

# Numerička analiza pojasnih kutnika pri savijanju

---

**Skejić, Davor; Dujmović, Darko; Lukačević, Ivan**

*Source / Izvornik:* **Građevinar, 2011, 63, 323 - 334**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:262942>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-09-07**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)



# Numerička analiza pojasnih kutnika pri savijanju

Davor Skejić, Darko Dujmović, Ivan Lukačević

## Ključne riječi

pojasni kutnik,  
vijčani spoj,  
savijanje,  
numerička analiza,  
nelinearnosti,  
laboratorijska ispitivanja

## Key words

angle flange cleat,  
bolted connection,  
bending,  
numerical analysis,  
nonlinearity,  
laboratory testing

## Mots clés

cornière d'aile,  
assemblage boulonné,  
flexion,  
analyse numérique,  
non-linéarité,  
essai en laboratoire

## Ключевые слова

поясной уголок,  
болтовое соединение,  
изгибе,  
цифровой анализ,  
нелинейность,  
лабораторные  
испытания

## Schlüsselworte

Gurtwinkel,  
geschraubte Verbindung,  
Biegung,  
numerische Analyse,  
Unlinearität,  
Laboruntersuchungen

D. Skejić, D. Dujmović, I. Lukačević

Prethodno priopćenje

## Numerička analiza pojasnih kutnika pri savijanju

U radu se opisuju modeli konačnih elemenata s pomoću kojih se određuje ponašanje vijčanog spoja s pojasnim kutnikom. Razmotrena su četiri tipa pojasnih kutnika, ovisno o udaljenosti između grede i stupa, kao i o tome je li ukrućenje izvedeno na standardni ili modificirani način. Uključene su materijalna i geometrijska nelinearnost, učinci trenja te interakcije između vijaka i ploča. Za kalibraciju numeričkih modela rabljeni su rezultati provedenih laboratorijskih ispitivanja.

D. Skejić, D. Dujmović, I. Lukačević

Preliminary note

## Numerical analysis of angle flange cleats subjected to bending

Finite element models that are used to determine behaviour of bolted connections with angle flange cleat are described in the paper. Four types of angle flange cleats are considered, depending on the beam to column distance, and on the use of either standard or modified method in the realization of this connection. Material and geometrical nonlinearity, effects of friction, and bolt and plate interaction, are all taken into account. Laboratory testing results are used in the calibration of numerical models adopted in the analysis.

D. Skejić, D. Dujmović, I. Lukačević

Note préliminaire

## Analyse numérique des cornières d'aile soumises à la flexion

Les modèles des éléments finis qui sont utilisés pour la détermination du comportement des assemblages boulonnés avec les cornières d'aile sont décrits dans l'ouvrage. Quatre types des cornières d'aile sont considérés, dépendant de la distance entre la poutre et la colonne, et de l'emploi de méthode standard ou modifiée pour la réalisation de cette connexion. La non-linéarité matérielle et géométrique, les effets de friction, et l'interaction entre les boulons et la plaque, sont tous pris en compte. Les résultats des essais en laboratoire sont utilisés dans la calibration des adoptées dans l'analyse.

Д. Скейич, Д. Дујмович, И. Лукачевич

Предварительное сообщение

## Цифровой анализ поясных уголков при изгибе

В работе описываются модели конечных элементов с помощью которых определяется поведение болтового соединения с поясным уголком. Рассмотрены четыре типа поясных уголков, в зависимости от расстояния между балкой и опорой, а также в зависимости от того, каким способом произведено усиление: стандартным или модифицированным. Включены материальная и геометрическая нелинейности, воздействие трения и итеракции между болтами и плитками. Для калибрации расчетных подходов использованы результаты проведенных лабораторных испытаний.

D. Skejić, D. Dujmović, I. Lukačević

Vorherige Mitteilung

## Numerische Analyse der Gurtwinkel bei Biegung

Im Artikel beschreibt man Modelle der endlichen Elemente mit deren Hilfe man das Betragen der geschraubten Verbindung mit dem Gurtwinkel bestimmt. Betrachtet sind vier Typen von Gurtwinkeln, abhängig vom Abstand zwischen Balken und Stütze, sowie davon ob die Versteifung standardmässig oder modifiziert ausgeführt wurde. Eingeschlossen sind materielle und geometrische Unlinearität, Leistung der Reibung sowie die Interaktion zwischen den Schrauben und Platten. Für die Kalibrierung der Berechnungszutritte benutzte man die Ergebnisse der durchgeführten Laboruntersuchungen.

Autori: Doc. dr. sc. **Davor Skejić**, dipl. ing. građ.; prof. dr. sc. **Darko Dujmović**, dipl. ing. građ.; **Ivan Lukačević**, dipl. ing. građ., Sveučilište u Zagrebu Građevinski fakultet, Zagreb

## 1 Uvod

Ponašanje vijčanih priključaka izvedenih s pojasnim kutnicima svodi se na ponašanje spoja s komadom oblika T (T-komad), odnosno na ponašanje samoga pojasnog kutnika pri savijanju, [1, 2], i može se procijeniti numeričkim simulacijama. Numeričko je modeliranje ovog problema složeno budući da zahtijeva odgovarajuće usvajanje geometrijskog oblika, konstitutivnih zakona materijala, uvjeta oslanjanja i uvjeta opterećivanja [3]. Danas je FE metoda (metoda konačnih elemenata) općeprihvaćena kao najrasprostranjenija tehnika za dobivanje numeričkih rješenja kod mehaničkih problema na nosivim konstrukcijama [4].

Model konačnih elemenata omogućava da se kompleksni geometrijski oblik modelira s dovoljnom točnošću. Materijalne i geometrijske nelinearnosti se također mogu adekvatno simulirati, jednako kao i uvjeti oslanjanja i opterećivanja. U okviru modeliranja geometrijskog oblika, numerički model mora reproducirati globalno ponašanje spoja. Takvo je ponašanje prostorno. Odabir elemenata mora stoga biti iz skupine trodimenzijskih elemenata: *solid* ili *shell* elemenata. U prošlosti je bilo nekoliko pokušaja dvodimenzijskog pristupa, [3], ali se uspostavilo da takav pristup nije zadovoljavajući. *Shell* elementi ponašaju se trodimenzijski i mogu reproducirati mehanizme otkazivanja, ali nisu odgovarajući za modeliranje međudjelovanja između elemenata, posebno za simulaciju kontakta između vijka i ploče. Za tu svrhu odgovarajući su *solid* elementi i zbog toga je ovaj tip elemenata primijenjen u numeričkim simulacijama. Vezano uz mehaničke karakteristike, modeliranje elastoplastičnosti kod čeličnih komponenata je nužno. Kod problema elastičnog tipa ne događaju se trajne deformacije. Plastično je ponašanje karakterizirano s vremenski neovisnim nepovratnim deformacijama koje mogu biti dosegnute jednom kada se dosegne odgovarajuća razina napreznja [5]. Elastoplastični odziv materijala uzet je u obzir odvajanjem elastičnih i plastičnih deformacija ( $\varepsilon_e$  i  $\varepsilon_p$ ). Ukupna je deformacija  $\varepsilon$  stoga definirana kao suma  $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$ . Općenito, plastičnost se modelira s efektom očvršćivanja, odnosno kad je dosegnuta granica popuštanja, napreznje nastavlja rasti s deformacijom, ali s reduciranim modulom elastičnosti.

Što se tiče fenomena međudjelovanja između elemenata, kod FE analize penetracija elemenata u području kontakta spriječena je dodavanjem specijalnih međudjelovanja između površina ili dodavanjem kontaktnih elemenata. Općenito, nije moguće *a priori* definirati područja koja dolaze u kontakt zbog različitih stadija opterećivanja i pratećih deformacija. To znači da se kontakt ne može postići za isti element pod različitim uvjetima opterećivanja. Kao rezultat, simulacija ponašanja kontakta između

spojenih komponenata je prilično komplicirana. Fenomen kontakta je izrazito nelinearan: područja u kontaktu su izrazito kruta (tlak), dok su područja koja nisu u kontaktu izrazito mekana (vlak). Sile međudjelovanja koje se razvijaju kada dva dijela dođu u kontakt prenose uneseno opterećenje. Ove sile kontakta su okomite na smjer međudjelovanja, a sile trenja se razvijaju duž tangencijalnog smjera međudjelovanja. Nepoznata je međutim, raspodjela napreznja zbog međudjelovanja, kao i uvjeti kontakta (lijepljenja ili klizanja). Većina FE paketa nudi neka sredstva za obuhvaćanje jednosmjernih kontaktnih problema s trenjem.

Prema tome, modeliranje vijčanih spojeva sa T-komadom, a pogotovo sa savijanim pojasnim kutnikom, izrazito je nelinearno, obuhvaćajući složene fenomene kao što su plastičnost materijala, učinci 2. reda i jednosmjerni kontaktni rubni uvjeti. U sljedećim točkama opisan je postupak za primjenu FE modela rabeći komercijalni FE paket ABAQUS [6] za analizu ovog tipa problema. Ovaj je numerički model kalibriran i vrednovan usporedbom s rezultatima provedenih laboratorijskih ispitivanja.

## 2 Stanje područja istraživanja

Simulacija vijčanih spojeva konačnim elementima općenito je komplicirana zato što je to trodimenzijski problem. Uz to, moraju se reproducirati nelinearne pojave kao što su materijalne i geometrijske nelinearnosti, trenje, klizanje, kontakt, interakcija vijak–ploča i slom.

U okviru radne skupine za numeričke simulacije europskoga istraživačkog projekta COST C1 'Civil Engineering Structural Connections' za proučavanje ponašanja konstrukcijskih priključaka u građevinarstvu, predloženo je razvijanje smjernica za FE modeliranje vijčanih čeličnih spojeva. Jaspert [7] osigurao je nužne laboratorijske podatke za te simulacije. Bursi [8] i Bursi i Jaspert [9, 10] razvili su i kalibrirali trodimenzijski nelinearni model za oponašanje laboratorijskog odziva na primjeru T-komada (uzorak T1). Kasnije su oni proširili metodu za druge konfiguracije T-komada, kako bi istražili druge reprezentativne spojeve za različite načine otkazivanja [9, 10]. Ti su modeli predloženi kao referentni modeli u postupku vrednovanja FE računalnih paketa. Simulacije pojedinih spojeva provedene su pomoću *solid* i kontakt elemenata. Razmotren je  $F - \Delta$  odziv jednako kao i ponašanje vijka (produljenje, učinci prednapinjanja) i učinci kontaktnih sile. Općenito je predloženi model bio zadovoljavajući.

Nedavno su Swanson [11] i Swanson i suradnici [12] proveli ispitivanja na uzorcima T-komada i predložili robusan FE model da upotpune njihova istraživanja. Ovaj sofisticirani model daje uvid u karakteristike ponašanja T-komada i raspodjelu napreznja (osobito, kontaktnih). Rezultati ovog robusnog modela upotrijebljeni

su da bi potvrdili jednostavniji dvodimenzijski model. Osnovna je kritika njihova pristupa u unosu karakteristika materijala. Oni su upotrijebili nazivne karakteristike umjesto stvarnih karakteristika materijala. Ovaj je postupak stoga upitan. Naravno, ovaj je postupak vrednovanja primjenjiv unutar opsega analize koja je ograničena na jedan primjer. Autori su istražili mnoga svojstva modela T-komada, kao što je odziv vijka i učinak kontaktne sile. Oni su raspravljali o zaključcima koji su proizašli iz FE analiza, ali nisu proširili opseg svojih analiza da bi donijeli zaključke o mehanizmu otkazivanja i parametrima koji utječu (i kako utječu) na ponašanje T-komada.

Osnovna namjera svih gore opisanih modela bila je razviti pouzdani FE model koji je kalibriran u odnosu na laboratorijska ispitivanja i s kojim se može dobiti ovisnost  $F - \Delta$ . Najveći iskorak u razvoju FE modela s kojim se može izuzetno precizno opisati ponašanje T-komada (klasični, zavareni i ukrućeni) napravila je u novije vrijeme A.M.G. Coelho. Iscrpan opis FE modela i diskusija rezultata provedenih opširnih numeričkih analiza dani su u radovima [13-15]. Tu su između ostaloga, razmotreni zavareni T-komadi koji nužno sadrže specifične aspekte, osobito negativan utjecaj zavarivanja ploča.

Svi navedeni autori analizirali su numeričke FE modele T-komada. Iako je shvaćanje i numeričko modeliranje ponašanja T-komada ključno za shvaćanje ponašanja komponente kutnika u savijanju, treba biti svjestan da je ponašanje kutnika u savijanju mnogo kompliciraniji problem. Osim svih navedenih učinaka i nelinearnosti pojavljuje se i fenomen proklizavanja koji u kombinaciji s prednapinjanjem vijaka postaje još izraženiji.

Citipitioglu i suradnici [16] predstavili su izuzetno robustan i poboljšani trodimenzijski FE model koji obuhvaća i proklizavanje kao neizbježan fenomen kod ovakvog tipa spoja, odnosno vijčanog priključka s kutnicima. Predstavljena je, i vrednovana s obzirom na laboratorijske rezultate, metoda za unošenje prednaprežanja u vijke. Predstavljeni je pristup modeliranju općenit i može se primijeniti za precizno modeliranje širokog spektra ostalih tipova djelomično nepopustljivih priključaka. Izraženi efekt proklizavanja i trenja između komponenata priključka prikazan je na primjeru priključka s debelim (krućim) kutnicima kakvi se često rabe u SAD-u. Nadalje, u ovom je radu uspoređena simulacija na priključku s pojasnim kutnicima s ekvivalentnim ovisnostima moment-rotacija izvedenim iz simulacija na komponenti kutnik u savijanju (par kutnika u vlaku - 'pull-test'). Krivulje moment-rotacija izvedene iz simulacija na komponenti odgovaraju krivuljama iz simulacija na priključcima za male rotacije. Kako rotacije postaju veće, simulacije na komponentama daju „mekši“ odgovor.

Nešto novija numerička istraživanja ponašanja vijčanih priključaka s pojasnim kutnicima proveli su Komuro i suradnici [17, 18]. Upotrijebili su trodimenzijsku elasto-plastičnu FE analizu sa sljedećim pretpostavkama: (i) sve su komponente priključka modelirane sa *solid* elementima, (ii) primijenjen je algoritam kontakta preko površina za svaku komponentu u kontaktu i (iii) uneseno je prednapinjanje u vijke. Na ovaj je način omogućena simulacija odziva takvog tipa priključaka do otkazivanja. Ova je skupina autora jako potanko istražila efekt kontaktne sile i na vrlo detaljnim parametarskim analizama donijela zaključke o utjecaju pojedinih parametara na odziv takvog tipa priključaka.

### 3 Opis modela konačnih elemenata

#### 3.1 Općenito

Za procjenu ponašanja  $F - \Delta$  različitih parova kutnika u vlaku (kutnik u savijanju) primijenjeni su trodimenzijski modeli konačnih elemenata (FE modeli). Za provođenje 3D numeričkih analiza upotrijebljen je računalni paket ABAQUS [6]. Provedene su sveobuhvatne parametarske analize kako bi se kalibrirao FE model koji može efikasno generirati ponašanje  $F - \Delta$  para kutnika u vlaku u usporedbi s laboratorijskim nalazima iscrpno opisanim u [2].

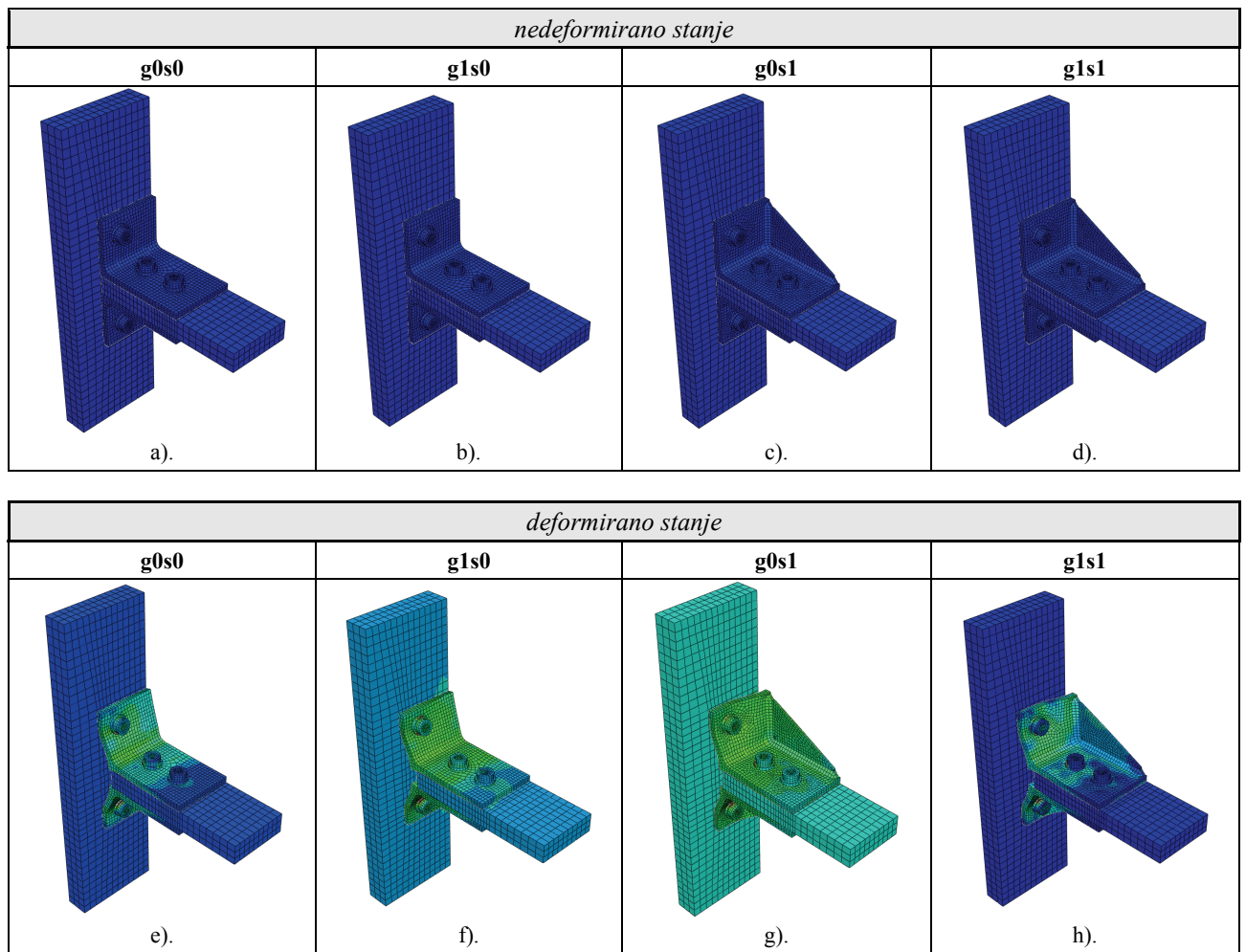
Svi FE modeli su modelirani u ABAQUS-u, tako da su na vrlo jednostavan način omogućene promjene geometrijskog oblika, definiranje kontaktne površine i razvijanje novih sličnih modela. Takva sveobuhvatnost ovog pristupa omogućuje provođenje širokog spektra parametarskih studija bez velikog gubitka vremena za ponovni unos modela.

#### 3.2 Geometrijski oblik

Reprezentativni FE modeli parova kutnika u vlaku za ispitane grupe laboratorijskih uzoraka prikazani su na slici 1. Na slikama 1.a) do 1.d) prikazani su nedeformirani uzorci po grupama, dok su na slikama 1.e) do 1.h) prikazani deformirani uzorci nakon provedenih simulacija. Napominjemo da su ovim analizama obuhvaćene sve četiri grupe ispitanih laboratorijskih uzoraka kutnika čije su nominalne geometrijske karakteristike dane u [2, 19].

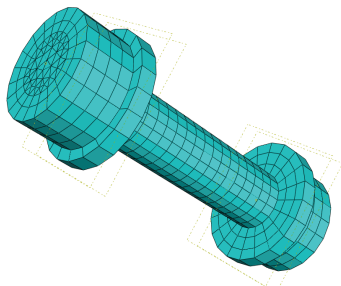
Modelirana je polovica spoja upotrebom simetrije oko polovice svakog od kutnika,  $200/2 = 100$  mm. Na taj su način s dovoljnom točnošću simulirani uvjeti iz laboratorijskog ispitivanja, potanko opisanog u [19], a znatno je smanjeno vrijeme potrebno za provođenje numeričkih simulacija. Samo je pojasnica stupa (ploča na koju se oslanjaju kraći krakovi kutnika), zbog ukrućenja stupa, modelirana s nepomičnim rubnim stranicama.

Modeliranje vijaka kod ovog je tipa spoja iznimno važno, budući da ukupno ponašanje ovog spoja uvelike ovi-



Slika 1. 3D modeli konačnih elemenata po grupama uzoraka para kutnika a)do d): nedeformirano stanje, e) do h) deformirano stanje)

si o ponašanju vijka. Vijak se sastoji od glave, matice, podložnih pločica i tijela vijka (dio s navojem i dio bez navoja). Svaka od ovih komponenata je izvor fleksibilnosti koji se mora uzeti u obzir kada se modelira vijak. Bursi i Jaspert [9, 10] definirali su „ekvivalentni vijak“ pomoću Aggerskova modela i u svojim su analizama tijelo vijka modelirali s ploštinom poprečnog presjeka  $A_s$  (neto vlačna ploština vijka). U provedenim laboratorijskim ispitivanjima cijelo je tijelo vijka bilo s navojima, pa je prema preporukama danim u [9, 10, 14] cijelo tijelo vijka modelirano sa promjerom jezgre vijka M16 ( $A_s = 157 \text{ mm}^2$ ),  $d_r = 14,14 \text{ mm}$ .



Slika 2. Vijak s maticom i podložnim pločicama

Prikaz vijka s maticom i podložnim pločicama dan je na slici 2. Šesterokutne su glave vijaka i matice modelirane kao valjci s prom-

jerom 25 mm koji je upisan u šesterokut. Također su modelirane i podložne pločice sa stvarnim dimenzijama: vanjskim promjerom 30 mm i debljinom 4 mm. Rupe za vijke su modelirane 2 mm veće od promjera vijaka M16, dakle kako su i izvedene s nazivnim promjerom  $d_0 = 18 \text{ mm}$ .

### 3.3 Uvjeti oslanjanja i opterećenja

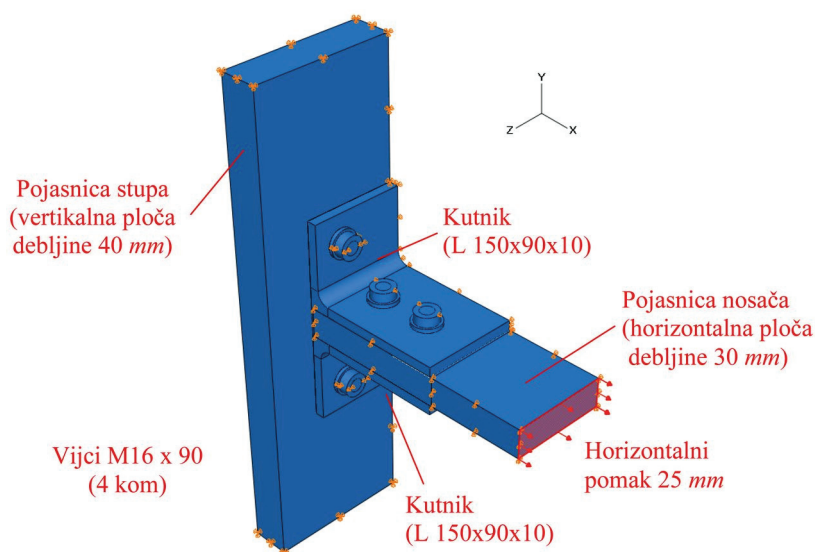
Pojasnica stupa, u FE modelu vertikalna ploča, pridržana je po obje kraće stranice i po stranici u osi simetrije XY (slika 3.). Opterećenje je uneseno kao vanjski pomak horizontalne ploče koja predstavlja pojasnicu nosača u stvarnoj funkciji u priključku. Kutnici i vijci su u svim fazama opterećenja pridržani u smjeru osi Z da bi se postigli uvjeti simetrije i time maksimalno približili laboratorijskim uvjetima.

Realni su uvjeti opterećivanja modelirani u 3 faze: prednapinjanje vijaka (1. i 2. faza) i unos opterećenja preko pomaka (3. faza). U tablici 1. prikazane su sve tri faze opterećenja s pripadnim koracima i njihovim opisom.

Tablica 1. Faze opterećivanja FE modela

Faza	Korak	Opis faze
1. prednapinjanje	0-1	pomak (produljenje) tijela vijaka od 0,056 mm radi ostvarivanja prednapinjanja u vijku
2. prednapinjanje	0-1	unos prednapinjanja vijaka u model ostvarenjem kontakta podloška uz maticu vijka i odgovarajuće ploštine kutnika
3. unos opterećenja	0-100	vremenski linearni unos pomaka horizontalne ploče (pojasnice nosača); u posljednjem, 100. koraku ostvaren je pomak od 25 mm

Rubni uvjeti modela i prikaz površine sa smjerom unosa pomaka vidi se na slici 3. za model para kutnika  $g0s0$ .



Slika 3. Rubni uvjeti i unos opterećenja preko pomaka horizontalne ploče od 25 mm

Unos pomaka bio je linearan tako da je u posljednjem 100. koraku ostvaren horizontalni pomak ploče od 25 mm (u smjeru osi X). Također se napominje da su rubni uvjeti različiti za pojedine faze opterećenja modela čime se nastojalo što realnije simulirati laboratorijske uvjete koji su bili očiti tijekom pripreme i provođenja tih ispitivanja.

### 3.4 Mehaničke karakteristike čeličnih komponenta

Mehaničke karakteristike čeličnih komponenta (kutnika, ploča i vijaka) u FE modelu određene su iz vlačnih ispitivanja karakteristika materijala koja su iscrpno opisana u [2, 19].

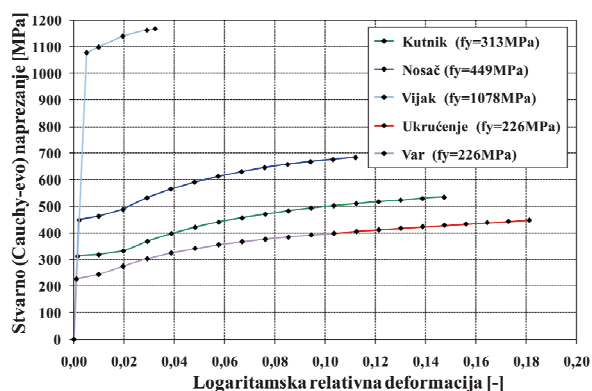
Za dobru korelaciju s laboratorijskim rezultatima u numeričke se simulacije moraju uvrstiti potpuni i stvarni dijagrami naprezanje - relativna deformacija. U takvim numeričkim analizama s materijalnom nelinearnošću, i s velikim pomacima i elastoplastičnim deformacijama, volumen tijela ne ostaje konstantan. Lagrangeova for-

mulacija obuhvaća nelinearne kinematske učinke zbog velikih pomaka i deformacija, ali da bi ponašanje kod velikih deformacija bilo precizno za to je potrebno posebno odrediti konstitutivne zakone materijala. Ovo zahtijeva uporabu dijagrama, stvarno (Cauchy-vo) naprezanje-logaritamska relativna deformacija ( $\sigma_n - \varepsilon_n$ ) za definiranje jednosmjernog ponašanja materijala, umjesto klasičnog inženjerskoga konstitutivnog zakona ( $\sigma - \varepsilon$ ).

Ove se veličine definiraju u ovisnosti o trenutnoj duljini i ploštini poprečnog presjeka epruvete, za vlačna ispitivanja i povezane su s inženjerskim vrijednostima preko sljedećih izraza, [6]:

$$\sigma_n = \sigma(1 + \varepsilon), \quad \varepsilon_n = \ln(1 + \varepsilon). \quad (1)$$

Za sve komponente FE modela primijenjen je temperaturno neovisan zakon plastičnosti s očvršćivanjem. Konstitutivni su zakoni modelirani kao multilinerarni dijagrami. Kako je već istaknuto za provođenje realnih simulacija, konvencionalni konstitutivni zakoni moraju se pretvoriti u stvarne konstitutivne zakone (slika 4.).

Slika 4. Stvarni  $\sigma_n - \varepsilon_n$  dijagrami za numeričke simulacije ( $f_y$  – granica popuštanja)

Vrijednosti modula elastičnosti, granice popuštanja i Poissonova omjera za pojedine komponente u FE mode-

lu dane su u tablici 2. Usvojeni  $\sigma - \varepsilon$  dijagrami za različite elemente, prikazani na slici 4., dobiveni su statističkom obradom mjerenih rezultata u diskretnoj točki relativne deformacije. Postupak dobivanja usvojenih  $\sigma - \varepsilon$  dijagrama za različite elemente rezultirao je nekim zanemarivim razlikama u vrijednostima granice popuštanja za FE analizu u odnosu na srednje eksperimentalne vrijednosti navedene u [2]. Potrebno je napomenuti da su ploče u FE modelu (vertikalna i horizontalna) kojima se simulira pojasnica stupa, odnosno nosača u laboratorijskim ispitivanjima bile izrađene od nominalno istog materijala kao i nosač, tako da su te ploče modelirane s mehaničkim karakteristikama nosača.

Tablica 2. Mehaničke karakteristike za FE modele

Komponente u FE modelu	Modul elastičnosti $E$ [MPa]	Granica popuštanja $f_y$ [MPa]	Poissonov omjer $\nu$ [-]
kutnik	205568,4	313,2	0,3
nosač	207667,5	448,9	
vijak	212957,6	1078,2	
ukrućenje	219466,5	226,3	0,3
zavar			

Budući da ukrućenje u pogledu čvrstoće ima lošije mehaničke karakteristike od kutnika, mehaničke karakteristike zavara (kojim se spaja ukrućenje na kutnik) modelirane su kao za ukrućenje uz maksimalnu dopuštenu relativnu deformaciju od ~10%, [13].

### 3.5 Diskretizacija modela

Svi su modeli diskretizirani primjenjujući C3D8I osmeročvorne brick elemente s punom integracijom i inkopa-

tibilnim modovima [6]. Bursi i Jaspert [9, 10] usporedili su svojstva ovih elemenata s ostalim formulacijama i pokazali da daju bolje rezultate za probleme s relativno tankom stjenkom i s dominantnim savijanjem. C3D6 šesteročvorni wedge elementi upotrijebljeni su za modeliranje tijela vijaka. Wanzek i Gebbeken [20] u svojim su analizama istaknuli važnost deformiranja po debljini ploče, stoga su uporabljena tri elementa po debljini krakova kutnika da bi se što bolje obuhvatilo deformacijsko ponašanje.

Modeli analiziranih spojeva (parova kutnika u vlaku) sastoje se od četiri konstrukcijska elementa (2 ploče i 2 kutnika) i četiri vijka (2 u posmiku, 2 u vlaku) (slika 1.). Ukupni broj 3D kontinuum elemenata po numeričkim modelima prikazan je u tablici 3.

### 3.6 Kontakti i prednapinjanje vijaka

Kontakt između svih dijelova modeliran je eksplicitno. Kontaktne površine su tijelo vijka - rupe za vijke i glava (matica) vijka - komponente te ostale komponente u kontaktu ploča - ploča. Vijci stišću i drže komponente spojene (na okupu) kako bi se mogle oduprijeti nanese- nom pomaku. Ovaj mehanizam ima glavni učinak na ponašanje spoja. Kontaktne su površine definirane i združene zajedno s površinama koje će biti u kontaktu zbog klizanja. Opća formulacija za kontakt u ABAQUS-u uključuje tip „master-slave“ algoritma [6]. Ova formulacija prepoznaje površine koje su u kontaktu, ili zadiru jedna u drugu, ili kližu i uvodi ograničenja (pridrzanja) na čvorove „slave“ površine tako da oni ne penetriraju u „master“ površinu. U svrhu pravilnog definiranja kontakta svakom kontaktnom paru površina pridružena su njegova interakcijska svojstva (tablica 4.).

Prednapinjanje vijaka i trenje kritični su parametri kod ovakvih vijčanih priključaka (spojeva). Sile se prenose preko trenja zbog stiskanja elemenata koje je izazvano

Tablica 3. Ukupni broj konačnih elemenata po numeričkim modelima

FE model	Opis FE model	Broj 3D elemenata
g0s0	par standardnih kutnika s razmakom $g = 2$ mm	17816
g1s0	par standardnih kutnika s razmakom $g = 10$ mm	18104
g0s1	par modificiranih kutnika s razmakom $g = 2$ mm	21343
g1s1	par modificiranih kutnika s razmakom $g = 10$ mm	21397

Tablica 4. Interakcijska svojstva za definiranje kontakta između površina u FE modelima

Kontakt	Interakcijsko svojstvo
Tijelo vijka - rupe za vijke	normalno ponašanje (Augmented Lagrange, 'Hard' contact)
Glava (matica) vijka - komponente	normalno ponašanje (Augmented Lagrange, 'Hard' contact) tangencijalno ponašanje (Penalty, koeficijent trenja 0,3)
Komponente u posmiku	
Ostale komponente	normalno ponašanje (Augmented Lagrange, 'Hard' contact) tangencijalno ponašanje (Frictionless)

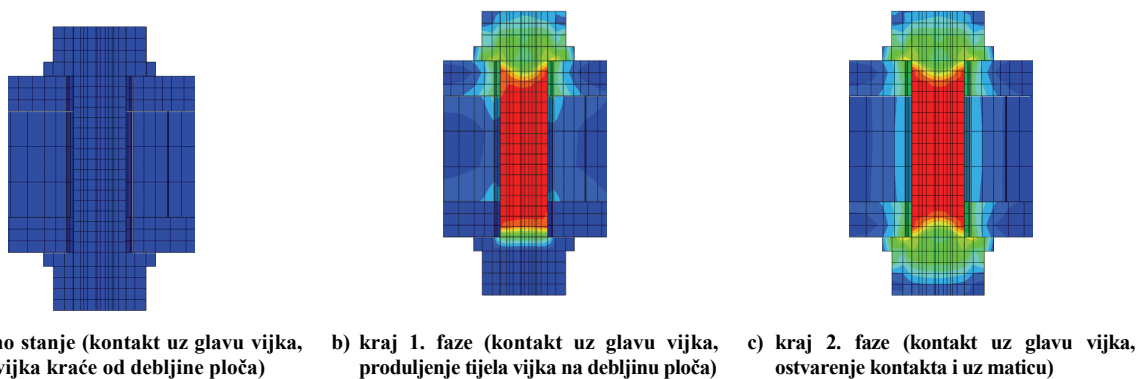
prednapinjanjem vijaka. Kod provedenih laboratorijskih ispitivanja svi su vijci kontrolirano prednapeti na silu od oko 26 kN (~20 % njihove vlačne čvrstoće), kao što je opisano u [2, 19]. Prednapinjanje vijaka je nužno da bi se postiglo stiskanje dijelova spoja, ali se kod laboratorijskih ispitivanja nastojalo prebaciti težište na kutnik u savijanju, a ne na problem proklizavanja u posmičnom spoju između kutnika i pojasnice nosača. Upravo to je bio razlog da se primijenila minimalna razina prednapinjanja od 20 %. Na temelju uvida u obradu posmičnih površina u kontaktu usvojen je koeficijent trenja  $\mu=0,3$ .

Bez obzira na razinu prednapinjanja fenomen proklizavanja kod ovih je spojeva značajan i mora se modelirati u numeričkim simulacijama, kako bi se dobilo realno ponašanje spoja. Prednapinjanje je modelirano u dvije faze prema metodi koju su predložili Citipitioglu i dr. [16]. Prva faza obuhvaća vijke koji su modelirani s kra-

M16 na ukupnoj debljini spojnih ploča  $t_p = 50$  mm ostvarena je s pomakom tijela vijka  $\Delta_b = 0,056$  mm. Ovaj pomak, za navedenu konfiguraciju spoja, u tijelu vijka izaziva naprezanje dano u ovisnosti granice popuštanja vijka i iznosi:  $0,2 f_{yb} = 180$  MPa. Naprezanje vrijednosti 180 MPa odgovara primijenjenoj razini prednapinjanja kod laboratorijskih ispitivanja.

#### 4 Kriteriji otkazivanja

Kao što je spomenuto, deformacijski kapacitet T-komada ovisan je o omjeru otpornosti ploča/vijak i eventualno je određen otkazivanjem (slomom) vijka ili pucanjem materijala ploče. U oba slučaja modeliranje uvjeta otkazivanja može biti ustanovljeno pretpostavljajući da do otkazivanja dolazi kada je dosegnuta krajnja deformacija  $\varepsilon_u$  ili vijka ili u kritičnom presjeku T-komada [21]. Zbog prirode materijala, mogućnost deformiranja vijka

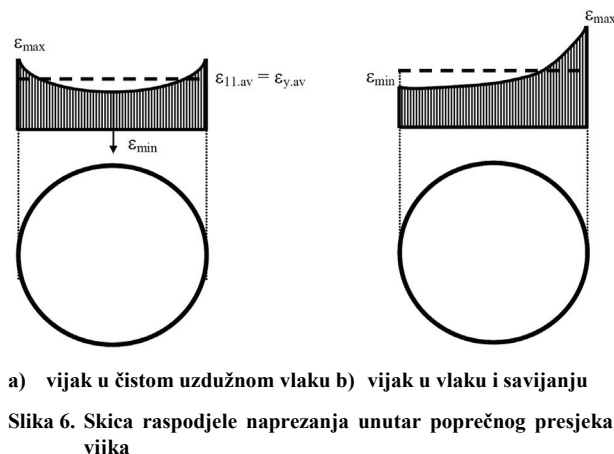


Slika 5. Prikaz metode za prednapinjanje vijka po fazama (von Misesova naprezanja)

ćim tijelom vijka u odnosu na ukupnu debljinu spojnih ploča. Stoga je u početku glava vijka, odnosno podložna pločica ispod glave vijka, u kontaktu s odgovarajućom površinom, dok se drugi kraj vijka koji predstavlja maticu (podložnu pločicu uz maticu) pomiče za unaprijed određenu vrijednost pomaka koja će dovesti vijak u stvarni položaj. U se drugoj fazi ostvaruje kontakt između pomaknute matice i njezine pripadajuće površine i nametnuti se pomak oslobađa. Na taj se način preko vijka formira željeni stisak između dijelova u spoju (slika 5.).

Ukupna krutost ovog spoja ovisi o nekoliko faktora kao što su deformacije spojenih elemenata, glave i matice vijka, interakcija između vijaka i rubnih uvjeta okolnih dijelova. Stoga za gore opisanu metodu nije moguće upotrijebiti elastičnu ovisnost sila-pomak za tijelo vijka pri određivanju pomaka koji je potreban za ostvarivanje željene razine prednapinjanja u vijcima. Citipitioglu i dr. [16] iscrpno su opisali i dali odnose sila u vijku - pomak za različite debljine ploča u ovisnosti o promjeru vijka. U ovim analizama u svrhu postizanja laboratorijskih uvjeta numerička simulacija prednapinjanja vijaka

znatno je manja od ploče. Dok je kod vijaka velike čvrstoće krajnja relativna deformacija oko 5 % - 6 %, za konstrukcijski čelik mogu se očekivati najmanje krajnje relativne deformacije od 25 % - 30 % [14]. Posljedica toga jest da je otkazivanje, odnosno slom vijka najvjerovatnije uvjet koji određuje krajnje stanje i njegova procjena je od primarne važnosti.



Slika 6. Skica raspodjele naprezanja unutar poprečnog presjeka vijka



Vjerojatni mehanizmi otkazivanja vijka zbog uzdužnog opterećenja jesu: (i) otkazivanje zbog vlaka, (ii) proklizavanje navoja na tijelu vijka, (iii) proklizavanje navoja na tijelu matice. Swanson [12] ukazuje da su vijci velike čvrstoće projektirani tako da do otkazivanja dolazi zbog vlačnog sloma prije nego zbog proklizavanja navoja. U većini slučajeva ne bi trebalo očekivati proklizavanje navoja. Dodatno, takav način otkazivanja nije jednostavno obuhvatiti numerički. Stoga je krajnja deformacija vijka često određena vlačnim otkazivanjem. Coelho [14] provela je sveobuhvatne numeričke studije ponašanja jednog vijka u vlaku kako bi procijenila njegov maksimalni deformacijski kapacitet. Utemeljeno na tim studijama autorica je predložila uvjete otkazivanja za procjenu krajnjeg otkazivanja (sloma) T-komada. U funkciji T-komada vijak je opterećen kombinacijom vlaka i savijanja. U tom se slučaju raspodjela relativnih deformacija u kritičnom presjeku vijka mijenja sa simetrične, slika 6.a), na slučaj prikazan na slici 6.b). Stoga uzdužna os vijka više nije glavna os. Ipak, ako se sličan uvjet otkazivanja prihvati za jedan vijak u vlaku s obzirom na maksimalnu prosječnu glavnu deformaciju  $\varepsilon_{11,av} = \varepsilon_{u,b}$  može se odrediti deformacijski kapacitet vijka u kombinaciji vlaka i savijanja. Dakle, budući da je vijak, kao element T-komada, deformiran zbog kombinacije vlaka i savijanja, njegovo se otkazivanje može odrediti iz usporedbe maksimalne prosječne glavne deformacije

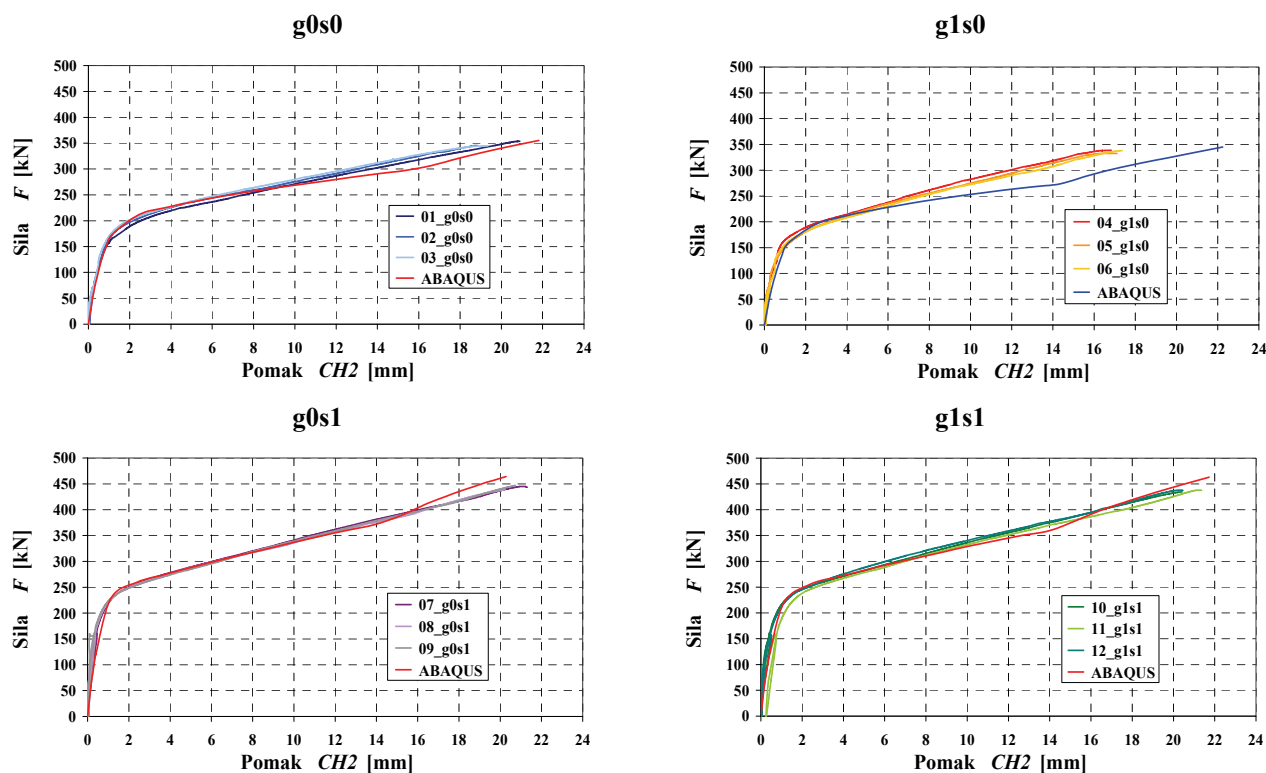
$\varepsilon_{11,av,b}$  sa  $\varepsilon_{u,b}$ .

Ako je pak kritičan presjek pojasnice, odnosno kraka kutnika, može se primijeniti sličan kriterij utemeljen na maksimalnoj glavnoj relativnoj deformaciji, odnosno  $\varepsilon_{11,av,f} = \varepsilon_{u,f}$ .

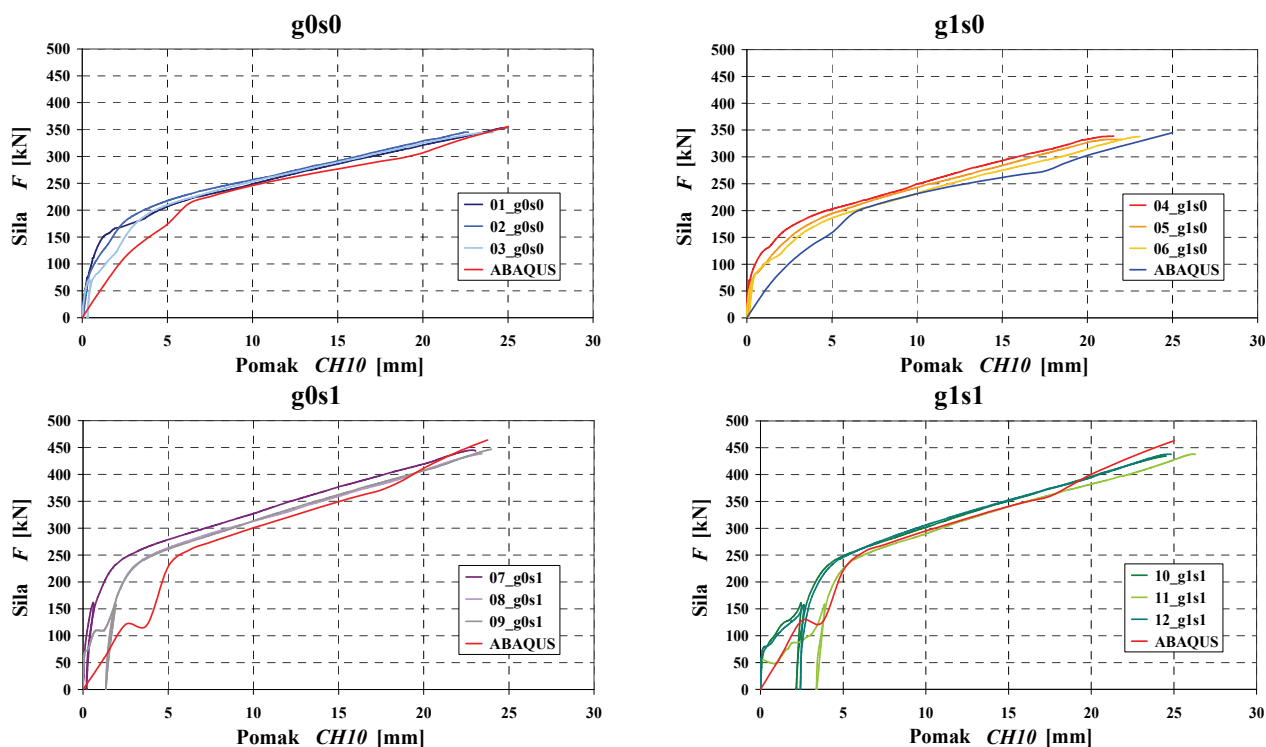
### 5 Numerički rezultati

Najznačajnija karakteristika koja opisuje ukupno ponašanje modela jest krivulja  $F - \Delta$ . Primjena opisanih FE modela daje rezultate koji su prikazani na slici 7. Na toj slici dane su, po grupama uzoraka, usporedbe sa laboratorijskim rezultatima koji su dobiveni s mjernog mjesta CH2 [2 i 19], a fizički opisuju odvajanje kutnika od pojasnice stupa. Kao što se može vidjeti sa slike 7., numerički se rezultati izuzetno dobro poklapaju s eksperimentalnim i to za sve grupe uzoraka osim za uzorke sa kutnicima  $g1s0$ . Međutim, i za tu grupu uzoraka sve do post-kritičnog područja, dakle nakon područja omekšavanja, rezultati provedenih numeričkih simulacija odgovaraju laboratorijskim. Nakon toga numeričke simulacije daju znatno „mekše“ ponašanje, ali je deformacijski kapacitet puno veći.

Kraj numeričkih krivulja, odnosno deformacijski kapacitet uzoraka, određen je primjenom kriterija otkazivanja koji su detaljno objašnjeni u prethodnoj točki.



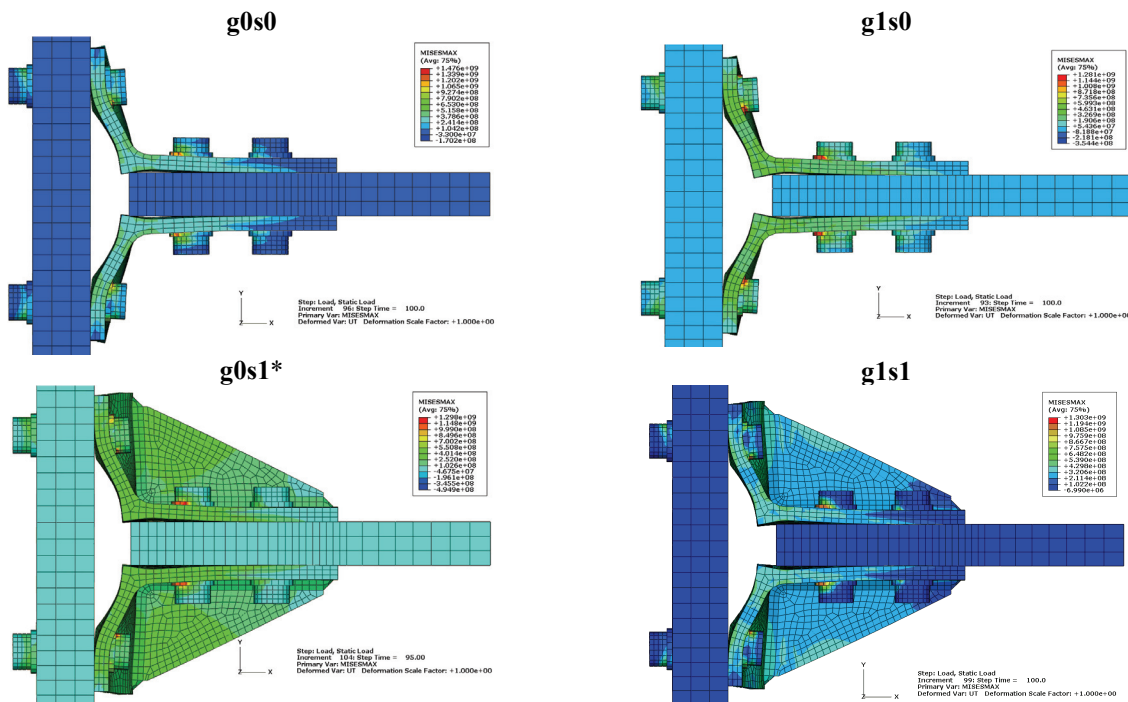
Slika 7. Krivulje  $F-\Delta$  - usporedba numeričkih i laboratorijskih rezultata



Slika 8. Pomak horizontalne ploče (pojasnice nosača) u odnosu na vertikalnu ploču (pojasnicu stupa) - usporedba numeričkih i laboratorijskih rezultata

Slika 8. prikazuje usporedbe numeričkih i laboratorijskih rezultata kanala CH 10 koji opisuje pomak pojasnice nosača (horizontalne ploče u numeričkim simulacijama) u odnosu na pojasnicu stupa. Iako su numeričkim simulacijama dobiveni rezultati koji su nešto „mekši“ od la-

boratorijskih ispitivanja, može se reći da su ipak zadovoljavajući. Kod uzoraka bez ukrućenja, dakle grupe s0, postkritično ponašanje se dosta dobro poklapa s laboratorijskim rezultatima, ali u početku numeričke simulacije daju znatno „mekše“ ponašanje. Razlog je tome u

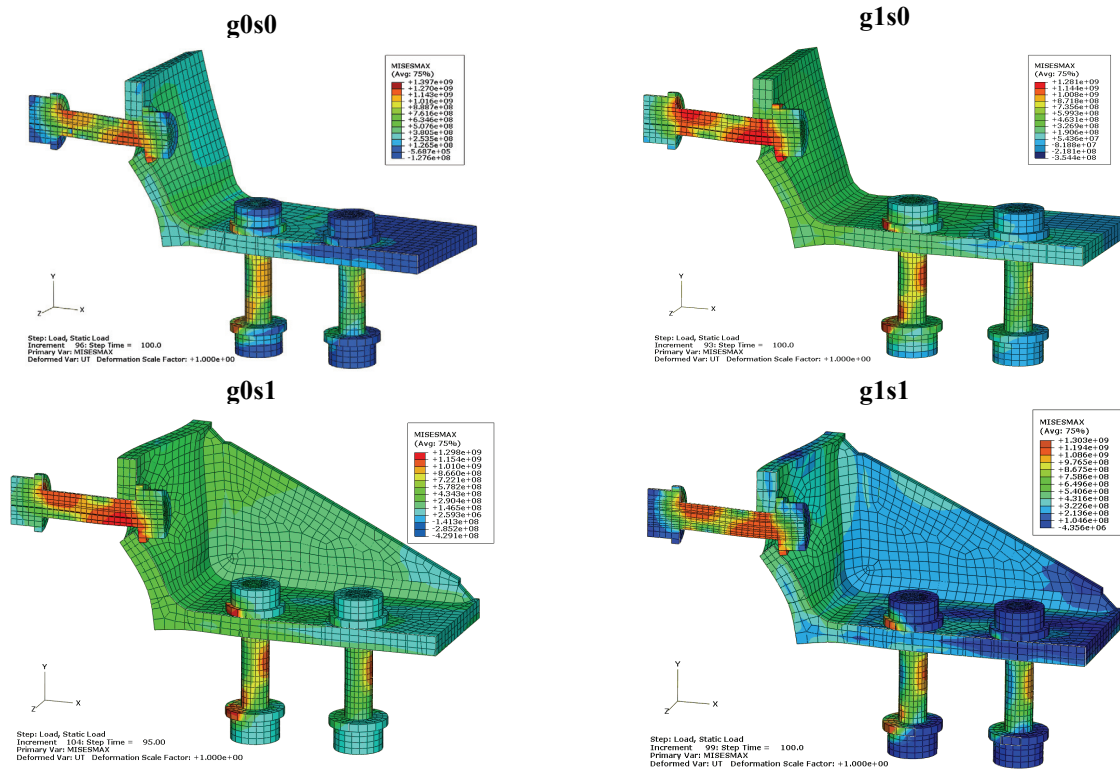


Slika 9. Pogled na modele - 3. faza opterećenja: 100. (\*95.) korak - pomak ploče 25,0 mm (\* - 23,75 mm) (raspodjela von Misesovih naprezanja)

činjenici da je kod prvih uzoraka koeficijent trenja između spojenih posmičnih ploča (ploče koja simuliraju pojasnicu nosača i dulji krak kutnika) bio znatno veći dok se ploča nije izlizala zbog ponavljanja ispitivanja. Kod kasnijih ispitivanja, dakle kod uzoraka s ukrućenjem  $s/l$  simulacija je puno realnija. Kako je zapis ovog kanala manje važan za cjelokupno ponašanje ovog spoja, tj. za krivulju  $F-\Delta$  (slika 7.), a zbog nedostatka prostora u ovom radu, ovdje nisu provedene detaljnije numeričke simulacije u kojima bi se ciljano išlo na promjenu koeficijenta trenja i time dobivanja bolje podudarnosti u prvom dijelu ispitivanja. Ipak se na slici 8. može jasno uočiti trenutak proklizavanja ploča koji se poklapa s rezultatima laboratorijskih ispitivanja.

Stanja analiziranih modela s raspodjelom von Misesovih naprezanja na kraju numeričkih simulacija koje odgovaraju pomaku ploče od 25 mm prikazana su na slici 9. Napominje se da je numerička analiza za grupu uzoraka  $g0s1$  stala na 95. koraku što odgovara pomaku ploče od 23,75 mm. Razlog prestanka analize bio je prekomjerno deformiranje, odnosno plastificiranje kraka kutnika uz stup (detaljnije vidi komentar uz sliku 11.).

Na slici 10. prikazana je raspodjela von Misesovih naprezanja na kutniku s pripadnim vijcima za sva četiri FE modela. Ovdje je prikazan presjek kroz vijak uz stup i jasno se uočava raspodjela von Misesovih naprezanja u tom vijku. Taj je vijak kritičan kod „najmekšeg“ uzorka

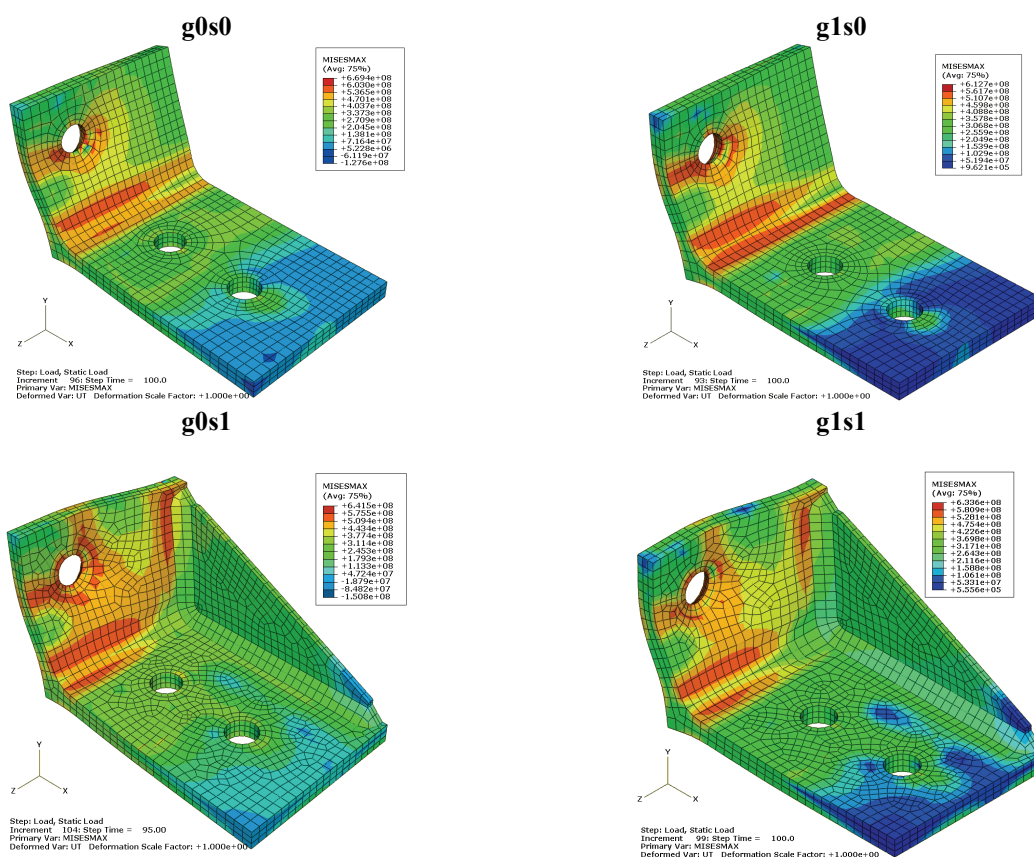


Slika 10. Kutnici s vijcima pri otkazivanju - presjek kroz vijak uz stup (raspodjela von Misesovih naprezanja)

Treba svakako naglasiti da su usporedbe numeričkih simulacija i laboratorijskih zapisa ovog kanala izuzetno složene jer ovo mjerno mjesto u sebi sadrži mnogo nelinearnosti i specifičnih fenomena kao što je učinak prednapinjanja vijaka i proklizavanja posmičnog spoja. Rezultati koje daje ABAQUS što se tiče deformacijskog kapaciteta za grupu uzoraka  $g1s0$  valja razmotriti iz aspekta kriterija otkazivanja. U tom slučaju rezultate numeričkih simulacija treba ograničiti na pomak od oko 21 mm. Također se napominje da je numerička simulacija za grupu uzoraka  $g0s1$  stala kod 95. koraka, dakle kod pomaka od 23,75 mm što jako dobro odgovara zapisima mjernog mjesta CH 10.

s kutnicima  $g1s0$ , i upravo on uvjetuje prijevremeno definiranje sloma, koji prema gore definiranim kriterijima otkazivanja ograničava deformacijski kapacitet spoja.

Raspodjela von Misesovih naprezanja po gornjem kutniku na kraju numeričkih simulacija prikazana je na slici 11. za sve grupe uzoraka. Jasno se vide položaji linija plastičnog popuštanja koje su za grupu uzoraka  $g0s1$  najizraženije. Zapravo to je „najkručić“ uzorak na kojem se uočava formiranje linije popuštanja i oko vijka uz stup. Također je potrebno uočiti na istoj grupi uzoraka izraženu koncentraciju naprezanja u zavaru uz kraću stranicu (žuto polje) koja zbog ograničene deformacije



Slika 11. Pogled na kutnike pri otkazivanju (raspodjela von Misesovih naprezanja)

uzrokuje otkazivanje uzorka. Sve je to potvrđeno i laboratorijskim ispitivanjima, a to je i razlog zašto numerička simulacija kod ovog tipa uzoraka stane na 95. koraku opterećenja.

## 6 Zaključak

Opisani trodimenzijski FE modeli daju zadovoljavajuću procjenu deformacija (sve do sloma) para kutnika u vlaknu za sve analizirane grupe odnosno konfiguracije kutnika. Na taj je način omogućena kompletna karakterizacija ponašanja sila-pomak, tj. krivulja  $F-\Delta$  (slika 7.) svih četiriju grupa uzoraka. Usporedbama numeričkih i laboratorijskih krivulja  $F-\Delta$  vrlo je bliska što znači da su FE modeli ispravni i pouzdani.

Karakterizacija načina otkazivanja slomom i odgovarajuće razine duktilnosti mogu se odrediti na temelju ovog numeričkoga postupka. Na taj se način mogu raščistiti neki nedostaci norma i teorijskih modela. Ovi FE mo-

deli mogu procijeniti razvoj kontaktne sile i tako otvoriti put k još pouzdanijim pravilima projektiranja. Iako to ovdje nije napravljeno, zbog preopširnosti koja daleko nadmašuje cilj i svrhu ovog rada, ovakvi numerički modeli omogućuju provođenje parametarskih analiza. Na taj je način uz male troškove (materijalne i vremenske) moguće pronaći parametre koji utječu na ponašanje ovog tipa spoja i vrednovati ih i kvalitativno i kvantitativno.

Sljedeći logičan korak naprijed jest primjena ove numeričke studije, koja je utemeljena na gore opisanom postupku, na priključke ostvarene s pojasnim kutnicima. Nakon toga moguće je napraviti usporedbe između ovdje prikazanih numeričkih rezultata na komponenti „kutnik u savijanju“ (par kutnika u vlaknu) i numeričkih rezultata na čitavom priključku. To bi otvorilo put prema novom pogledu na valorizaciju primjene same metode komponenata i ostalih teorijskih modela na ovim zanimljivim i nedovoljno istraženim tipovima priključaka.

## LITERATURA

- [1] Skejić, D.; Dujmović, D.; Javora, A.: *Otpornost pojasnog kutnika kod vijčanih čeličnih priključaka*, Građevinar 60 (2008) 3, 219.-230.
- [2] Skejić, D.: *Procjena pouzdanosti priključaka nosač-stup izvedenih kutnicima*, doktorski rad, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 2009.

- [3] Virdi, K.S.: *Guidance on good practice in simulation of semi-rigid connections by the finite element method, Numerical simulation of semi-rigid connections by the finite element method* (Ed.: K.S. Virdi). COST C1, Report of working group 6 – Numerical simulation, Brussels; 1-12, 1999.
- [4] Bathe, K.J.: *Finite element procedures in engineering analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1982.
- [5] Owen, D.R.J.; Hinton, E.: *Finite elements in plasticity, theory and practice*, Pineridge Press Limited, Swansea, UK, 1980.
- [6] ABAQUS, *Standard User's Manual, Version 6.7-1*, Hibbitt Karlsson & Sorensen, Inc., 2007.
- [7] Jaspert, J.P.: *Numerical simulation of a T-stub – experimental data*, Cost C1, Numerical simulation group, Doc. C1WD6/94-09, 1994.
- [8] Bursi, O.S.: *A refined finite element model for T-stub steel connections*, Cost C1, Numerical simulation group, Doc. C1WD6/95-07, 1995.
- [9] Bursi, O. S.; Jaspert, J. P.: *Benchmarks for Finite Element Modelling of Bolted Steel Connections*; Journal of Constructional Steel Research, Vol. 43, No. 1-3, 17-42, 1997.
- [10] Bursi, O.S.; Jaspert, J. P.: *Calibration of a Finite Element Model for Isolated Bolted End-Plate Steel Connections*; Journal of Constructional Steel Research, Vol. 44, No. 3, pp. 225-262, 1997.
- [11] Swanson, J.A.: *Characterization of the Strength, Stiffness and Ductility Behavior of T-stub Connections*, Ph.D. Dissertation, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA, 1999.
- [12] Swanson, J.A.; Kokan, D.S.; Leon, R.T.: *Advanced finite element modelling of bolted T-stub connection components*, Journal of Constructional Steel Research; 58, 1015-1031, 2002.
- [13] Girão Coelho, A. M.: *Report AG-XXIII v6C, On the Deformation Capacity of Beam-to-Column Bolted Connections*, ECCS\_TC10 Meeting - April 2002.
- [14] Girão Coelho, A. M.: *Characterization of the ductility of bolted end plate beam-to-column steel connections*, PhD Thesis. University of Coimbra, Coimbra, Portugal, 2004.
- [15] Girão Coelho, A. M.; da Silva, L. S.; Bijlaard F. S. K.: *Finite-Element Modeling of the Nonlinear Behavior of Bolted T-Stub Connections*, Journal of Structural Engineering, ASCE, 918-928, June 2006.
- [16] Citipitioglu, A.M.; Haj-Ali, R.M.; White, D.W.: *Refined 3D finite element modeling of partially-restrained connections including slip*; Journal of Constructional Steel Research 58 (2002), 995-1013, 2002.
- [17] Komuro, M.; Kishi, N.; Chen, W.F.: *Elasto-Plastic FE Analysis on Moment-Rotation Relations of Top- and Seat-Angle Connections*; Connections in Steel Structures V, Amsterdam, 111-120, June 3-4, 2004.
- [18] Komuro, M.; Kishi, N.; Ahmed, A.: *Elasto-Plastic Finite Element Analysis of Prying of Top- and Seat-Angle Connections*; M. Pandey et. al. (eds), Advances in Engineering Structures, Mechanics & Construction, 289-301, 2006.
- [19] Skejić, D.; Dujmović, D.; Rak, M.: *Laboratorijska ispitivanja pojasnih kutnika pri savijanju*, Građevinar 62 (2010) 3, 207.-218.
- [20] Wanzek, T.; Gebbeken, N.: *Numerical aspects for the simulation of end plate connections, Numerical simulation of semi-rigid connections by the finite element method* (Ed.: K.S. Virdi), COST C1, Report of working group 6 – Numerical simulation, Brussels; 13-31, 1999.
- [21] Faella, C.; Piluso, V.; Rizzano, G.: *Structural Steel Semirigid Connections, Theory, Design and Software*, CRC Press LLC, 2000 N.W. Corporate Blvd., Boca Raton, Florida 33431, 2000