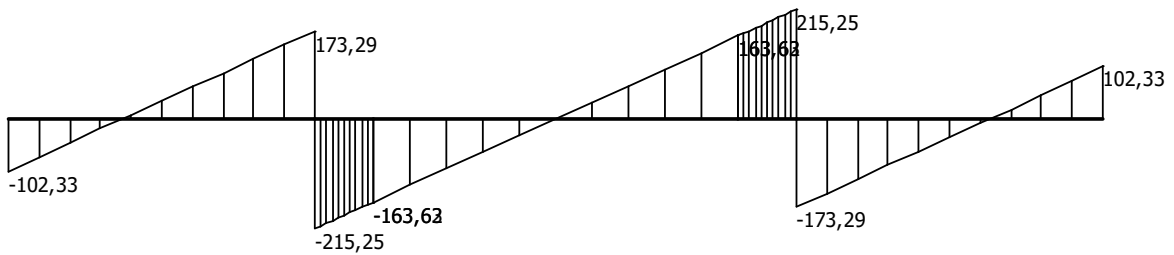
5.1. Gerberovi nosači



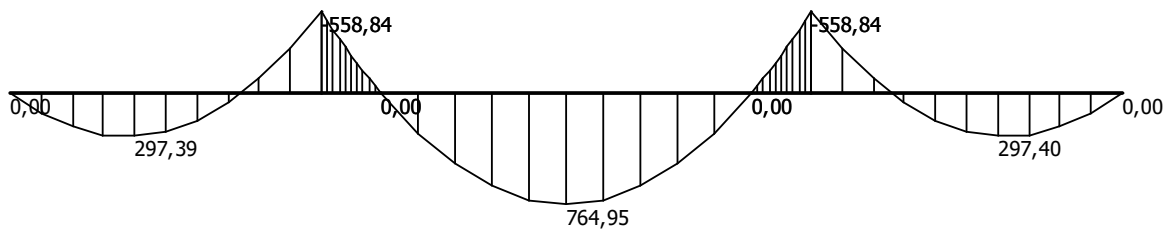
Slika 40.: Postavljen zadatak u programu LinPro



Slika 41.: Reakcije u osloncima

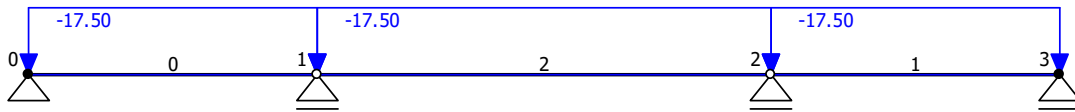


Slika 42.: Dijagram poprečnih sila - T

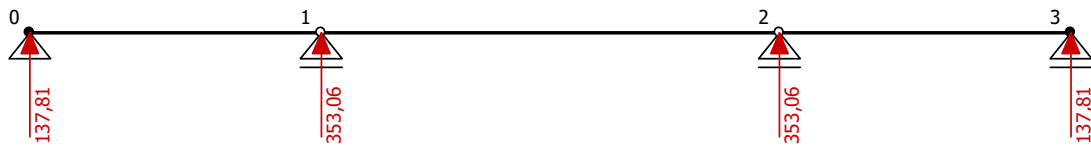


Slika 43.: Dijagram momenata savijanja – M

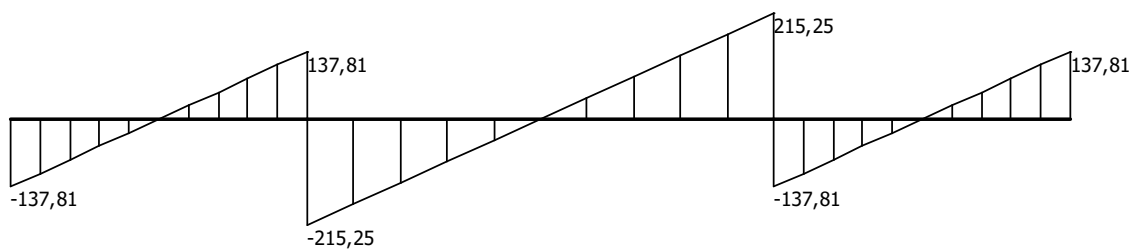
5.2. Jednostavno oslonjene grede



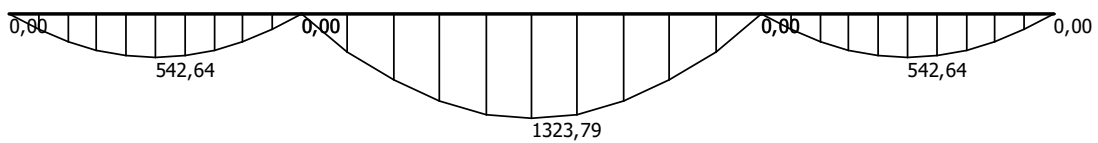
Slika 44.: Postavljen zadatak u programu LinPro



Slika 45.: Reakcije u osloncima

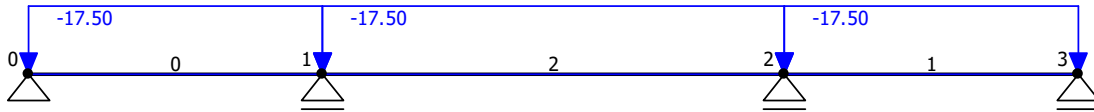


Slika 46.: Dijagram poprečnih sila – T

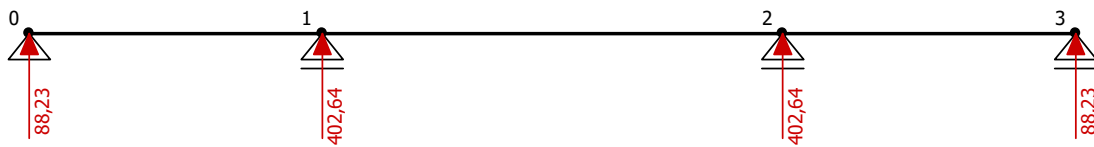


Slika 47.: Dijagram momenata savijanja - M

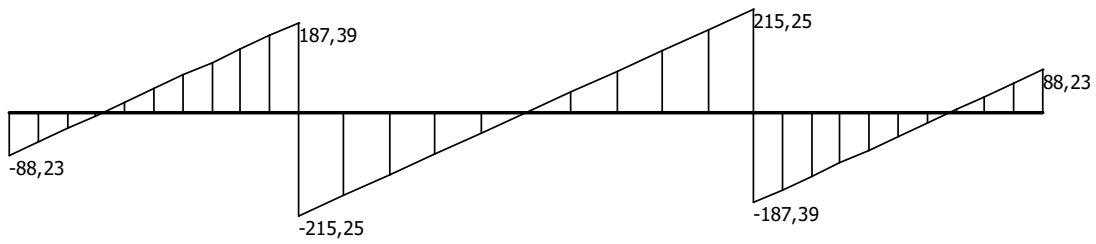
5.3. Kontinuirani nosači



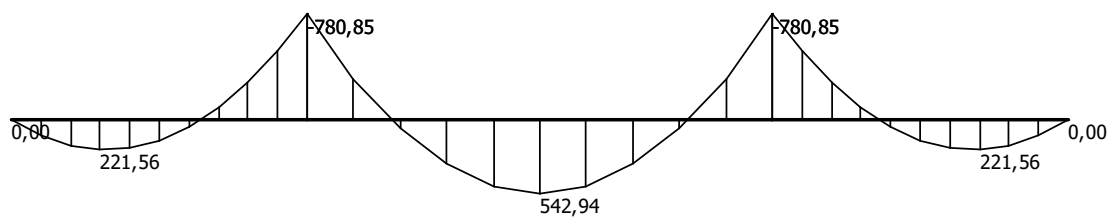
Slika 48.: Postavljen zadatak u programu LinPro



Slika 49.: Reakcije u osloncima



Slika 50.: Dijagram poprečnih sila – T



Slika 51.: Dijagram momenata savijanja - M

6. ZAKLJUČAK

Rad obuhvaća statičku analizu Gerberovih nosača čime su određene unutarnje sile i momenti. Rezultati su potom potvrđeni korištenjem računalnog programa LinPro uz podudaranje od 100%.

Kako bi se pokazao razlog primjene Gerberovih nosača, postupak je ponovljen na još dva slučaja: na kontinuiranom nosaču i na nizu jednostavno oslonjenih greda. Općenito, očekuje se da se u kontinuiranim nosačima javlja najmanji moment savijanja. Međutim, kod nekih vrsta opterećenja kao što je kontinuirano opterećenje u ovom primjeru, Gerberovi nosači mogu imati manje momente savijanja. Također, kontinuirani nosači često nisu korišteni u mostogradnji zbog drugih praktičnih nedostataka opisanih u Uvodu. Kod jednostavno oslonjenih greda dobiven je najveći moment savijanja.

Shodno tome, dokazano je da je u mnogim situacijama primjena Gerberovih nosača izvrsna metoda za dobivanje povoljnih momenata savijanja uz praktične načine gradnje. Rezultati proračuna rezimirani su u Tablici 1.

Tablica 1.: Pregled rezultata

Konfiguracija	M_{max} [kNm]
Gerberovi nosači	764,95
Kontinuirani nosači	780,85
Jednostavno oslonjene grede	1323,79

Nadvožnjak uzet kao primjer Gerberovog nosača ovog završnog rada urušio se 2016. godine. Uzrok rušenja bila je kombinacija nekoliko različitih faktora. Izvedba Gerberovog zgloba bila je takva da je uzrokovala neočekivano visoku koncentraciju naprezanja u pojedinim dijelovima, čime je bio premašen predviđeni faktor sigurnosti, koji je ionako bio prenizak za most svoje klase. Uz to, zbog nedostatnog održavanja tijekom godina nadvožnjak je bio oslabljen uslijed korozije. Neposredno prije urušavanja, preko mosta je prešao iznimno težak teret od preko 107t koji je proširio prethodno nastale pukotine.



Slika 52.: Urušavanje nadvožnjaka



Slika 53.: Detalji oštećenja nadvožnjaka

Nadvožnjak kod jezera Annone na cesti SS36 dobar je primjer koji pokazuje kako unatoč ispravno postavljenom konstrukcijskom modelu i provedenom proračunu, druge konstrukcijske greške, greške u izvedbi i neredovito održavanje mogu dovesti do katastrofalnog urušavanja.

POPIS LITERATURE

- [1] Fresl, K.: Građevna statika 1, 2017.
- [2] Di Prisco, M., Colombo, M., Martinelli, P., Coronelli, D.: The technical causes of the collapse of Annone overpass on SS.36, 2018.
- [3] Simović, V.: Građevna statika 1, 1988.
- [4] Werner, H.: Uvod u proračun konstrukcija, 1985.

POPIS SLIKA

Slika 1.: Kontinuirani nosač.....	4
Slika 2.: Nosač sastavljen od jednostavno oslonjenih greda u nizu.....	4
Slika 3.: Gerberov nosač.....	4
Slika 4.: Raspored zglobova u Gerberovom nosaču (Izvor: [1]).....	5
Slika 5.: Osnovne dimenzije mosta (Izvor: [2]).....	6
Slika 6.: Postavljen zadatak.....	6
Slika 7.: Dijagram sila za disk II.....	7
Slika 8.: Dijagram sila za disk I.....	8
Slika 9.: Dijagram sila za disk III.....	9
Slika 10.: Reakcije u osloncima.....	10
Slika 11.: Dijagram poprečnih sila - T.....	10
Slika 12.: Moment savijanja u presjeku 1-1.....	11
Slika 13.: Moment savijanja u presjeku 2-2.....	11
Slika 14.: Dijagram momenata savijanja - M.....	12
Slika 15.: Postavljen zadatak.....	13
Slika 16.: Dijagram sila za disk I.....	13
Slika 17.: Dijagram sila za disk II.....	14
Slika 18.: Dijagram sila za disk III.....	15
Slika 19.: Reakcije u osloncima.....	16
Slika 20.: Dijagram poprečnih sila - T.....	16
Slika 21.: Dijagram momenata savijanja - M.....	17
Slika 22.: Postavljen zadatak.....	18
Slika 23.: Osnovni sustav s raskinutim prekobrojnim vezama.....	19
Slika 24.: Osnovni sustav opterećen kontinuiranim opterećenjem.....	19
Slika 25.: Dijagram momenata savijanja - M.....	19
Slika 26.: Osnovni sustav s raskinutim prekobrojnim vezama za opterećenje $X_1=1$	20
Slika 27.: Dijagram momenata savijanja za opterećenje $X_1=1$	21
Slika 28.: Osnovni sustav s raskinutim prekobrojnim vezama za opterećenje $X_2=1$	22
Slika 29.: Dijagram momenata savijanja za opterećenje $X_2=1$	23
Slika 30.: Konačni sustav.....	25
Slika 31.: Dijagram sila za disk I.....	25
Slika 32.: Dijagram sila za disk II.....	26
Slika 33.: Dijagram sila za disk III.....	27
Slika 34.: Reakcije u osloncima.....	29
Slika 35.: Dijagram poprečnih sila - T.....	29

Slika 36.: Moment savijanja u presjeku 1-1	30
Slika 37.: Moment savijanja u presjeku 3-3	30
Slika 38.: Moment savijanja u presjeku 2-2	31
Slika 39.: Dijagram momenata savijanja - M	31
Slika 40.: Postavljen zadatak u programu LinPro	32
Slika 41.: Reakcije u osloncima	32
Slika 42.: Dijagram poprečnih sila - T	32
Slika 43.: Dijagram momenata savijanja – M	32
Slika 44.: Postavljen zadatak u programu LinPro	33
Slika 45.: Reakcije u osloncima	33
Slika 46.: Dijagram poprečnih sila – T	33
Slika 47.: Dijagram momenata savijanja - M	33
Slika 48.: Postavljen zadatak u programu LinPro	34
Slika 49.: Reakcije u osloncima	34
Slika 50.: Dijagram poprečnih sila – T	34
Slika 51.: Dijagram momenata savijanja - M	34
Slika 52.: Urušavanje nadvožnjaka	36
Slika 53.: Detalji oštećenja nadvožnjaka	36

POPIS TABLICA

Tablica 1.: Pregled rezultata 35