

# **Eksperimentalno određivanje naprezanja i pomaka na rešetkastom nosaču**

---

**Baršić, Luka**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/um:nbn:hr:237:086561>

*Rights / Prava:* [In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-24**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)



DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJ



Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Luka Baršić

**EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE  
NAPREZANJA I POMAKA NA REŠETKASTOM  
NOSAČU**

ZAVRŠNI ISPIT

Zagreb, 2024.



Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Luka Baršić

**EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE  
NAPREZANJA I POMAKA NA REŠETKASTOM  
NOSAČU**

ZAVRŠNI ISPIT

Mentor: doc.dr.sc. Marina Frančić Smrkić

Zagreb, 2024.



University of Zagreb

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Luka Baršić

# **EXPERIMENTAL DETERMINATION OF STRESS AND DISPLACEMENT IN TRUSS STRUCTURE**

**FINAL EXAM**

Supervisor doc.dr.sc. Marina Frančić Smrkić

Zagreb, 2024.



### OBRAZAC 3

#### POTVRDA O POZITIVNOJ OCJENI PISANOG DIJELA ZAVRŠNOG ISPITA

Student/ica :

--	--

(Ime i prezime)

(JMBAG)

zadovoljio/la je na pisanom dijelu završnog ispita pod naslovom:

--

(Naslov teme završnog ispita na hrvatskom jeziku)

--

(Naslov teme završnog ispita na engleskom jeziku)

i predlaže se provođenje daljnog postupka u skladu s Pravilnikom o završnom ispitu i diplomskom radu Sveučilišta u Zagrebu Građevinskog fakulteta.

Pisani dio završnog ispita izrađen je u sklopu znanstvenog projekta: (upisati ako je primjenjivo)

--

(Naziv projekta, šifra projekta, voditelj projekta)

Pisani dio završnog ispita izrađen je u sklopu stručne prakse na Fakultetu: (upisati ako je primjenjivo)

--

(Ime poslodavca, datum početka i kraja stručne prakse)

Datum:

--

Mentor:

--

Potpis mentora:


--

Komentor:

--



OBRAZAC 5

IZJAVA O IZVORNOSTI RADA

Ja:

LUKA BARŠIĆ, 0082069808

(Ime i prezime, JMBAG)

student/ica Sveučilišta u Zagrebu Građevinskog fakulteta ovim putem izjavljujem da je moj pisani dio završnog ispita pod naslovom:

EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE NAPREZANJA I POKAĆA NA REŠENOSTI NOSAČU

(Naslov teme završnog ispita na hrvatskom jeziku)

izvorni rezultat mojega rada te da se u izradi istoga nisam koristio/la drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

Datum:

23.08.2024.

Potpis:



OBRAZAC 6

IZJAVA O ODOBRENJU ZA POHRANU I OBJAVU PISANOG DIJELA ZAVRŠNOG ISPITA

Ja:

LUKA BARŠIĆ, 83775356987

(Ime i prezime, OIB)

ovom izjavom potvrđujem da sam autor/ica predanog pisanog dijela završnog ispita i da sadržaj predane elektroničke datoteke u potpunosti odgovara sadržaju dovršenog i obranjenog pisanog dijela završnog ispita pod naslovom:

EXPERIMENTALNO ODREĐIVANJE NAPREZANJA I POKRKA NA REŠENCASTOM VOSAČU

(Naslov teme završnog ispita na hrvatskom jeziku)

koji je izrađen na sveučilišnom prijediplomskom studiju Građevinarstvo Sveučilišta u Zagrebu Građevinskog fakulteta pod mentorstvom:

MARINA FRANČIĆ ŠKERIĆ

(Ime i prezime mentora)

i obranjen dana:

03.09.2024.

(Datum obrane)

Suglasan/suglasna sam da pisani dio završnog ispita bude javno dostupan, te da se trajno pohrani u digitalnom repozitoriju Građevinskog fakulteta, repozitoriju Sveučilišta u Zagrebu te nacionalnom repozitoriju.

Datum:

23.08.2024

Potpis:

## SAŽETAK

U ovom završnom radu eksperimentalno su određena naprezanja i pomaci na rešetkastom nosaču od pleksiglasa. Objasnjeni su pojmovi naprezanja, deformacija, složenog opterećenja štapnih elemenata te eksperimentalna analiza. Provedeno je statičko ispitivanje modela nosača od pleksiglasa u dvije faze opterećenja. Tijekom ispitivanja mjereni su pomaci LVDT osjetilima te relativne deformacije elektrootpornim tenzometrima na više mjernih mesta. Izrađen je numerički model nosača u RFEM softweru za proračun i modeliranje konstrukcija, čiji rad se bazira na metodi konačnih elemenata. Proведен je proračun i numerička analiza te su rezultati uspoređeni s eksperimentalno određenim vrijednostima. Izvedeni su zaključci o razlikama i sličnostima uspoređenih rezultata.

**Ključne riječi:** naprezanje, pomak, relativna deformacija, eksperimentalna analiza, složeno opterećenje, proračunski model

## SUMMARY

In this final paper, the stresses and displacements on the Plexiglas truss were determined experimentally. The concepts of stress, deformation, complex loading of rod elements and experimental analysis are explained. A static test of plexiglass truss model was carried out in two loading phases. During the test, displacements were measured with LVDT sensors and relative deformations with electro-resistive strain gauges at several measuring points. A numerical model of a truss was created in the RFEM software for calculation and modeling of structures, whose work is based on finite element method. Calculations and numerical analysis were carried out and the results were compared with experimentally determined values. Conclusions were drawn on the differences and similarities of the compared results.

**Key words:** stress, displacement, relative deformations, experimental analysis, complex load, numerical model

## SADRŽAJ

<b>SAŽETAK.....</b>	<b>iv</b>
<b>SUMMARY.....</b>	<b>v</b>
<b>SADRŽAJ .....</b>	<b>vi</b>
<b>1 UVOD .....</b>	<b>1</b>
<b>2 ANALIZA NAPREZANJA .....</b>	<b>2</b>
2.1 Osnove naprezanja i njene komponente.....	2
2.2 Veza između unutarnjih sila i naprezanja .....	4
<b>3 ANALIZA DEFORMACIJA .....</b>	<b>6</b>
3.1 Općenito o pomaku i deformacijama .....	6
3.2 Veza između naprezanja i deformacija.....	7
3.2.1 Hookeov zakon .....	7
<b>4 SLOŽENO OPTEREĆENJE ŠTAPNIH ELEMENATA .....</b>	<b>9</b>
4.1 Složeno jednoosno stanje naprezanja .....	9
4.1.1 Savijanje i aksijalno opterećenje ( $My + N$ ) .....	10
<b>5 EKSPERIMENTALNE METODE.....</b>	<b>12</b>
5.1 Osnove mjeriteljstva .....	12
5.2 Mjerenje pomaka i deformacija .....	13
5.2.1 Mjerenje pomaka.....	13
5.2.2 Mjerenje deformacija .....	16
<b>6 ANALIZA REŠETKASTOG MODELA OD PLEKSIGLASA .....</b>	<b>20</b>
6.1 Opis modela .....	20
6.2 Eksperimentalna analiza naprezanja i deformacija .....	22
6.2.1 Eksperimentalno određivanje naprezanja.....	24
6.3 Numerička analiza naprezanja i deformacija.....	26
6.3.1 Računsko određivanje naprezanja i deformacija .....	29
6.4 Usporedba rezultata .....	32
<b>7 ZAKLUČAK .....</b>	<b>37</b>
<b>POPIS LITERATURE.....</b>	<b>38</b>
<b>POPIS SLIKA .....</b>	<b>39</b>
<b>POPIS TABLICA.....</b>	<b>40</b>

## 1 UVOD

Zbog sve većih dosega današnjih konstrukcija, njihov proračun je sve komplikiraniji i složeniji te zahtjeva iznimnu točnost kako ne bi nastupili neželjeni događaji (npr. slom ili urušavanje konstrukcija). Za dobivanje točnih rezultata, kojima jamčimo sigurnost konstrukcija, sve češće pristupamo eksperimentalnim analizama kojima neke stvarne konstruktivne elemente ili konstrukcije postavljamo u realne uvjete unutar laboratorija i promatramo njihovo ponašanje. Osim kod proračuna novih konstrukcija, eksperimentalne metode koristimo i prilikom utvrđivanja trenutnog stanja već postojećih konstrukcija. Imajući to na umu, jasno je kako eksperimentalne metode imaju veliko značenje u inženjerskoj struci.

Eksperimentalne metode od davnina su proučavali razni znanstvenici koji su htjeli potvrditi svoje teorijske hipoteze. Među njima najviše se ističu Galileo Galilei, Francis Bacon i Antoine Laurent de Lavoisier. [1]

Eksperiment predstavlja sistematizirani postupak kojim se u kontroliranim uvjetima izaziva neka pojava radi mjerena odnosno prikupljanja podataka, te čini osnovnu znanstvenu metodu istraživanja u tehničkim znanostima. [1]

U ovom završnom radu objašnjeni su osnovni pojmovi vezani uz eksperimentalnu analizu naprezanja i deformacija. Provedeno je staticko ispitivanje rešetke od pleksiglasa u dvije faze opterećenja pri čemu su izmjerene pomaci i relativne deformacije na više mjernih mesta. Na temelju izmjerениh deformacija izračunata su naprezanja primjenom Hookovog zakona.

Izrađen je numerički model rešetkastog nosača u RFEM softweru za proračun i modeliranje konstrukcija čiji rad se bazira na metodi konačnih elemenata. Na temelju dijagrama unutarnjih sila uzrokovanih odgovarajućim opterećenjem, izračunata su naprezanja izrazima za složeno jednoosno stanje naprezanja.

Eksperimentalno utvrđene vrijednosti uspoređene su s numeričkim te su izvedeni zaključci o razlikama i sličnostima rezultata.

## 2 ANALIZA NAPREZANJA

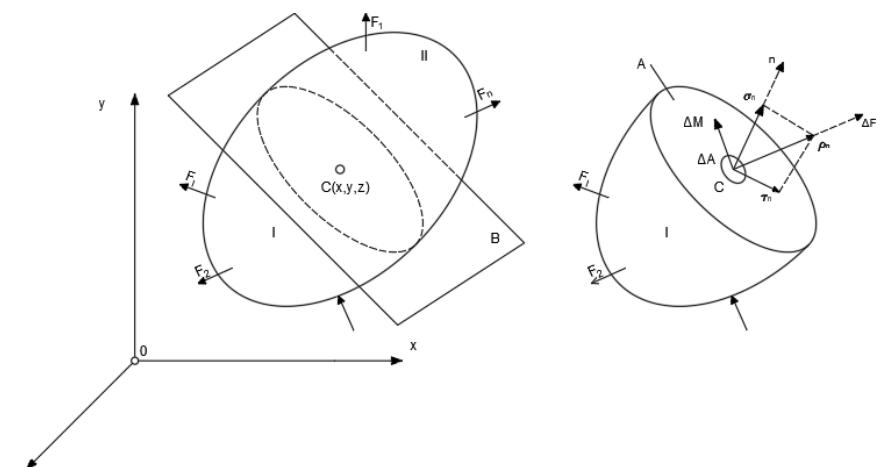
### 2.1 Osnove naprezanja i njene komponente

Svaka konstrukcija u svojoj eksplotaciji izložena je vanjskim djelovanjima koja mogu biti različitih tipova. Neovisno o tipu vanjskih djelovanja, ona uzrokuju pojavu unutarnjih sila unutar pojedinog konstruktivnog elementa. Odgovor konstruktivnog elementa na pojavu unutarnjih sila su naprezanja.

Analiza naprezanja prilikom proračuna konstrukcija neizostavna radnja kojoj se treba pristupiti s velikom pažnjom jer ujedno čini i prvi korak pri određivanju pouzdanosti konstrukcije.

Svaki materijal ima svoje mehaničke karakteristike (tlačna čvrstoća, vlačna čvrstoća, tvrdoća...) koje je prilikom dimenzioniranja elementa važno poštivati i paziti da se te vrijednosti ne premaše kako ne bi došlo do nastanka lomova, pukotina ili urušavanja konstrukcija. Upravo zato je određivanja naprezanja u konstruktivnim elementima uslijed djelovanja unutarnjih sila iznimno važan i neizostavna korak u dimenzioniranju konstrukcija.

Promatrajmo tijelo koje je pod djelovanjem vanjskih sila nalazi se u stanju ravnoteže. Tijelo presječemo ravninom B kroz proizvoljnu točku B(x,y,z) na dva dijela i jedan dio odbacimo. Položaj ravnine presjeka određen je vektorom vanjske normale  $\vec{n}$ . [2]



Slika 1 : Prikaz punog naprezanja i njegovih komponenata (Izvor :[2])

Prepostavimo da smo oko točke B(x,y,z) izdvojili na elementarnu površinu  $\Delta A$  na koju djeluju sve unutarnje sile koje u točki B reduciramo na glavni vektor  $\vec{\Delta F}$ . [2]

Ako silu  $\Delta\vec{F}$  podijelimo s pretpostavljenom površinom  $\Delta A$ , dobivamo srednje naprezanje na površini  $\Delta A$ :

$$\vec{p}_{n,sr} = \frac{\Delta\vec{F}}{\Delta A} \quad (2.1)$$

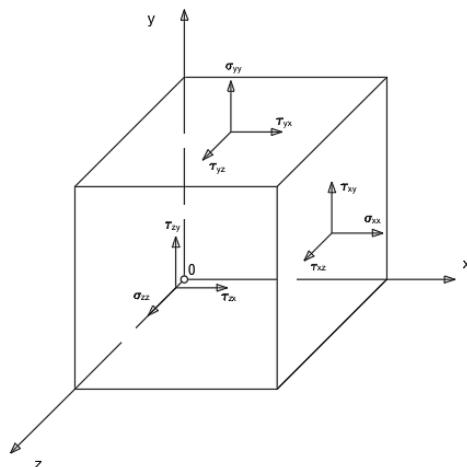
Smanjujući površinu  $\Delta A$  na način da ona uvijek teži nuli, ali zadržava u sebi točku B, dobivamo iznos za graničnu vrijednost

$$\vec{p}_n = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{F}}{\Delta A} = \frac{d\vec{F}}{dA} \quad (2.2)$$

koju nazivamo punim ili totalnim naprezanjem. [2]

Mjerna jedinica za naprezanja je paskal (Pa). Indeks n u formuli za puno naprezanje označava orientaciju ravnine presjeka u prostoru (za različito orientirane ravnine položene kroz istu točku B dobit ćemo drugačije vektore punog naprezanja).

Budući da je vektor punog naprezanja položen proizvoljno na ravninu presjeka tijela, njega možemo rastaviti na dvije komponente. Prva komponenta je komponenta okomita na element plohe  $\Delta A$ , a druga komponenta je tangencijalna na istu plohu. Komponenta postavljena okomito na plohu zove se normalno naprezanje  $\sigma_n$ , a ona postavljena tangencijalno na plohu zove se posmično naprezanje  $\tau_n$ . [2]



Slika 2 : Komponente naprezanja (Izvor :[2])

Svaka komponenta normalnog i posmičnog naprezanja određena je s dva indeksa koji označavaju orientaciju vektora naprezanja i ravninu u kojo leže. Prvi indeks označava smjer

vanjske normalne na koju djeluje komponenta, a drugi indeks označava smjer same komponente naprezanja.

Stanje naprezanja u točki napregnutog tijela potpuno je određeno s 9 komponenata naprezanja koje djeluju u tri uzajamno okomite ravnine, a možemo ih prikazati u obliku kvadratne matrice:

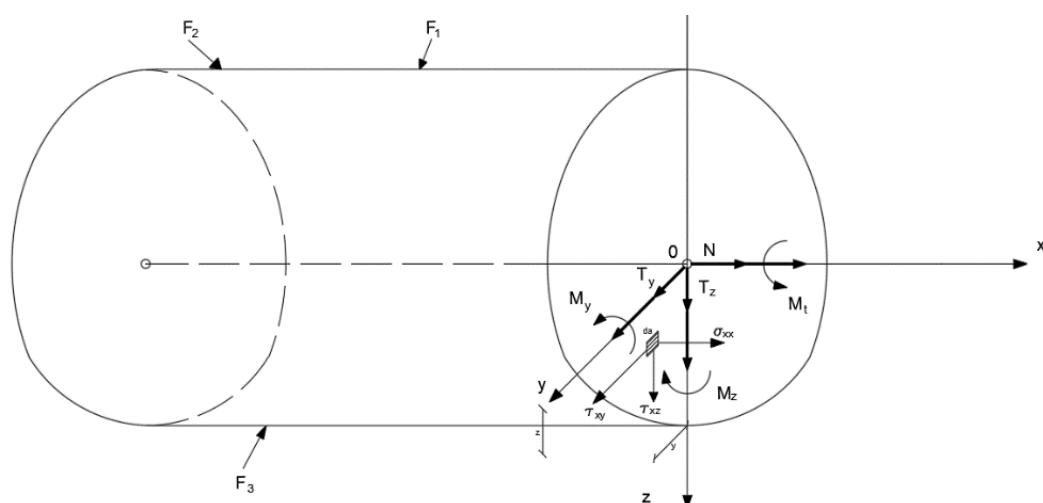
$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Takvu matricu nazivamo matricom tenzora naprezanja.

## 2.2 Veza između unutarnjih sila i naprezanja

Budući da se naprezanja javljaju kao odgovor na pojavu unutarnjih sila, važno je razlučiti koje unutarnje sile uzrokuju koja naprezanja. Naime, do sad smo utvrdili da postoje dva tipa naprezanja koja predstavljaju komponente punog naprezanja, a to su posmična i normalna. Unutarnje sile možemo podijeliti na uzdužne (aksijalne) sile, poprečne sile, moment torzije i moment savijanja. Tako je moguća pojava ukupno 6 unutarnjih sila u jednom poprečnom presjeku elementa : N, Ty, Tz, Mx, My, Mz. Svakoj takvoj sili pridružujemo njen karakteristično naprezanje koje uzrokuje :

- uzdužna sila → normalna naprezanja ( $\sigma$ )
- moment savijanja → normalna naprezanja ( $\sigma$ )
- poprečna sila → posmična naprezanja ( $\tau$ )
- moment torzije → posmična naprezanja ( $\tau$ )



Slika 3 : Veza između naprezanja i unutarnjih sile (Izvor :[2])

Poznavajući uzročno-posljedičnu vezu između unutarnjih sila i naprezanja možemo razviti diferencijalne odnose između njih promatraljući opet diferencijalno malu površinu na presječenom dijelu čvrstog tijela koje se pod djelovanjem vanjskih sila nalazi u stanju ravnoteže:

$$N = \int_A \sigma_x dA \quad (2.4)$$

$$T_y = \int_A \tau_{xy} dA \quad (2.5)$$

$$T_z = \int_A \tau_{xz} dA \quad (2.6)$$

$$M_x = M_t = \int_A (\tau_{xz}y - \tau_{xy}z) dA \quad (2.7)$$

$$M_y = \int_A \sigma_x z dA \quad (2.8)$$

$$M_z = - \int_A \sigma_x y dA \quad (2.9)$$

Poznavanje ovih odnosa omogućit će nam provođenje eksperimentalne i proračunske analize zadane rešetke kod koje će ulazni parametri biti iznosi unutarnjih sila uslijed zadanog opterećenja.

### 3 ANALIZA DEFORMACIJA

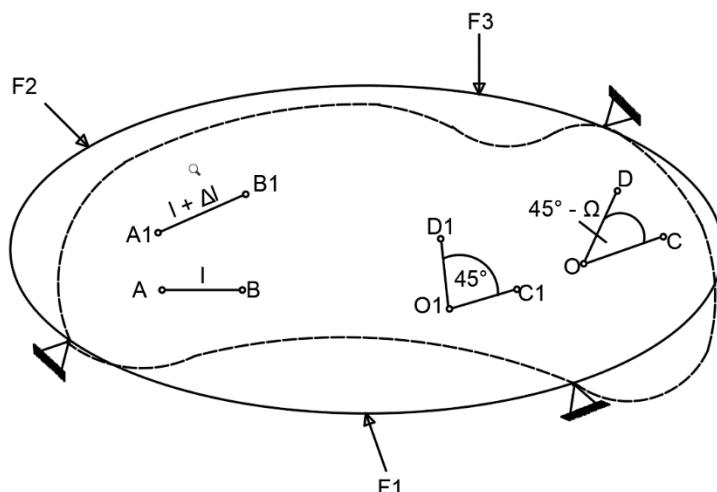
#### 3.1 Općenito o pomaku i deformacijama

Važno je napomenuti kako naprezanja u praktičnoj primjeni ne mjerimo, već ih možemo proračunati iz odnosa s deformacijama i pomacima koji jesu mjerljive veličine.

Prilikom djelovanja vanjskih sila, tijela mijenjaju svoj oblik (deformiraju se), a neke točke na tijelu mijenjaju svoj položaj u prostoru. Ako sa  $V_0$  označimo početno stanje tijela u kojem tijelo nije pod utjecajem vanjskih sila onda  $V_1$  predstavlja novo stanje u kojem se tijelo deformiralo. Prijelaz tijela iz početnog stanja  $V_0$  u novo stanje  $V_1$  moguće je zbog pomaka tijela kao absolutno krutog. Takve pomake nazivamo pomacima kroz tijela koji se mogu manifestirati u vidu translacije ili rotacije. [2]

Ako promatramo dvije proizvoljne točke na tijelu u početnom stanju i u novom deformiranom stanju možemo vidjeti kako se duljina između te dvije točke promjenila iz početne duljine  $l_0$  u novu duljinu  $l_1$  koja je kraća ili duža od početne. Odnos između te dvije različite duljine proizvoljno odabranih točaka na krutom tijelu naziva se absolutna deformacija. [2]

Absolutna deformacija može se podjeliti na dvije komponente. Razlikujemo relativnu dužinsku deformaciju ili relativnu normalnu deformaciju i kutnu deformaciju ili relativnu posmičnu deformaciju. [2]



Slika 4: Normalne i posmične deformacije (Izvor: [2])

Relativna normalna deformacija naziva se tako jer ju uzrokuju normalna naprezanja. Ona je bezdimenzionalna veličina koja se najčešće izražava u postotcima. [2]

Relativna posmična, odnosno kutna deformacija takav naziv je dobila jer je uzrokovana posmičnim naprezanjima koja uzrokuju promjenu pravog kuta između promatranih točaka. Smanjenje pravog kuta odgovara pozitivnoj kutnoj deformaciji dok povećanje pravog kuta odgovara negativnoj kutnoj deformaciji. Kutna deformacija se izražava u radijanima. [2]

Upravo će izmjereni pomaci i deformacije biti polazište za određivanje naprezanja na rešetci od pleksiglasa budući da su to veličine koje su eksperimentalno utvrđene mjeranjem pomoću uređaja kao što su elektrootporni tenzometar i LVDT u laboratoriju.

### 3.2 Veza između naprezanja i deformacija

Prilikom analiza naprezanja i analize deformacija svaku smo komponentu promatrali posebno, bez međusobne ovisnosti. Promatranjem naprezanja dobili smo niz statičkih jednadžbi za tijelo koje je u ravnoteži, dok smo kod deformacija promatrali geometrijsku promjenu tijela. Unatoč zasebnom promatranju dviju komponenata, jasno je pretpostaviti da između njih ipak postoji određena ovisnost koju teorijski nije moguće odrediti, već se određuje samo eksperimentalno ispitivanjem uzoraka od određenih materijala i određenih dimenzija. Prilikom deformacija tijela dolazi do udaljavanja ili približavanja određenih čestica unutar krutog tijela. Kako ne bi došlo do loma ili otkidanja određenih dijelova tijela unutarnje sile koje možemo izraziti preko naprezanja pridržavaju te čestice i tako održavaju uvjet neprekinutosti.

Općenito, može se prikazati funkcionalna ovisnost naprezanja i deformacija preko izraza:

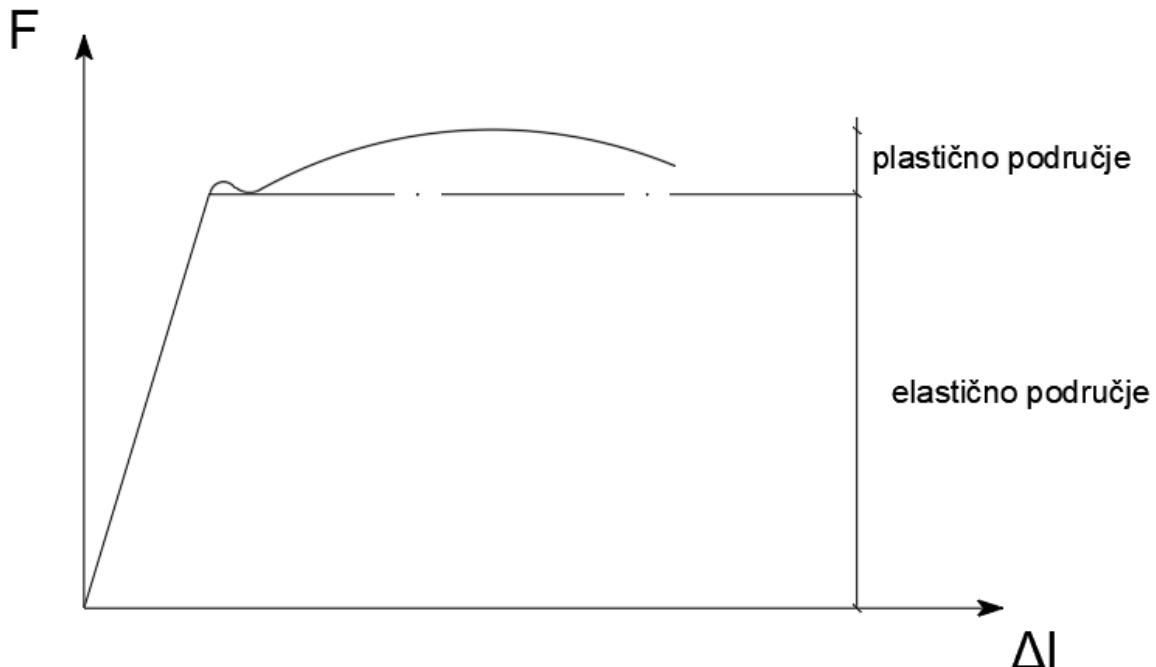
$$\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{ij}) \quad \varepsilon_{ij} = f(\sigma_{ij}) \quad (3.1)$$

Rezultate pokusa prikazujemo putem dijagrama ovisnosti naprezanja i deformacija u kojemu su deformacije postavljene na x os, a naprezanja su na y osi Kartezijevog koordinatnog sustava. Svaki dijagram poprima drugačiji oblik ovisno o materijalu, ali i za isti materijal mogu biti različiti dijagrami ovisno o temperaturi materijala, ili načinu izrade.

#### 3.2.1 Hookeov zakon

Jedan od osnovnih pristupa određivanja veze između naprezanja i deformacija je primjena Hookeovog zakona u elastičnom području ponašanja materijala. U dijagramu ovisnosti naprezanja i deformacija možemo razlikovati elastično i plastično područje. Elastično područje ponašanja materijala karakterizirano je linearom vezom između naprezanja i deformacija pri čemu tangens kuta krivulje dijagrama i osi x predstavlja modul elastičnosti materijala ( $E$ ) ili Youngov modul elastičnosti. Elastično područje materijala je zona unutar koje, ako je element

podvrgnut vanjskim silama će se deformirati no prilikom rasterećenja elementa on se vraća u svoje početno stanje.



Slika 5: Hookeov dijagram

Hookeov zakon za jednoosno stanje naprezanja dan izrazom :

$$\tan \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E \quad (3.2)$$

Odnosno

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (3.3)$$

Ili

$$\sigma = \varepsilon E \quad (3.4)$$

## 4 SLOŽENO OPTEREĆENJE ŠTAPNIH ELEMENATA

Tijelo u prostoru koje je pod djelovanjem vanjskih sila može u sebi razviti 6 komponenti unutarnjih sila (uzdužna sila  $N$ , poprečne sile  $T_y$  i  $T_z$ , moment torzije  $M_x$ , momente savijanja  $M_y$  i  $M_z$ ). Budući da je svakoj od tih unutarnjih sila pridružena određena vrsta naprezanja koju ona uzrokuje, određivanju ukupnog naprezanja u elementu treba pristupiti sistematično i s oprezom kako se djelovanje pojedinih sila ne bi izostavilo. Takav slučaj opterećenja, u kojem djeluju minimalno dvije komponente unutarnjih sila, naziva se složeno opterećenje štapa. Budući da naprezanja u poprečnom presjeku nekog elementa mogu biti usmjerena paralelno s vektorom normalne površine poprečnog presjeka, kada je riječ o normalnim naprezanjima, i okomito na vektor normalne površine poprečnog presjeka, razlikujemo dva slučaja složenog opterećenja: [3]

- Stanje naprezanja u kritičnim točkama je jednoosno
- Stanje naprezanja u kritičnim točkama je višeosno

Ako govorimo o jednoosnom stanju naprezanja onda to podrazumjeva da se u kritičnim točkama javlja isti tip naprezanja (samo posmična ili samo normalna naprezanja). Karakterizira ga skupno djelovanje aksijalnih sila i momenta savijanja, gdje obje komponente unutarnjih sila uzrokuju samo normalna naprezanja ili npr. koso savijanje gdje savijanje oko  $y$  i  $z$  osi uzrokuju normalna naprezanja. [3]

Kada je riječ o višeosnom stanju naprezanja, tada se radi o skupnom djelovanju sila koje uzrokuju različite tipove naprezanja. Primjer toga je zajedničko djelovanje momenta torzije i savijanja, aksijalno opterećenje s torzijom i aksijalno opterećenje sa savijanjem i torzijom. [3]

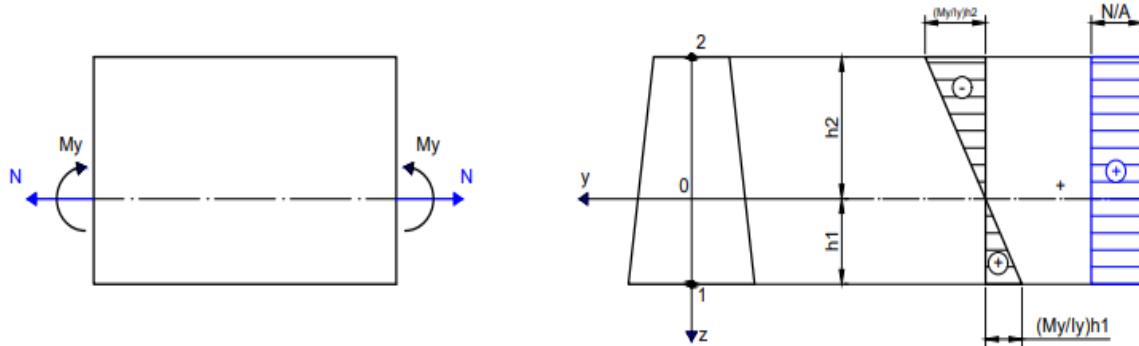
Budući da će se kroz završni rad obrađivati rešetka od pleksigala opterećena koncentriranim silama u čvorovima donjeg pojasa, koja je pretežno izložena uzdužnim unutarnjim silama i momentima savijanja u štapovima (što će se kasnije dokazati proračunom), daljnji naglasak u teorijskoj obradi bit će na složenom jednoosnom stanju naprezanja. Naravno da će se u štapovima pojavljivati i poprečne sile, no njihov iznos i utjecaj na čvrstoću materijala je toliko malen da se može zanemariti u proračunu.

### 4.1 Složeno jednoosno stanje naprezanja

Složeno jednoosno stanje naprezanja je stanje u kojemu je element izložen unutarnjim silama koje uzrokuju samo jedan tip naprezanja i to su normalna naprezanja. Takav slučaj mogu prouzročiti istovremeno djelovanje aksijalne sile i momenta savijanja ili koso savijanje.

#### 4.1.1 Savijanje i aksijalno opterećenje ( $M_y + N$ )

Polazište za izvod formule ukupnog naprezanja bit će slika 6 koja prikazuje proizvoljni oblik poprečnog presjeka opterećenog momentom savijanja oko y osi i uzdužnom islu koja djeluje u težištu presjeka.



Slika 6 : Raspodjela naprezanja uslijed momenta savijanja i uzdužne sile (Izvor :[3])

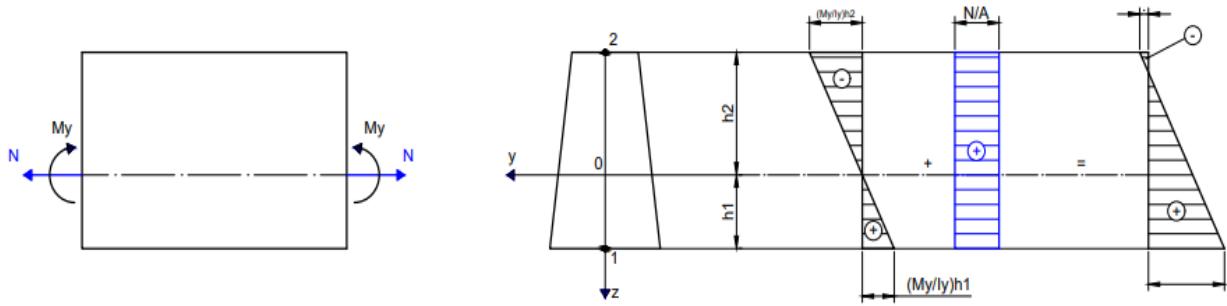
Moment savijanja uzrokuje linearu raspodjelu naprezanja s maksimalnim naprezanjima u rubnim točkama presjeka, a minimalnim naprezanjem ( $\sigma = 0$ ) u težištu presjeka. Linearna raspodjela naprezanja uvjetovana je izrazom 4.1. Prilikom savijanja presjeka dolazi do rastezanja donjih vlakanaca dok se gornja vlakna elementa stežu, a duljina neutralne osi ostaje nepromjenjena budući da je naprezanje u težištu kroz koje prolazi neutralna os presjeka jednako nuli. Naime, neutralna os presjeka je elastična, neprekinuta linija koja povezuje težišta svih poprečnih presjeka u elementu.

$$\sigma = \frac{M_y}{I_y} \cdot z \quad (4.1)$$

Osim momenta savijanja, na presjek djeluje i centrična uzdužna sila. Pojam centričnosti obilježava djelovanje sile u težištu poprečnog presjeka. Sama uzdužna sila uzrokuje jednoliku raspodjelu naprezanja po cijeloj visini poprečnog presjeka.

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (4.2)$$

Budući da se radi o unutarnjim silama koje uzrokuju isti tip naprezanja, moguće ih je zbrojiti kako bi se dobilo ukupno naprezanje u pojedinim točkama poprečnog presjeka. S obzirom da je riječ o linearnoj pretpostavci unutar elastičnog područja ponašanja elementa vrijedi princip superpozicije pa se naprezanja nastala od momenta savijanja i naprezanja od uzdužne sile mogu zbrojiti kako je prikazano na slici 7.



Slika 7: Ukupno naprezanje u elementu (Izvor: [3])

Prema slici 7, ukupno naprezanje u elementu uzrokovano uzdužnom silom i momentom savijanja glasi:

$$\sigma_x = \sigma_x(N) + \sigma_x(M_y) = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z \quad (4.3)$$

Ekstremne vrijednosti naprezanja nalaze se na rubnim vlaknima poprečnog presjeka, a određuju se prema izrazima:

$$\sigma_x = \sigma_x(N) + \sigma_x(M_y) = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot h_1 \quad (4.4)$$

$$\sigma_x = \sigma_x(N) + \sigma_x(M_y) = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot h_2 \quad (4.5)$$

Iz slike 5 jasno se vidi kako je neutralna os promijenila svoj položaj te se više ne nalazi u težištu poprečnog presjeka nego je pomaknuta prema gornjem rubu. Stoga, treba pronaći novu poziciju neutralne osi, a polazište za to bit će nam uvjet da je normalno naprezanje u neutralnoj osi jednako nula ( $\sigma = 0$ ).

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z_0 = 0 \quad (4.6)$$

Nepoznanica iz formule ... jest parametar  $z_0$  koji predstavlja udaljenost nove pozicije neutralne osi od težišta poprečnog presjeka. Riješavajući ovu linearnu jednadžbu dobivamo da je:

$$z_0 = a_z = -\frac{N}{M_y} \cdot \frac{I_y}{A} \quad (4.7)$$

Budući da će rešetka koja će biti obrađena u nastavku rada biti opterećena samo uzdužnim silama i momentima savijanja u svojim štapovima koristit ćemo prethodno navedene izraze za određivanje naprezanja u proračunskom i eksperimentalnom modelu.

## 5 EKSPERIMENTALNE METODE

Zbog činjenice da na konstruktivne elemente djeluje iznimno puno parametara koji se ponekad mogu samo procijeniti, eksperimentalna analiza preuzima iznimno veliku ulogu u potvrđivanju pouzdanosti primijenjenih teorijskih prepostavki. Također, eksperimentalna analiza, ima veliku ulogu u razvijanju brojnih empirijskih izraza koji se danas koriste u inženjerskoj praksi. Kroz povijest, eksperimentalna analiza u svim poljima znanosti razvijala se sukladno s razvitkom tehnologije koja je to omogućavala.

Zbog svoje velike važnosti u području znanosti eksperiment predstavlja sistematizirani postupak kojim se u kontroliranim uvjetima izaziva neka pojava radi mjerena odnosno prikupljanja podataka, te je on osnovna znanstvena metoda istraživanja u tehničkim znanostima. Temelji se na ponovljenoj proceduri i logičkoj analizi rezultata, te je najsnažnija metoda kojom se dokazuju uzročno-posljeđični odnosi. [1]

Svrha eksperimenta je :

- provjera postojećih teorijskih potavki
- potvrda ili odbacivanje postavljenih hipoteza
- kontrola postojećih rezultata
- prikazivanje poznatih pojava
- otkrivanje nepoznatih pojava

U građevinarstvu, eksperimentalnim metodama moguće je dobiti niz podataka potrebnih za daljnju analizu stabilnosti konstrukcija, nosivosti... Ti podatci dobivaju se kroz mjerena pomaka i deformacija, koncentracije naprezanja, plastifikacije materijala, mehanizama loma i ostalih parametara. [1]

Eksperimentalna analiza može se provoditi u kontroliranim uvjetima u laboratorijima na prethodno projektiranim modelima ili se mogu provoditi „in situ“ na terenu u stvarnim uvjetima. Za provođenja eksperimenta, osim modela na kojem će taj eksperiment biti obrađen, potrebni su i određeni uređaji za mjerena podataka. Upravo zbog toga veliku ulogu u eksperimentalnim analizama ima znanost mjeriteljstva koja je također uz razvoj tehnologije znatno napredovala kako bi nas opskrbila sve točnjim podatcima.

### 5.1 Oslove mjeriteljstva

Zbog velike važnosti točnosti mjernih podataka razvila se posebna znanost mjeriteljstva koja uključuje sve teorijske i eksperimentalne aspekte mjerena u bilo kojem području znanosti i tehnologije. Ona se bavi metodama mjerena fizikalnih veličina, ostvarivanjem i održavanjem

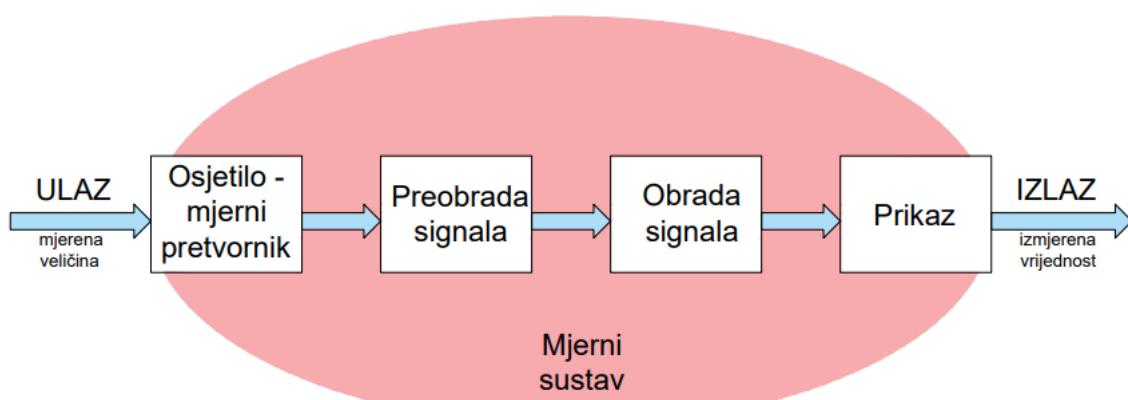
etalona fizikalnih veličina, razvojem i izradom mjerila i analizom mjernih podataka. Znanost mjeriteljstva možemo podijeliti u 3 područja: zakonsko mjeriteljstvo, znanstveno mjeriteljstvo, industrijsko mjeriteљstvo. [1]

Još od rane dobi susrećemo se sa pojmom mjerenja, bilo da je to mjerjenje visine, kilaže ili nekih drugih aspekata našeg života. Samim time pojam mjeriteljstva suptilno nam je poznat i od velike je važnosti.

## 5.2 Mjerenje pomaka i deformacija

Jedan od načina eksperimentalnog rješavanja problema vezanih sa deformabilna tijela jest mjerjenje pomaka i deformacija na prethodno izrađenim modelima ili složenim konstrukcijama.

Sustav mjerjenja čini ulaz kojeg predstavlja mjerena veličina, osjetilo (mjerni pretvornik), preobrađa signala, obrada signala, prikaz i na kraju izlaz koji prikazuje izmjerene vrijednosti.



*Slika 8: Mjerni sustav (Izvor: [4])*

Veliku ulogu u procesu mjerenja ima osjetilo koje je u direktnom kontaktu sas procesom i daje izlazne parametre prikladne za daljnju obradu podataka. [4]

### **5.2.1 Mjerenje pomaka**

Pomaci su jedni od najvažnijih parametara koje je potrebno sagledati u konstrukciji tokom njene eksploatacije. Budući da se prema današnjem Eurocode-u proračun konstrukcija provodi prema graničnom stanju nosivosti i graničnom stanju uporabivosti, pomaci ne smiju negativno utjecati na funkciju konstrukcije.

Pod pomakom podrazumjevamo udaljenost neke proizvoljne, promatrane točke na konstrukciji u neopterećenom stanju i te iste točke u opterećenom stanju. Stručnim nazivljem, pomak je vektor koji je usmieren od neke točke na konstrukciji prije opterećenja do iste točke nakon

opterećenja. Važno je napomenuti da pomak i progib nisu isti pojmovi. Razlog tomu je što pomaci, općenito uključuju i pomake oslonaca dok se progibi dobivaju isključivanjem pomaka oslonaca. [4]

Mjerenje pomaka može se vršiti na više načina, a uređaji koji se pri tome koriste mogu biti električni, mehanički, optički, laserski ili GPS.

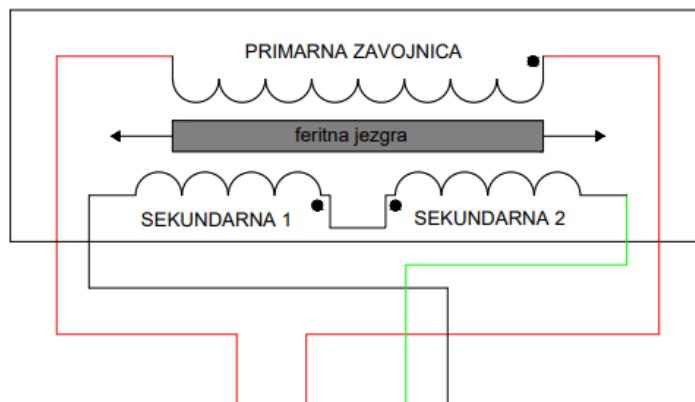


Slika 9: Mjerenje pomaka induktivnim osjetilom [1]

Najčešći uređaji za mjerenje pomaka u laboratorijima su mikroure i induktivna osjetila (LVDT), dok se za terenska mjerenja na objektima koriste geodetski instrumenti poput nivelira i GPS-a. Budući da je za mjerenje pomaka na rešetci koja je tema ovog rada korišteno induktivno osjetilo, naglasak će u nastavku biti na njemu dok će se ostale samo spomenuti kako bi se dobio uvid u raznolikost mogućnosti primjene ostalih sredstava. [4]

Induktivni tenzometri služe za mjerenje pomaka i deformacija pri statičkim i niskofrekventnim dinamičkim ispitivanjima. LVDT ( eng. *Linear Variable Differential Transformer*) se ubrajaju u električna osjetila koja imaju izlazni napon u voltima (V). Ovo osjetilo zahtjeva napajanje električnom energijom, najčešće istosmjernom, niskog napona do 24V. Taj se napon konvertira u izmjenični, dolazi do primarne zavojnice i inducira se na sekundarne zavojnice pri pomicanju jezgre. Inducirani napon se pretvara u istosmjerni koji je linearan s pomakom jezgre u odnosu na zavojnicu.

Veza između pomaka i izlaznog napona zove se osjetljivost instrumenta i izražava se u mV/mm.



Slika 10: Shema rada LVDT-a (izvor: [4])

Za dobivanje induciranih naponova zaslužno je relativno gibanje magneta prema zavojnici. Za vrijeme micanja magneta kroz zavojnicu, u zavojnicu nastaje inducirani napon koji se očitava na krajevima zavojnica. Jedan kraj je pozitivan (+), a drugi negativan (-), pa kroz galvanometar proteče električna struja. [4]

Princip rada induktivnih tenzometara sastoji se u tome, što se izmjenama takvih karakteristika elektromagnetskog sustava, kao veličina zračnog razmaka ili broj navoja zavojnica mijenja induktivnost, a s njom i sila i tok. [4]

Relativna deformacija može se izraziti relativnom promjenom induciranih naponova :

$$\frac{\Delta U_i}{U_i} = k \cdot \frac{\Delta l}{l_0} \quad (5.2)$$



Slika 11: Primjer različitih induktivnih osjetila (izvor: [4])

## 5.2.2 Mjerenje deformacija

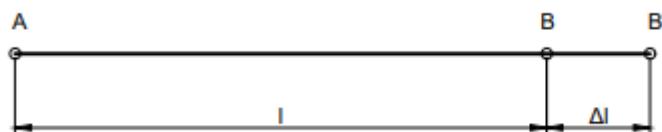
Najvažniji parametar za dimenzioniranje konstruktivnih elemenata su naprezanja koja se u konstrukciji pojavljuju prilikom njena opterećenja. Budući da naprezanja nisu mjerljive veličine te se ne mogu direktno odrediti eksperimentalnom analizom. U svrhu njihovog određivanja vršimo mjerenja ostalih parametara koji su uzročno-posljedično vezani za naprezanja. Jedan od tih parametara jest deformacija.

Osim što se dvije točke na konstrukciji uslijed opterećenja pomiču, one se također i međusomo udaljavaju ili približavaju ovisno o tipu opterećenja pod kojim se konstrukcija nalazi. Takvo približavanje odnosno udaljevanje dviju točaka na nekom tijelu naziva se deformacija. Deformacije se na tijelu mogu pojaviti uslijed mehaničkog opterećenja, temperaturnih promjena ili zbog nekih karakteristika materijala kao što su puzanje i skupljanje betona, bubrenje i skupljanje drveta ili deformacije nastale uslijed zavarivanja dva čelična elementa. [1]

Mjerenje deformacija u laboratoriju zasniva se na mjerenu duljina između dvije točke A i B koje se nalaze na tijelu. Duljine se mjeru prije nanošenja opterećenja i nakon nanošenja opterećenja. Mjerenjem tih duljina i njihovim oduzimanjem dobijemu razliku duljina odnosno absolutnu deformaciju koja se označava sa  $\Delta l$ . Ako bi tu razliku duljina podijelili sa početnom duljinom kooja se još naziva i bazna duljina ( $l_0$ ), dobili bi relativnu deformaciju tijela ( $\epsilon$ ). [1]

$$\epsilon_{sr} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (5.1)$$

U slučaju povećanja udaljenosti između dvije točke nakon opterećenja govorimo o vlačnom djelovanju, a ako se ta udaljenost smanjila nastala je deformacija u tlaku.



Slika 12: Mjerna duljina i promjena mjerne duljine (Izvor: [4])

Izmjerena deformacija ovisi i o homogenosti materijala. U slučaju homogenog materijala, srednja deformacija je ujedno i prava deformacija, dok kod nehomogenih materijala srednja izmjerena deformacija biti će bliža pravoj vrijednosti što je manja mjerna duljina. Upravo zbog toga je standardno u praksi da se za mjernu duljinu  $l_0$  uzima vrijednost od 2 do 200 milimetara. Kod betona koji je makroskopski nehomogen materijal mjerna duljina se uzima između 50 i 400 milimetara. [4]

S obzirom da su stvarni pomaci konstrukcija iznimno mali i iznose tek nekoliko milimetara, potrebno je upotrijebiti uređaje koji će moći s takvom preciznošću dostaviti reprezentativne rezultate. Uređaji za mjerenje deformacija su tenzometri, a prema mehanizmu rada mogu biti

električni, akustični, optički i mehanički. Neki primjeri tenzometara su Huggenbergov tenzometar (mehanički), Martenov zrcalni tenzometar (optički), Elektrootporni tenzometar (EOT)... [4]

Tenzometar korišten za mjerjenje deformacija na rešetci od pleksigala koja će biti obrađena u ovom radu je elektrootporni tenzometar (EOT) stoga će naglasak biti na opisivanju njega, dok su ostali navedeni kako bi se stekao dojam o brojnim mogućnostima mjerjenja deformacija.

Rad elektrootpornih tenzometara zasniva se na zakonitosti promjene otpora vodiča zbog geometrijskih promjena. Žica duljine  $l$  i promjera  $d$  ima omski električni otpor  $R$  koji se može izraziti relacijom: [4]

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = \rho \frac{4 \cdot l}{d^2 \cdot \pi} \quad (5.3)$$

gdje je  $\rho$  električna otpornost (specifični otpor) materijala od kojeg je napravljena žica.

Ako se duljina žice produži za  $\Delta l$ , istodobno će se promjer žice smanjiti za  $\Delta d$ . Uzdužna deformacija  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$  i poprečna deformacija  $\varepsilon_p = \frac{\Delta d}{d}$  vezane su relacijom :

$$\frac{\Delta d}{d} = -\nu \frac{\Delta l}{l} \quad (5.4)$$

gdje je  $\nu$  Poissonov koeficijent. [4]

Zbog promjene volumena vodiča promjenit će se električna otpornost:

$$\frac{d\rho}{\rho} = c \cdot \frac{dV}{V} \quad (5.5)$$

gdje je  $c$  Bridgmanova konstanta, a  $V$  volumen vodiča. [4]

Kako je volumen vodiča  $V = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot l$ , to je  $\ln V = \ln \frac{\pi}{4} + 2 \cdot \ln(d) + \ln(l)$ .

Diferenciranjem tog izraza dobivamo:

$$\frac{dV}{V} = 2 \cdot \frac{dd}{d} + \frac{dl}{l} \quad (5.6)$$

Uzimajući u obzir ovaj izraz i 5.4, izraz 5.5 možemo pisati u sljedećem obliku :

$$\frac{d\rho}{\rho} = c \cdot (1 - 2 \cdot v) \cdot \frac{dl}{l} \quad (5.7)$$

Logaritmiranjem izraza 5.3  $R = \rho \cdot \frac{l}{A} = \rho \frac{4 \cdot l}{d^2 \cdot \pi}$  dobivamo :

$$\ln R = \ln \rho + \ln(l) - 2 \ln(d) - \ln \frac{\pi}{4} \quad (5.8)$$

Što nakon diferenciranja daje:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - 2 \cdot \frac{dd}{d} \quad (5.9)$$

Ako gornju jednadžbu uvrstimo u izraze 5.4 i 5.7, dobit ćemo:

$$\frac{dR}{R} = (1 + c + 2 \cdot v - 2 \cdot c \cdot v) \cdot \frac{dl}{l} \quad (5.10)$$

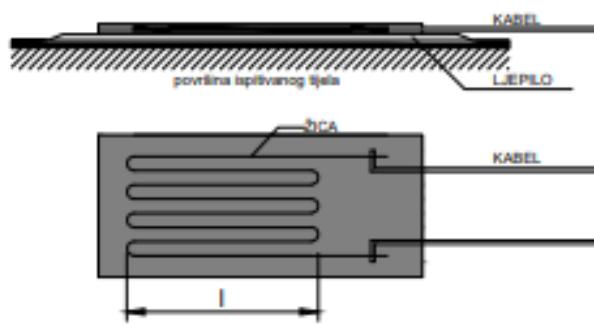
Podijelimo lijevu i desnu stranu jednadžbe sa  $\frac{dl}{l}$  i dobivamo izraz za relativnu deformaciju koji glasi :

$$\varepsilon = \frac{1}{k} \cdot \frac{dR}{R} \quad (5.11)$$

gdje je  $k$  faktor tenzometra i određuje se baždarenjem te je u praksi obično u granicama 1,95 do 2,15. [4]

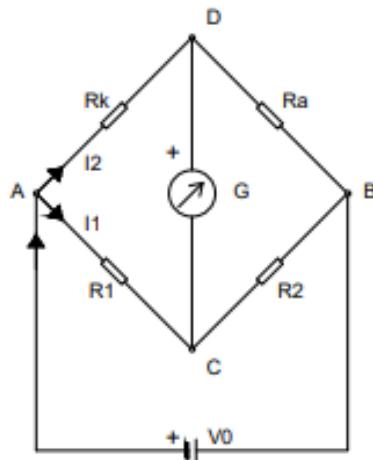
Elektrootporni tenzometar sastavljen je od tanke metalne žice konstantana koja formira oblik mrežice i koja se lijevi između dvaju tankih papira. Ti papiri služe kao izolatori i ujedno štiti mrežicu. Na krajevima žice su pričvršćeni kabeli od deblje žice, malog otpora. Elektrootporni se tenzometar prikladnim ljepilom čvrsto zalijepi na površinu ispitivanog elementa kako bi se deformacija opterećenog elementa prenosila neposredno na žicu tenzometra. [4]

Deformacija žice uzrokuje promjenu otpora pa mjerenjem promjene električnog otpora u žici možemo izmjeriti njezinu deformaciju, koja je ujedno i deformacija elemenata na promatranome mjestu. [4]



Slika 13: Shema elektrootpornog tenzometra (Izvor: [4])

Za mjerjenje promjene otpora mjernog tenzometra upotrebljava se Wheatstoneov most. Wheatstoneov most je uređaj u elektrotehnici koji služi za vrlo precizno mjerjenje otpora, ili za mjerjenje malih promjena otpora. Sastoji se od izvora istosmjernog napona  $V_0$ , četiri otpornika ( $R_1, R_2, R_3, R_4$ ) i galvanometra G (voltmetra). [4]



Slika 14: Wheatstoneov most (Izvor: [4])

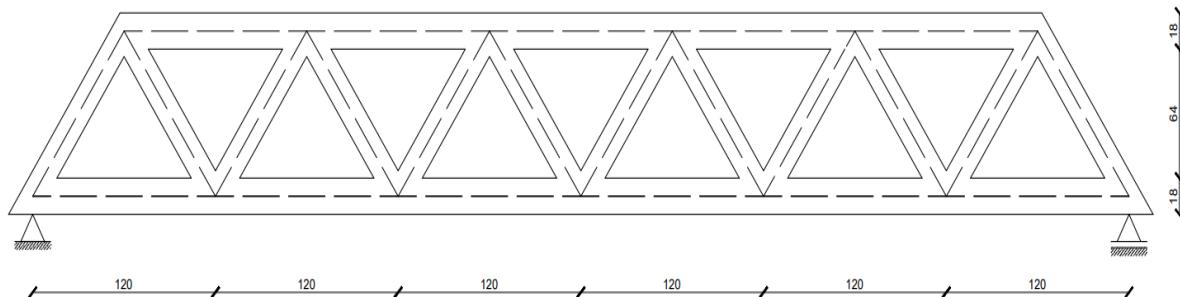
## 6 ANALIZA REŠETKASTOG MODELA OD PLEKSIGLASA

U nastavku rada bit će prikazan rešetkasti model od pleksiglasa kroz dvije faze opterećenja koncentriranim silama. Obradit će se ponašanje rešetke kroz eksperimentalnu analizu i kroz proračunsku analizu koristeći se računalnim programom za modeliranje konstrukcija RFEM. Na kraju će biti provedena usporedba rezultata kako bi se ustanovile razlike navedena dva slučaja i odredila reprezentativnost proračunskog modela.

### 6.1 Opis modela

Model rešetke izrađen je od pleksiglasa. Pleksiglas je transparentan termoplastičan materijal koji je, prvenstveno zbog svoje manje težine, cijene i jednostavnosti rukovanja, vrlo česta zamjena za staklo. Spada u obitelj sintetičkih ili umjetnih plastičnih materijala. Pleksiglas je tvrd, vrlo transparentan materijal s izvrsnom otpornošću na UV zračenje i atmosferlje. Dostupan je i u boji, a moguće ga je profilirati, rezati, bušiti i oblikovati.

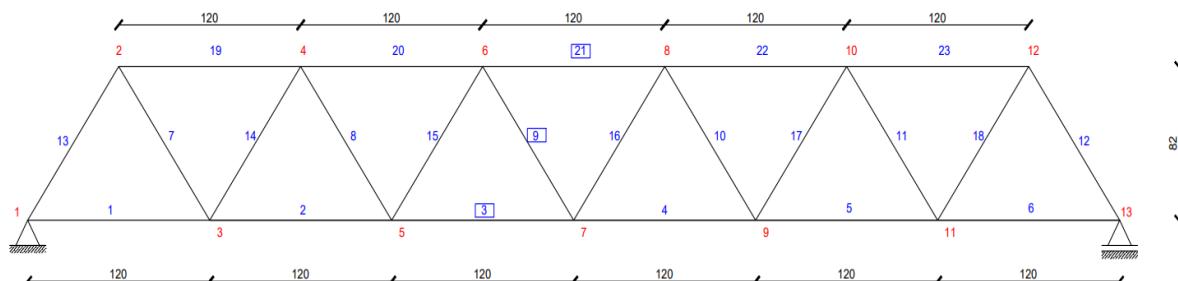
Rešetka, kako je prikazano na slici 14, sastoji se od gornjeg i donjeg pojasa koji su međusobno spojeni ispunom koja sa gornjim i donjim pojasm zatvara kut od 53.8 stupnjeva tvoreći 11 jednakokračnih trokuta. Svi elementi gornjeg i donjeg pojasa imaju jednake geometrijske i materijalne karakteristike dok elementi ispune imaju iste materijalne karakteristike kao i pojasevi, a različite geometrijske karakteristike.



Slika 15: Model rešetke od pleksiglasa

Ukupna duljina donjeg pojasa iznosi 720 mm, a gornjeg 600 mm, dok je statička visina jednaka 82 mm.

Sa statičkog pogleda, rešetka predstavlja običnu prostu gredu. Rešetka je na obje svoje strane oslonjena na ležajeve, pri čemu je lijevi ležaj nepomičan, a desni ležaj nepomično klizni. Rubni uvjeti rešetke su takvi da onemogućuju vertikalne pomake na mjestu ležajeva, ali omogućuju horizontalne pomake koji će se pojaviti zbog deformacije uslijed zadanog opterećenja. Štapovi rešetke spojeni su u čvorove tako da tvore apsolutno krute točke na konstrukciji. To omogućava čvorovima da preuzimaju momente onemogućujući kuteve zaokreta. Upravo zbog toga, u ispunama će se pojaviti sve tri ravninske komponente unutarnjih sila: uzdužna sila, poprečna sila i moment savijanja. Time se ovakva rešetka razlikuje od standardnih, primjenjivih u praksi, rešetki kojima su štapni elementi najčešće spojeni u zglobne čvorove, oslobađajući momente savijanjima i omogućavajući ispuni da zaprimi samo uzdužne sile. Rešetka se sastoji od 13 čvorova. Od tih 13 čvorova, čvorovi 1 i 13 su ležajni čvorovi, dok ostalih 11 čvorova predstavlja upeti spoj ispune za donji i gornji pojaz.



Slika 16: Osnini prikaz rešetke

#### Geometrijske karakteristike rešetke:

gornji i donji pojaz:

$$b/h = 10,5/18\text{mm}$$

$$A = 189,0 \text{ mm}^2$$

$$I = 5103,0 \text{ mm}^4$$

$$W = 567,0 \text{ mm}^3$$

ispuna :

$$b/h = 10,5/15\text{mm}$$

$$A = 157,5 \text{ mm}^2$$

$$I = 2953,125 \text{ mm}^4$$

$$W = 393,75 \text{ mm}^3$$

Modul elastičnosti pleksiglasa iznosi  $E = 3300 \text{ MPa}$ .

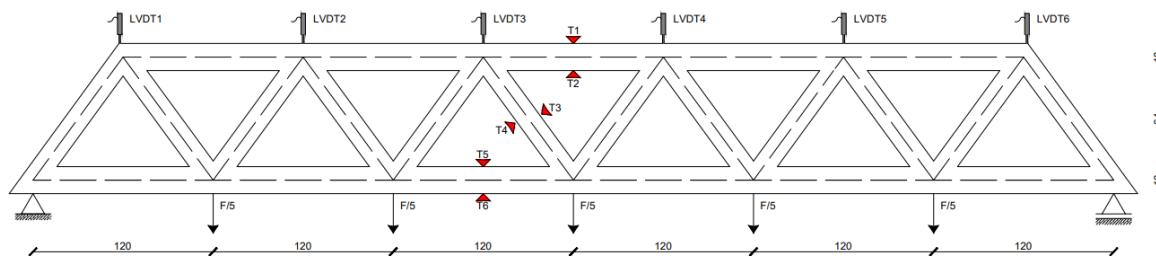
Na temelju zadanih podataka o geometrijskim karakteristikama rešetke napravljen je proračunski model u računalnom programu za modeliranje konstrukcija RFEM, te su rezultati za zadano opterećenje uspoređeni s rezultatima dobivenim eksperimentalnom analizom.

Usporedba će se provesti na razini naprezanja u odabranim štapovima, deformacija, pomaka i unutarnjih sila.

## 6.2 Eksperimentalna analiza naprezanja i deformacija

Eksperimentalna analiza rešetke od pleksiglasa provedena je u laboratoriju Građevinskog fakulteta.

Pomaci rešetke mjereni su induktivnim osjetilima (LVDT) dok su deformacije mjerene elektoorpornim tenzometrima (EOT,  $120 \Omega$ ). Induktivna osjetila postavljena su u čvorove gornjeg pojasa rešetke, ukupno 6 njih, a elektrootporni tenzometri zалjepljeni su s gornje i donje strane štapova 3, 9 i 21, kako je prikazano na slici 15.

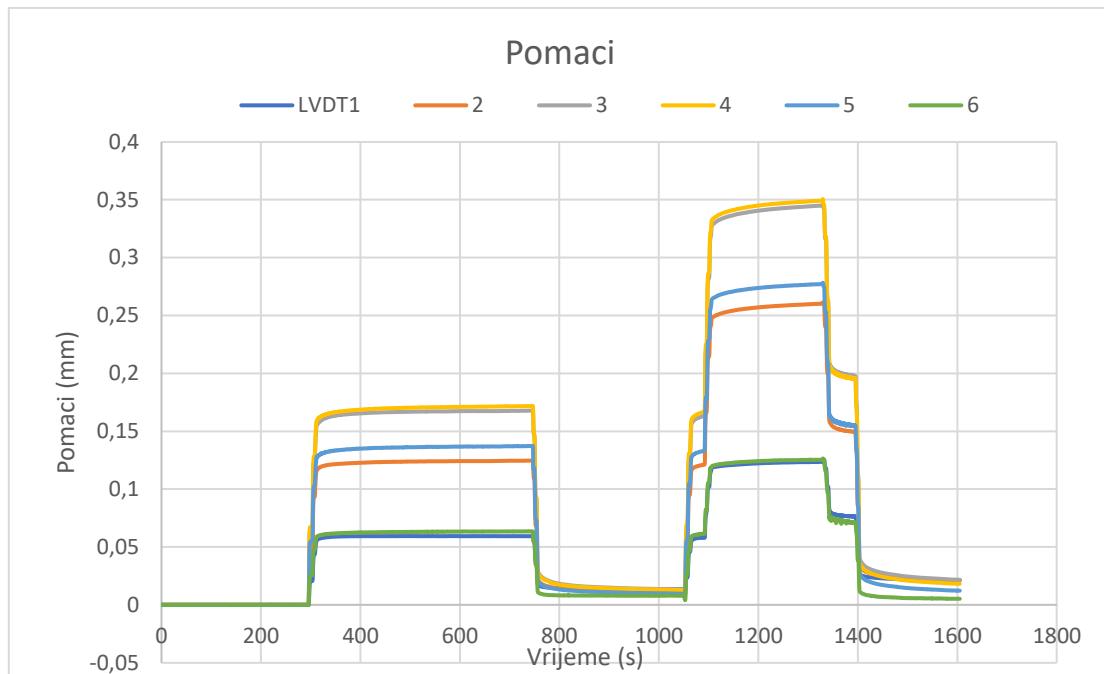


Slika 17: Prikaz položaja opterećenja, LVDT i EOT uređaja na rešetci

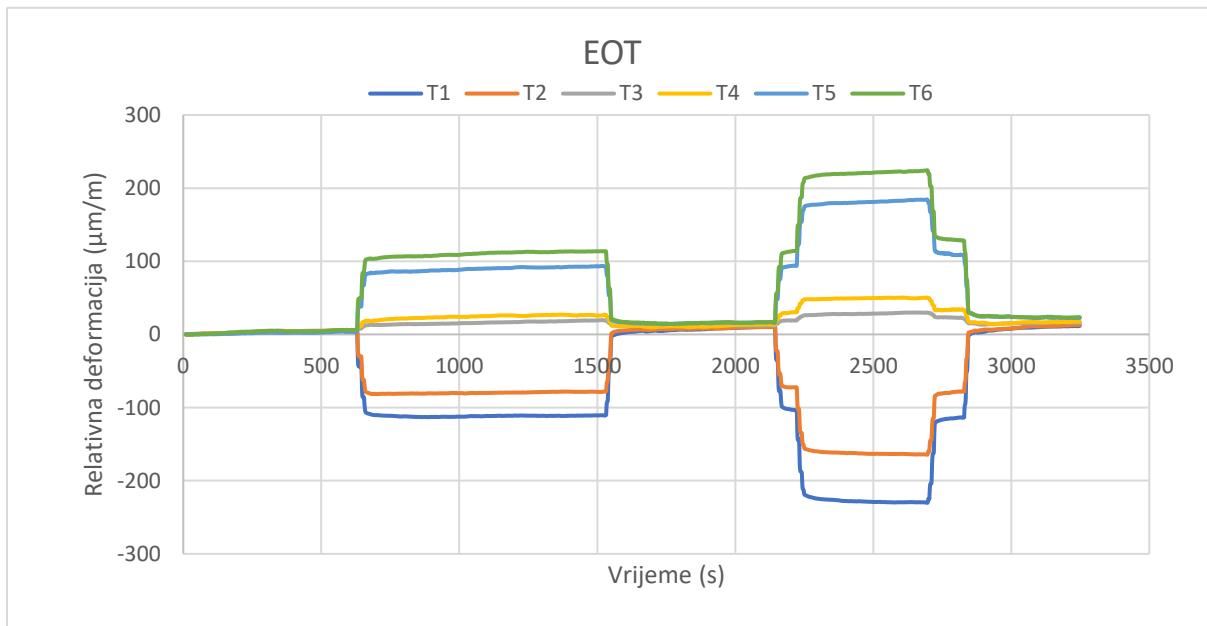
Opterećenje je nanošeno pomoću utega koji su se vješali na model u čvorovima 3, 5, 7, 9 i 11 u dva ciklusa opterećenja. Tako je opterećenje postavljeno kao niz od 5 koncentriranih sila u iznosu  $F/5$  u čvorovima donjeg pojasa. U prvom ciklusu (od početka mjerjenja  $t=0$ ) kreće se od opterećenja  $F = 0 N$  te se počinju bilježiti deformacije i pomaci preko navedenih uređaja. Nakon nekog vremena na čvorove donjeg pojasa rešetke nanese se opterećenje od  $F = 50 N$  koje se određeno vrijeme zadrži na rešetci. Nanošenje opterećenja se u dijagramima deformacija i pomaka video kao nagli skok u vrijednostima deformacija i pomaka, slika 16 i 17.

Nakon toga slijedi faza rasterećenja tijekom koje možemo uočiti zaostale deformacije i pomake. U drugoj fazi ponovno su nanesena opterećenja na rešetku, no sada u iznosu  $F = 100 N$ .

Deformacije i pomaci su znatno veći od onih prilikom prethodnog ciklusa, kako se i vidi iz slike 18 i 19.



Slika 18: Prikaz pomaka mjerena u vrijeme (s) za razne LVDT uređaje



Slika 19: Prikaz deformacija mjerena u vrijeme (s) za razne EOT uređaje

Moguće je uočiti kako su svi pomaci poprimili pozitivne vrijednosti, dok su deformacije na nekim mjernim mjestima negativne, što indicira kakvo će biti naprezanje na tim dijelovima.

Prikaz brojčanih vrijednosti deformacija i pomaka na kraju svakog ciklusa opterećenja i rasterećenja dani su u tablici 1.

Tablica 1: Brojčani prikaz vrijednosti pomaka i deformacija na mjernim mjestima

Mjerno mjesto		Faze opterećivanja				
		F = 0 N	F = 50 N	F = 0 N	F = 100 N	F = 0 N
Štap 21	EOT T1 (µm/m)	3,567	-110,69	9,8	-229,54	11,63
	EOT T2 (µm/m)	6,117	-78,3	9,975	-163,83	13,13
Štap 9	EOT T3 (µm/m)	5,125	19,26	12,27	29,63	16,14
	EOT T4 (µm/m)	4,758	26,75	13,78	50,21	17,56
Štap 3	EOT T5 (µm/m)	3,817	93,26	16,39	183,62	22,44
	EOT T6 (µm/m)	6,283	113,8	17,17	223,61	23,6
Čvor 2	LVDT 1 (mm)	0	0,05932	0,01334	0,1238	0,02139
Čvor 4	LVDT 2 (mm)	0	0,1247	0,00972	0,2611	0,02112
Čvor 6	LVDT 3 (mm)	0	0,168	0,01212	0,3462	0,02164
Čvor 8	LVDT 4 (mm)	0	0,1719	0,01151	0,3506	0,01818
Čvor 10	LVDT 5 (mm)	0	0,1373	0,00788	0,2782	0,01222
Čvor 12	LVDT 6 (mm)	0	0,06345	0,004	0,1262	0,0052

### 6.2.1 Eksperimentalno određivanje naprezanja

Kao ulazne podatke za određivanje naprezanja eksperimentalnim putem uzimamo iznose deformacija izmjerjenih EOT uređajima i modula elastičnosti E materijala pleksiglasa. S obzirom na dostupne podatke jasno je da će izraz za izračun naprezanja vrijeđiti Hookeov zakon za jednoosno stanje naprezanja (3.4):

$$\sigma = \varepsilon \cdot E$$

pri čemu je  $\varepsilon = EOT$ , a  $E = 3300 \text{ MPa}$ .

#### Proračun za $F = 50 \text{ [N]}$

Štap broj 3 :

$$\text{Gornji rub } (T_5): \quad \sigma_5 = EOT(T_5) \cdot E = 93,26 \cdot 10^{-6} \cdot 3300 \text{ MPa} = 0,308 \text{ MPa}$$

$$\text{Donji rub } (T_6): \quad \sigma_6 = EOT(T_6) \cdot E = 113,8 \cdot 10^{-6} \cdot 3300 \text{ MPa} = 0,376 \text{ MPa}$$

Štap broj 9 :

$$\text{Gornji rub } (T_3): \quad \sigma_3 = EOT(T_3) \cdot E = 19,26 \cdot 10^{-6} \cdot 3300 \text{ MPa} = 0,064 \text{ MPa}$$

$$\text{Donji rub } (T_4): \quad \sigma_4 = EOT(T_4) \cdot E = 26,75 \cdot 10^{-6} \cdot 3300 \text{ MPa} = 0,088 \text{ MPa}$$

Štap broj 21 :

$$\text{Gornji rub } (T_1): \quad \sigma_1 = EOT(T_1) \cdot E = -110,69 \cdot 10^{-6} \cdot 3300 \text{ MPa} = -0,365 \text{ MPa}$$

$$\text{Donji rub } (T_2): \quad \sigma_2 = EOT(T_2) \cdot E = -78,3 \cdot 10^{-6} \cdot 3300 \text{ MPa} = -0,258 \text{ MPa}$$

Tablica 2: Eksperimentalna naprezanja za prvu fazu opterećenja

Mjerno mjesto	Naprezanja [Mpa]	Element (štap)
EOT T1	-0,365	Štap br. 21
EOT T2	-0,258	
EOT T3	0,064	Štap br. 9
EOT T4	0,088	
EOT T5	0,308	Štap br. 3
EOT T6	0,376	

Proračun za  $F = 100 \text{ [N]}$

Štap broj 3 :

$$\text{Gornji rub } (T_5): \quad \sigma_5 = EOT(T_5) \cdot E = 183,62 \cdot 10^{-6} \cdot 3300 \text{ MPa} = 0,606 \text{ MPa}$$

$$\text{Donji rub } (T_6): \quad \sigma_6 = EOT(T_6) \cdot E = 223,61 \cdot 10^{-6} \cdot 3300 \text{ MPa} = 0,738 \text{ MPa}$$

Štap broj 9 :

$$\text{Gornji rub } (T_3): \quad \sigma_3 = EOT(T_3) \cdot E = 29,63 \cdot 10^{-6} \cdot 3300 \text{ MPa} = 0,098 \text{ MPa}$$

$$\text{Donji rub } (T_4): \quad \sigma_4 = EOT(T_4) \cdot E = 50,21 \cdot 10^{-6} \cdot 3300 \text{ MPa} = 0,166 \text{ MPa}$$

Štap broj 21 :

$$\text{Gornji rub } (T_1): \quad \sigma_1 = EOT(T_1) \cdot E = -229,54 \cdot 10^{-6} \cdot 3300 \text{ MPa} = -0,757 \text{ MPa}$$

$$\text{Donji rub } (T_2): \quad \sigma_2 = EOT(T_2) \cdot E = -163,83 \cdot 10^{-6} \cdot 3300 \text{ MPa} = -0,541 \text{ MPa}$$

Tablica 3: Eksperimentalna naprezanja za drugu fazu opterećenja

Mjerno mjesto	Naprezanja [Mpa]	Element (štap)
EOT T1	-0,757	Štap br. 21
EOT T2	-0,541	
EOT T3	0,098	Štap br. 9
EOT T4	0,166	
EOT T5	0,606	Štap br. 3
EOT T6	0,738	

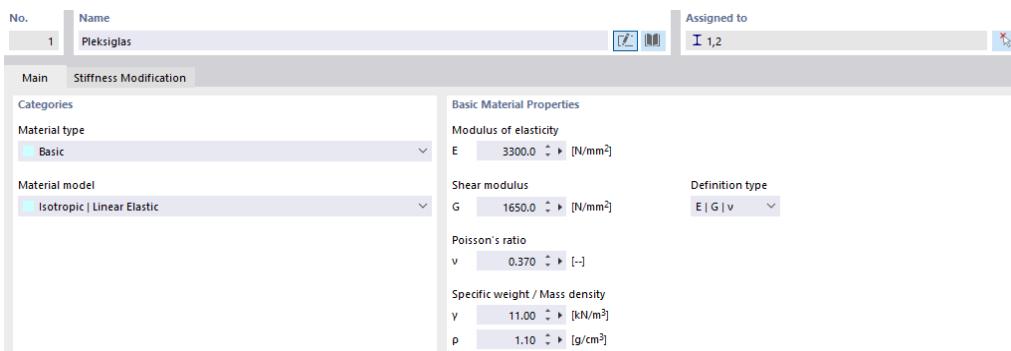
### 6.3 Numerička analiza naprezanja i deformacija

Numerička analiza provedena je računalnim programom RFEM. RFEM je računalni program koji omogućava jednostavno i brzo modeliranje kompleksnih konstrukcija kao i statičku i dinamičku analizu. Za analizu konstrukcija RFEM program koristi se metodom konačnih elemenata (eng. *Finite Element Method - FEM*).

Model rešetke izrađen je u x-z ravni, a opterećenja i kombinacije opterećenja dodana su u skladu s europskim normama EN 1990, EN 1991 i hrvatskim nacionalnim dodatkom HRN 2016-05.

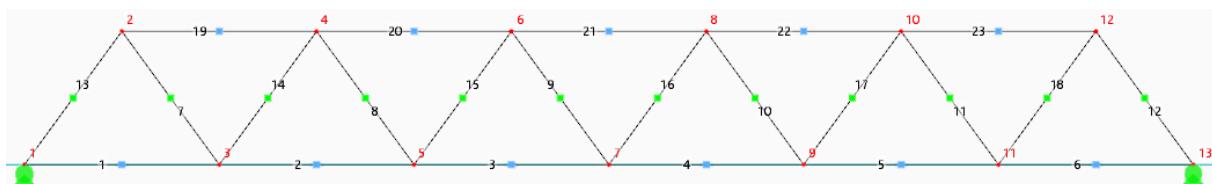
Za izračun naprezanja korištena je opcija stress and strain analysis, dok je za određivanje dijagrama unutarnjih sila korištena opcija static analysis.

Za materijal korišten je pleksiglas sa modulom elastičnosti od 3300 MPa.

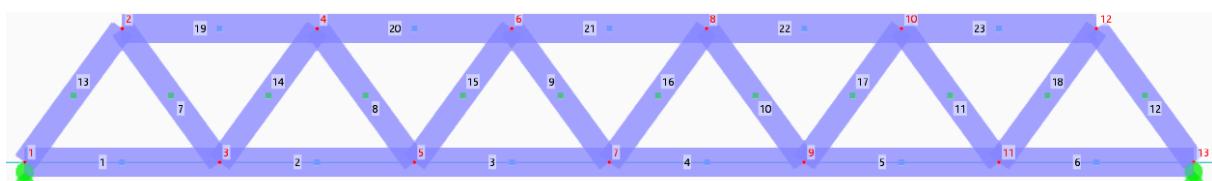


Slika 20: Materijalne karakteristike

Model rešetke izrađen je pomoću 23 linije i 13 čvorova. Svim linijama je dodijeljena karakteristika greda koja može preuzeti unutarnje momente, uzdužne i poprečne sile. U čvoru 1 postavljen je nepomični ležaj, dok je u čvoru 3 postavljen klizni ležaj.

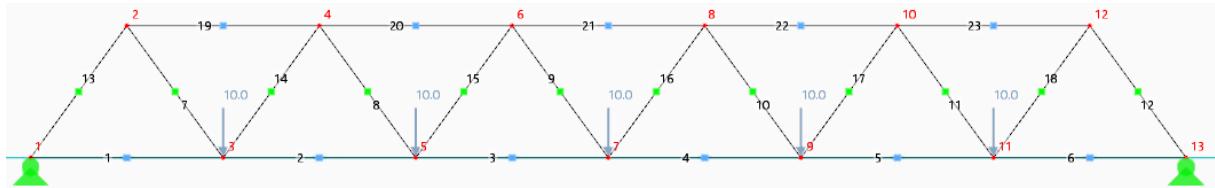


Slika 21: Shema rešetke

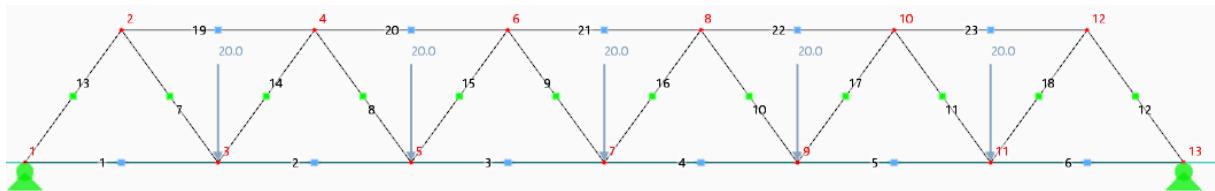


Slika 22 : Shema rešetke sa prikazom greda

Eksperimentalna analiza u računalnom programu RFEM simulirana je tako da su na napravljenu rešetku nanesena dva slučaja opterećenja. Prva faza opterećenja reprezentira sile od 10 N dodijeljene čvorovima 3, 5, 7, 9 i 11, dok druga faza opterećenja reprezentira sile od 20 N dodijeljene istim tim čvorovima. Statika je definirana rješavanjem danog sustava uz pretpostavku geometrijske linearnosti.

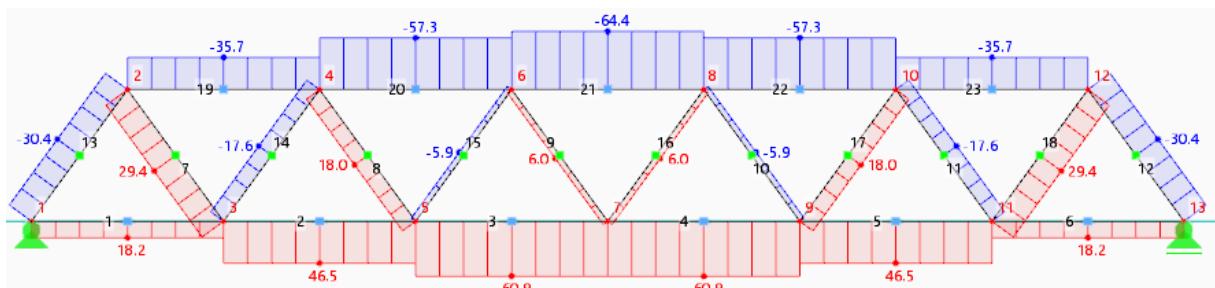


Slika 23: Prva faza opterećenja

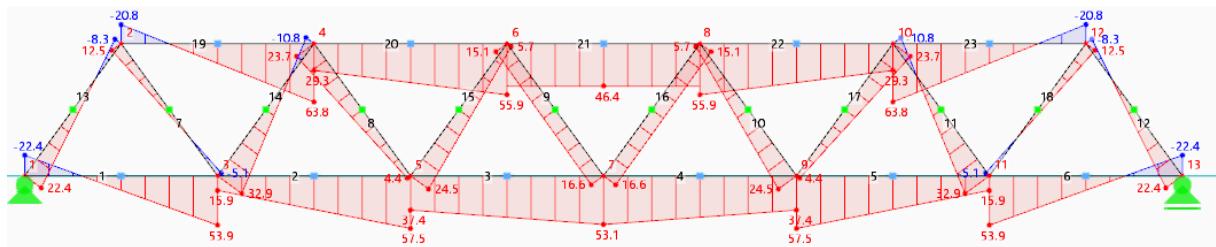


Slika 24: Druga faza opterećenja

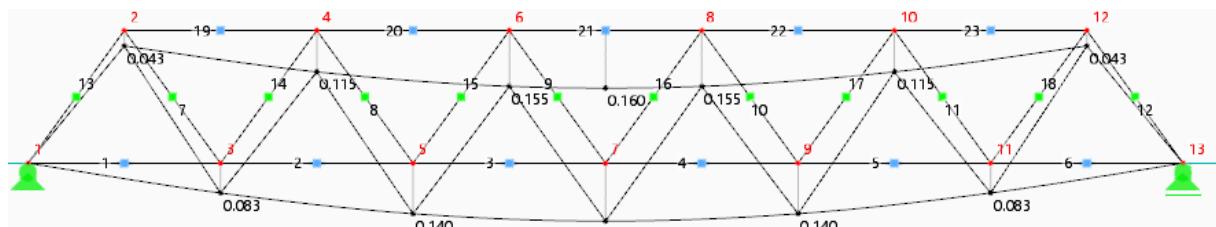
Na temelju nanešenog opterećenja dobiveni su dijagrami uzdužne sile i unutarnjih momenata savijanja kao i pomaci čvorova čiji su rezultati uspoređeni sa analitički dobivenim rezultatima.



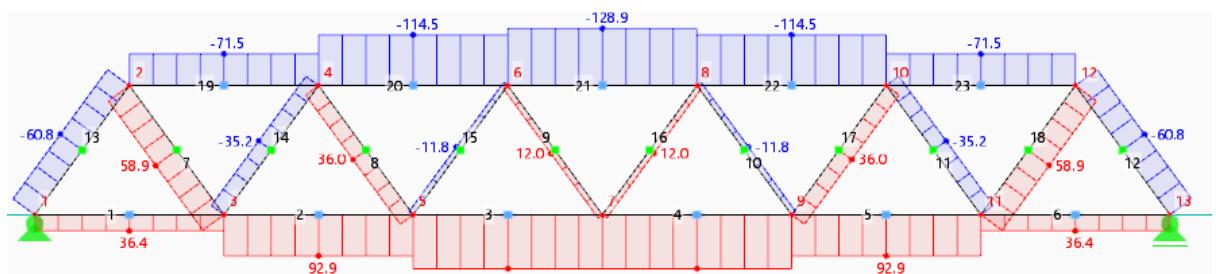
Slika 25: Uzdužne sile za prvu fazu opterećenja



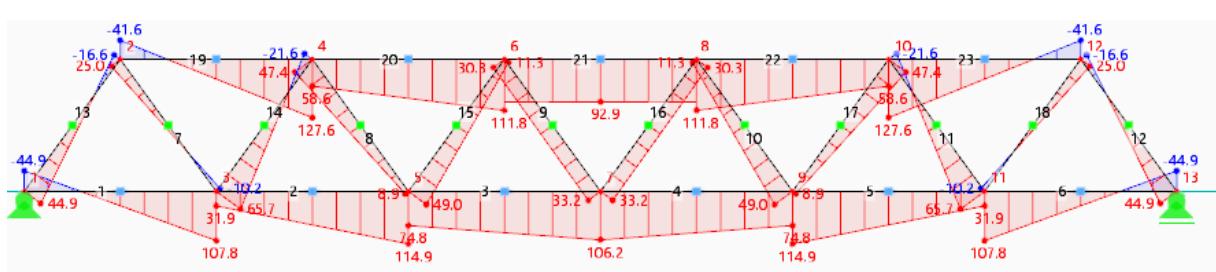
Slika 26: Moment savijanja za prvu fazu opterećenja



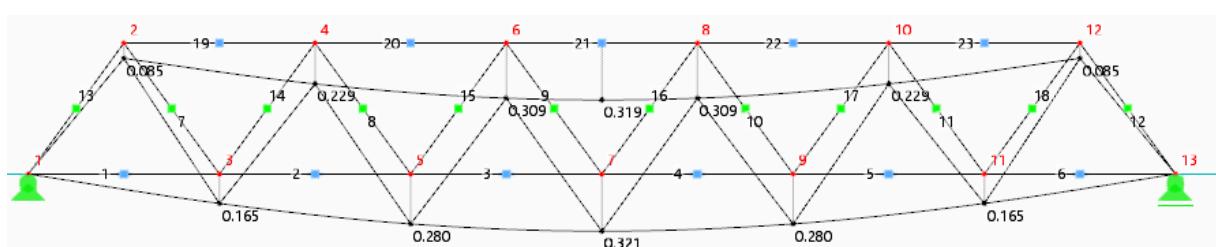
Slika 27: Pomaci za prvu fazu opterećenja



Slika 28: Uzdužne sile za drugu fazu opterećenja



Slika 29: Momenti savijanja za drugu fazu opterećenja



Slika 30: Pomaci za drugu fazu opterećenja

Tablica 4: Računski dobiveni pomaci

Mjerno mjesto	Pomaci (mm)	
	F = 50 N	F = 100 N
Čvor 2	0,043	0,085
Čvor 4	0,115	0,229
Čvor 6	0,155	0,309
Čvor 8	0,155	0,309
Čvor 10	0,115	0,229
Čvor 12	0,043	0,085

Tablica 5: Računski dobiveni momenti i uzdužne sile

Mjerno mjesto		Uzdužna sila (N)		Moment savijanja (Nmm)	
		F = 50 N	F = 100 N	F = 50 N	F = 100 N
Štap 3	Čvor 5	N <sub>5</sub> = 60,9	N <sub>5</sub> = 121,8	M <sub>5</sub> = 37,4	M <sub>5</sub> = 74,8
	Čvor 7	N <sub>7</sub> = 60,9	N <sub>7</sub> = 121,8	M <sub>7</sub> = 53,1	M <sub>7</sub> = 106,2
Štap 9	Čvor 6	N <sub>6</sub> = 6,0	N <sub>6</sub> = 12,0	M <sub>6</sub> = 15,1	M <sub>6</sub> = 30,3
	Čvor 7	N <sub>7</sub> = 6,0	N <sub>7</sub> = 12,0	M <sub>7</sub> = 16,6	M <sub>7</sub> = 33,2
Štap 21	Čvor 6	N <sub>6</sub> = -64,4	N <sub>6</sub> = -128,9	M <sub>6</sub> = 46,4	M <sub>6</sub> = 92,9
	Čvor 8	N <sub>8</sub> = -64,4	N <sub>8</sub> = -128,9	M <sub>8</sub> = 46,4	M <sub>8</sub> = 92,9

### 6.3.1 Računsko određivanje naprezanja i deformacija

Kao ulazni podatak za analitičko određivanje naprezanja su iznosi unutarnjih sila (uzdužnih sila i momenata savijanja). S obzirom na ulazne podatke, jasno je da ćemo za analitičko određivanje naprezanja koristiti izraz 4.3 za složeno opterećenje kao kombinaciju uzdužne sile i momenata savijanja:

$$\sigma_x = \sigma_x(N) \pm \sigma_x(M_y) = \frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{I_y} \cdot z$$

Ili skraćeni zapis:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{W_y}$$

Proračun za  $F = 50 \text{ [N]}$ 

Unutarnje sile dane su za opterećenje od 100 N (druga faza opterećenja). Sile koje djeluju u elementima rešetke pod opterećenjem od 50 N (prva faza) jednake su polovici vrijednosti sila dobivenih od opterećenja od 100 N.

Budući da proračun naprezanja radimo na sredini raspona štapnih elemenata 3, 9 i 21, iznose unutarnjih sila na toj točki elementa dobit ćemo kao srednju vrijednost iznosa sila ili momenata na rubovima istog elementa.

Štap broj 3 (donji pojas) :

$$\text{Srednji moment } (M_s) : M_s = \frac{M_5 + M_7}{2} = \frac{37,4 + 53,1}{2} = 45,25 \text{ Nmm}$$

$$\text{Gornji rub } (T_5) : \sigma_5 = \frac{N}{A} - \frac{M_s}{W_y} = \frac{60,9}{189,0} - \frac{45,25}{567,0} = 0,242 \text{ MPa}$$

$$\text{Donji rub } (T_6) : \sigma_6 = \frac{N}{A} + \frac{M_s}{W_y} = \frac{60,9}{189,0} + \frac{45,25}{567,0} = 0,402 \text{ MPa}$$

Štap broj 9 (ispuna) :

$$\text{Srednji moment } (M_s) : M_s = \frac{M_6 + M_7}{2} = \frac{15,1 + 16,6}{2} = 15,85 \text{ Nmm}$$

$$\text{Gornji rub } (T_3) : \sigma_3 = \frac{N}{A} - \frac{M_s}{W_y} = \frac{6,0}{157,5} - \frac{15,85}{393,75} = -0,002 \text{ MPa}$$

$$\text{Donji rub } (T_4) : \sigma_4 = \frac{N}{A} + \frac{M_s}{W_y} = \frac{6,0}{157,5} + \frac{15,85}{393,75} = 0,078 \text{ MPa}$$

Štap broj 21 (gornji pojas) :

$$\text{Srednji moment } (M_s) : M_s = \frac{M_6 + M_8}{2} = \frac{46,4 + 46,4}{2} = 46,4 \text{ Nmm}$$

$$\text{Gornji rub } (T_1) : \sigma_5 = \frac{N}{A} + \frac{M_s}{W_y} = -\frac{64,4}{189,0} - \frac{46,4}{567,0} = -0,423 \text{ MPa}$$

$$\text{Donji rub } (T_2) : \sigma_6 = \frac{N}{A} - \frac{M_s}{W_y} = -\frac{64,4}{189,0} + \frac{46,4}{567,0} = -0,259 \text{ MPa}$$

Tablica 6: Računska naprezanja za prvu fazu opterećenja

Mjerno mjesto	Naprezanja [Mpa]	Element (štap)
EOT T1	-0,423	Štap br. 21
EOT T2	-0,259	
EOT T3	-0,002	
EOT T4	0,078	Štap br. 9
EOT T5	0,242	
EOT T6	0,402	Štap br. 3

Proračun za F = 100 [N]

Štap broj 3 (donji pojas) :

$$\text{Srednji moment } (M_s) : \quad M_s = \frac{M_5 + M_7}{2} = \frac{74,8 + 106,2}{2} = 90,5 \text{ Nmm}$$

$$\text{Gornji rub } (T_5) : \quad \sigma_5 = \frac{N}{A} - \frac{M_s}{W_y} = \frac{121,8}{189,0} - \frac{90,5}{567,0} = 0,485 \text{ MPa}$$

$$\text{Donji rub } (T_6) : \quad \sigma_6 = \frac{N}{A} + \frac{M_s}{W_y} = \frac{121,8}{189,0} + \frac{90,5}{567,0} = 0,804 \text{ MPa}$$

Štap broj 9 (ispuna) :

$$\text{Srednji moment } (M_s) : \quad M_s = \frac{M_6 + M_7}{2} = \frac{30,3 + 33,2}{2} = 31,75 \text{ Nmm}$$

$$\text{Gornji rub } (T_3) : \quad \sigma_3 = \frac{N}{A} - \frac{M_s}{W_y} = \frac{12,0}{157,5} - \frac{31,75}{393,75} = -0,003 \text{ MPa}$$

$$\text{Donji rub } (T_4) : \quad \sigma_4 = \frac{N}{A} + \frac{M_s}{W_y} = \frac{12,0}{157,5} + \frac{31,75}{393,75} = 0,156 \text{ MPa}$$

Štap broj 21 (gornji pojas) :

$$\text{Srednji moment } (M_s) : \quad M_s = \frac{M_6 + M_8}{2} = \frac{92,9 + 92,9}{2} = 92,9 \text{ Nmm}$$

$$\text{Gornji rub } (T_1) : \quad \sigma_5 = \frac{N}{A} + \frac{M_s}{W_y} = -\frac{128,9}{189,0} - \frac{92,9}{567,0} = -0,846 \text{ MPa}$$

$$\text{Donji rub } (T_2) : \quad \sigma_6 = \frac{N}{A} - \frac{M_s}{W_y} = -\frac{128,9}{189,0} + \frac{92,9}{567,0} = -0,518 \text{ MPa}$$

Tablica 7: Računska naprezanja za drugu fazu opterećenja

Mjerno mjesto	Naprezanja [Mpa]	Element (štap)
EOT T1	-0,846	Štap br. 21
EOT T2	-0,518	
EOT T3	-0,003	
EOT T4	0,156	Štap br. 9
EOT T5	0,485	
EOT T6	0,804	Štap br. 3

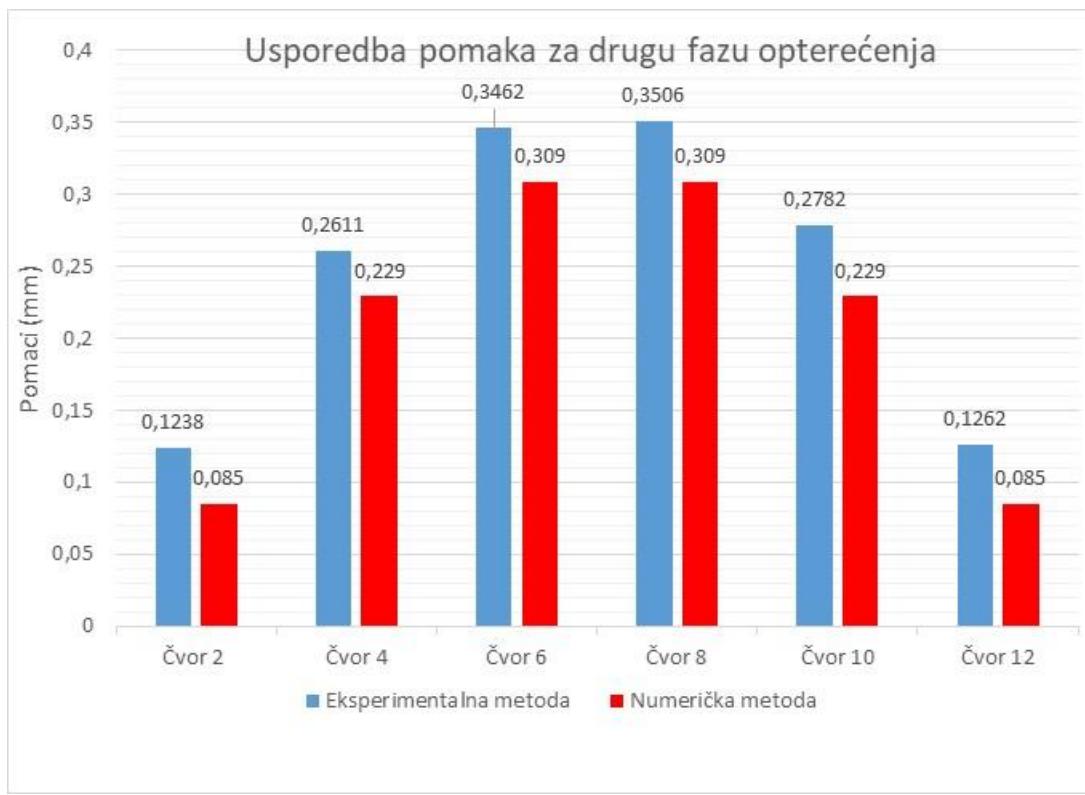
## 6.4 Usporedba rezultata

Usporedba rezultata dobivenih eksperimentalnim putem i numeričkom analizom izvršena je na razini naprezanja i pomaka na pojedinom mjernom mjestu. Rezultati su prikazani grafički i tablično.

U tablici 8 prikazana je usporedba rezultata pomaka za drugu fazu opterećenja (sila F=100N). Na slici 31. Usporedba rezultata pomaka za drugu fazu opterećenja (sila F=100N) je prikazana grafički.

*Tablica 8: Pomaci i njihova razlika za drugu fazu opterećenja*

Mjerno mjesto	Eksperimentalna metoda	Numerička metoda	Odstupanje	
			[ ]	%
Čvor 2	0,1238	0,085	0,0388	31,34
Čvor 4	0,2611	0,229	0,0321	12,29
Čvor 6	0,3462	0,309	0,0372	10,75
Čvor 8	0,3506	0,309	0,0416	11,87
Čvor 10	0,2782	0,229	0,0492	17,69
Čvor 12	0,1262	0,085	0,0412	32,65

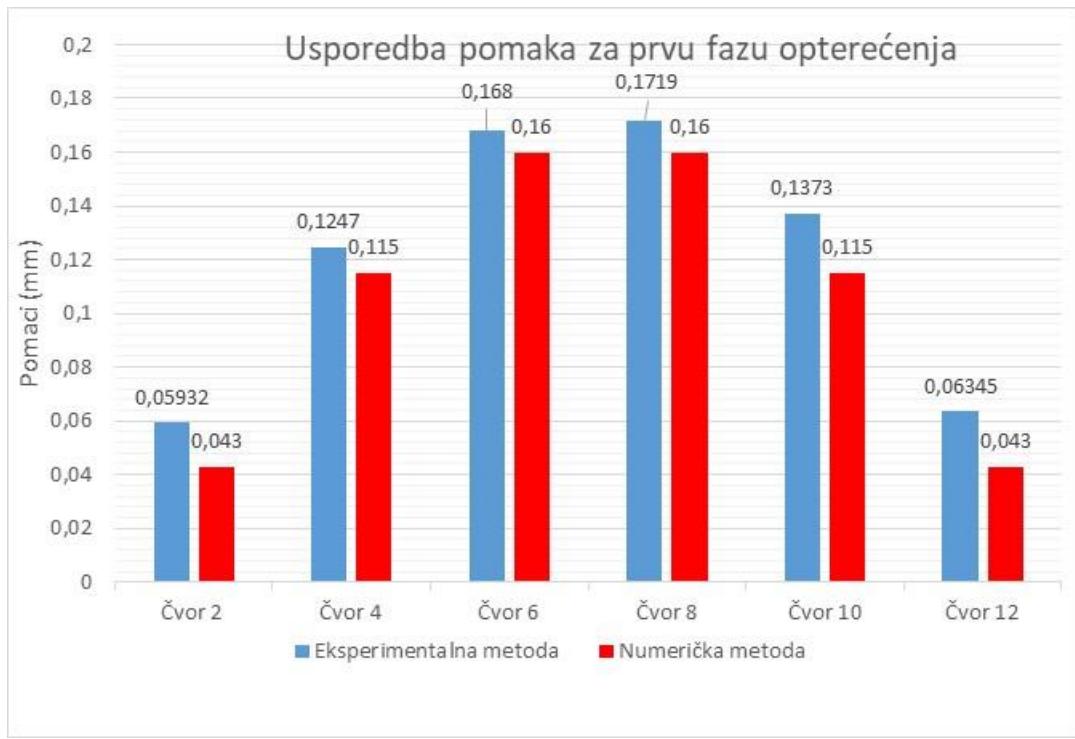


*Slika 31: Usporedba računskih i eksperimentalnih pomaka za drugu fazu opterećenja*

U tablici 9 prikazana je usporedba rezultata pomaka za prvu fazu opterećenja (sila F=50N). Na slici 32. Usporedba rezultata pomaka za prvu fazu opterećenja (sila F=50N) je prikazana grafički.

*Tablica 9: Pomaci i njihova razlika za prvu fazu opterećenja*

Mjerno mjesto	Eksperimentalna metoda	Numerička metoda	Odstupanje	
			[ ]	%
Čvor 2	0,05932	0,043	0,01632	27,51
Čvor 4	0,1247	0,115	0,0097	7,78
Čvor 6	0,168	0,16	0,008	4,76
Čvor 8	0,1719	0,16	0,0119	6,92
Čvor 10	0,1373	0,115	0,0223	16,24
Čvor 12	0,06345	0,043	0,06345	32,23

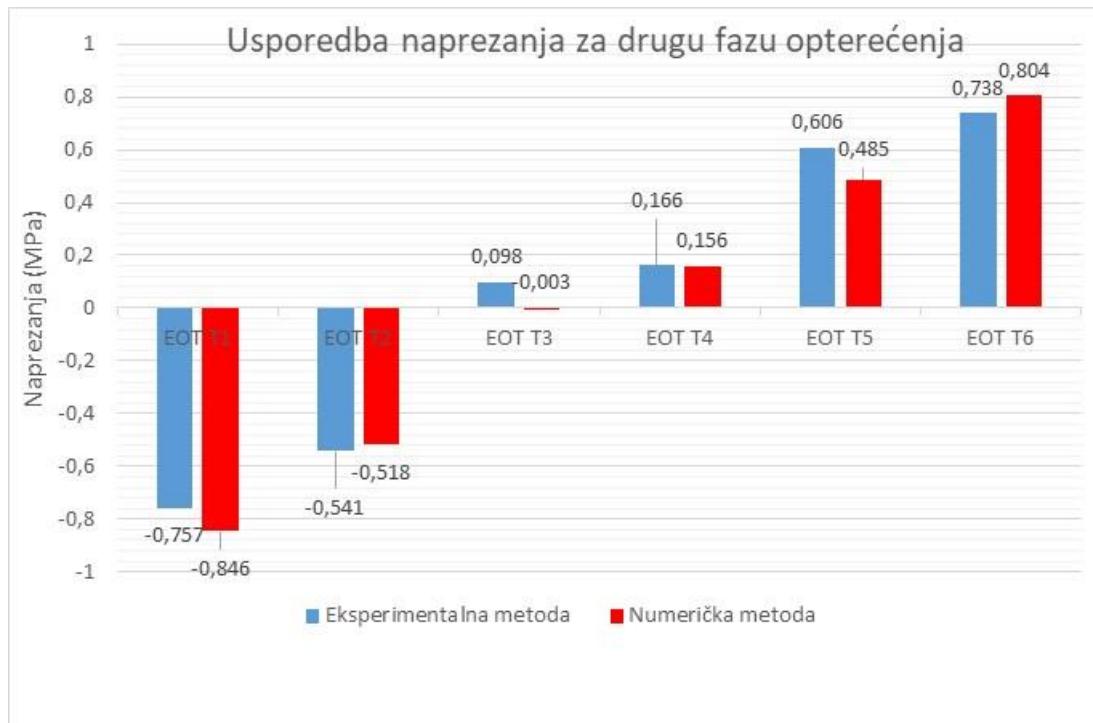


*Slika 32: Usporedba računskih i eksperimentalnih pomaka za prvu fazu opterećenja*

U tablici 10 prikazana je usporedba rezultata pomaka za drugu fazu opterećenja (sila F=100N). Na slici 33. Usporedba rezultata pomaka za drugu fazu opterećenja (sila F=100N) je prikazana grafički.

*Tablica 10: Naprezanja i njihova razlika za drugu fazu opterećenja*

Mjerno mjesto	Eksperimentalna [Mpa]	Numerička [Mpa]	Odstupanje	
			[ ]	%
EOT T1	-0,757	-0,846	-0,089	10,52
EOT T2	-0,541	-0,518	-0,023	4,25
EOT T3	0,098	-0,003	0,101	103,06
EOT T4	0,166	0,156	0,01	6,02
EOT T5	0,606	0,485	0,121	19,97
EOT T6	0,738	0,804	0,066	8,21

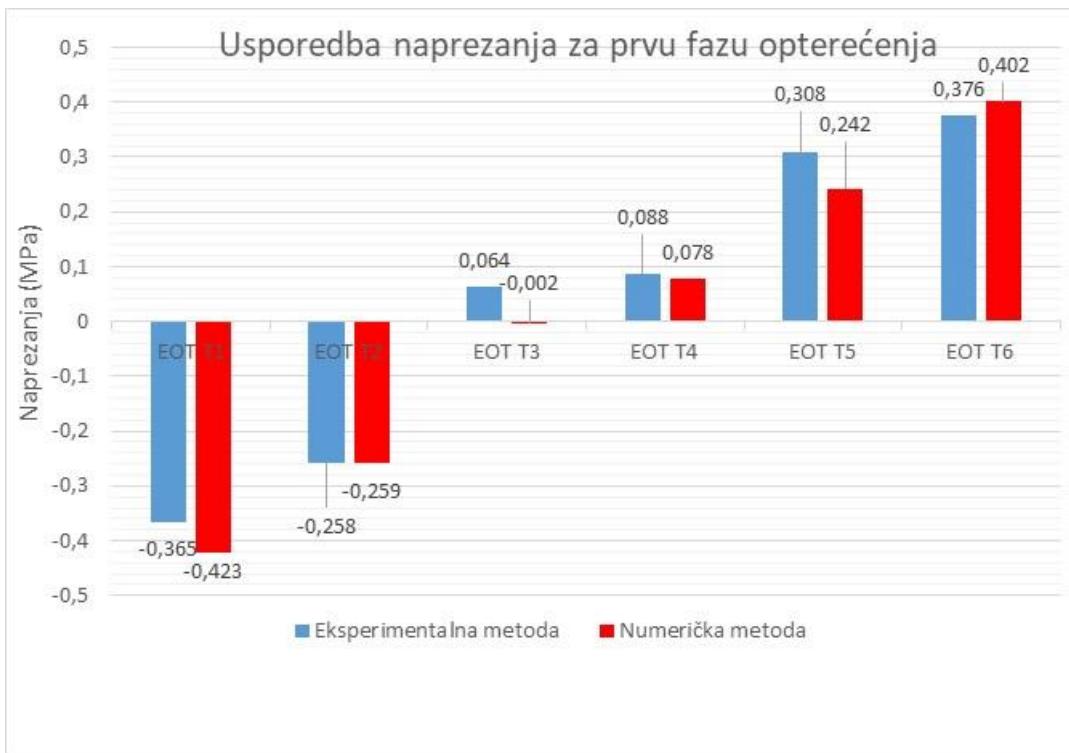


*Slika 33: Usporedba računskih i eksperimentalnih naprezanja za drugu fazu opterećenja*

U tablici 11 prikazana je usporedba rezultata pomaka za prvu fazu opterećenja (sila F=50N). Na slici 34. Usporedba rezultata pomaka za prvu fazu opterećenja (sila F=50N) je prikazana grafički.

*Tablica 11: Naprezanja i njihova razlika za prvu fazu opterećenja*

Mjerno mjesto	Eksperimentalna [Mpa]	Numerička [Mpa]	Odstupanje	
			[ ]	%
EOT T1	-0,365	-0,423	-0,058	13,71
EOT T2	-0,258	-0,259	0,001	0,39
EOT T3	0,064	-0,002	0,066	103,13
EOT T4	0,088	0,078	0,01	11,36
EOT T5	0,308	0,242	0,066	21,43
EOT T6	0,376	0,402	0,026	6,47



*Slika 34: Usporedba računskih i eksperimentalnih naprezanja za prvu fazu opterećenja*

#### Komentar rezultata:

Prema tabličnim i grafičkim prikazima rezultata moguće je uočiti manja odstupanja rezultata dobivenih eksperimentalnom analizom i numeričkom metodom.

Pomaci čvorova poprimaju veće vrijednosti kako se udaljavamo od krajnjih rubova rešetke. Rezultati pomaka dobiveni eksperimentalnom analizom, u obje faze opterećenja, veći su od onih dobivenih numeričkom metodom u svakom mjernom mjestu. Najveće odstupanje rezultata pomaka između dvije korištene metode jest u krajnjim čvorovima (čvor 2 i čvor 12) i iznosi 32,23% za prvu fazu opterećenja, odnosno 32,65% za drugu fazu opterećenja. Kako se

pomičemo od krajnjeg čvora prema središnjima, odstupanja u rezultatima se smanjuju. Ova pojava može se objasniti time što su pomaci u čvorovima bliže rubu manji pa tako i male pogreške u mjerenu mogu uzrokovati veća odstupanja rezultata. Najmanje odstupanje rezultata utvrđeno je u središnjem čvoru 6. Za prvu fazu opterećenja ono iznosi 4,76%, a za drugu fazu opterećenja iznosi 10,75%. Moguće je također uočiti i simetriju u rezultatima numeričke metode s obzirom na simetriju samog modela, dok kod eksperimentalne analize svaki čvor poprima jedinstvenu vrijednost pomaka.

U slučaju naprezanja, odstupanja u rezultatima su unutar 21%, izuzev mjernog mesta T3. Moguće je uočiti kako su u obje faze opterećenja vrijednosti numeričkih naprezanja veće nego eksperimentalne vrijednosti naprezanja na mjernim mjestima T1 i T6. Na svim ostalim mjernim mjestima vrijednosti naprezanja veće su prilikom eksperimentalne analize. Naprezanja u štapovima gornjeg i donjeg pojasa znatno su veća od naprezanja u ispunama rešetke, što je rezultat većih uzdužnih sila i momenata savijanja u gornjem i donjem pojasu rešetke. Moguće je uočiti kako su veća poklapanja rezultata naprezanja između numeričke i eksperimentalne metode na donjim rubovima promatranih štapnih elemenata (T2, T4 i T6).

## 7 ZAKLJUČAK

U radu su eksperimentalno određena naprezanja i pomaci na rešetkastom nosaču od pleksiglasa. Provedeno je statičko ispitivanje modela nosača od pleksiglasa u dvije faze opterećenja, tijekom kojih su mjereni pomaci LVDT osjetilima te relativne deformacije elektrootpornim tenzometrima na više mjernih mesta. Izrađen je numerički model nosača u RFEM softveru za proračun i modeliranje konstrukcija te je proveden proračun i numerička analiza. Rezultati numeričkog modela uspoređeni su s eksperimentalno utvrđenim vrijednostima pomaka i deformacija.

Usporedbom tablično i grafički prikazanih rezultata dobivenih eksperimentalnom i numeričkom analizom, može se uočiti relativno dobro podudaranje rezultata. Vrijednosti pomaka razlikuju se između 5% i 32%, ovisno o mjernom mjestu. Kod vrijednosti naprezanja razlike u rezultatima su od 0,4% do 21%, ovisno o mjernom mjestu.

U obje faze opterećenja eksperimentalno određene vrijednosti naprezanja i pomaka veće su od numeričkih vrijednosti. Uočljivo je kako su odstupanja rezultata između eksperimentalne analize i numeričke metode veće kod manjih opterećenja, tj. kod manjih vrijednosti pomaka i deformacija.

Moguće je zaključiti kako korištenje rezultata dobivenih eksperimentalnom metodom povećava pouzdanost pri proračunu konstrukcija.

## POPIS LITERATURE

- [1] Damjanović, D., (2017./2018.), Predavanja iz Eksperimentalnih metoda 1 [Internet], <raspoloživo na: [http://www.grad.unizg.hr/predmet/eksmet1\\_b](http://www.grad.unizg.hr/predmet/eksmet1_b)>
- [2] Šimić, V., (2002.) Otpornost materijala I, Sveučilište u Zagrebu, Školska knjiga, Zagreb
- [3] Šimić, V., (2002.): Otpornost materijala II, Sveučilište u Zagrebu, Školska knjiga, Zagreb
- [4] Krolo, J., Šimić, D., (2011.) Mehanika materijala, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb

## POPIS SLIKA

Slika 1: Prikaz punog naprezanja i njegovih komponenti (Izvor: [2]) .....	2
Slika 2: Komponente naprezanja (Izvor: [2]) .....	3
Slika 3: Veza između naprezanja i unutarnjih sila (Izvor: [2]) .....	4
Slika 4: Normalne i posmične deformacije (Izvor: [2]) .....	6
Slika 5: Hookeov dijagram .....	8
Slika 6: Raspodjela naprezanja uslijed momenta savijanja i uzdužne sile (Izvor: [3]) .....	10
Slika 7: Ukupno naprezanje u elementu (Izvor: [3]) .....	11
Slika 8: Mjerni sustav (Izvor: [4]) .....	13
Slika 9: Mjerjenje pomaka induktivnim osjetilom (Izvor: [1]) .....	14
Slika 10: Shema rad LVDT-a (Izvor: [4]) .....	15
Slika 11: Primjer različitih induktivnih osjetila (Izvor: [4]) .....	15
Slika 12: Mjerna duljina i promjena mjerne duljine (Izvor: [4]) .....	16
Slika 13: Shema elektrootpornog tenzometra (Izvor: [4]) .....	19
Slika 14: Wheatstoneov most (Izvor: [4]) .....	19
Slika 15: Model rešetke od pleksiglasa .....	20
Slika 16: Osni prikaz rešetke .....	21
Slika 17: Prikaz položaja opterećenja, LVDT i EOT uređaja na rešetci .....	22
Slika 18: Prikaz pomaka mjereneih LVDT uređajima .....	23
Slika 19: Prikaz deformacija mjereneih EOT uređajima .....	23
Slika 20: Materijalne karakteristike .....	26
Slika 21: Shema rešetke .....	26
Slika 22: Shema rešetke sa prikazom greda .....	26
Slika 23: Prva faza opterećenja .....	27
Slika 24: Druga faza opterećenja .....	27
Slika 25: Uzdužne sile za silu prvu fazu opterećenja .....	27
Slika 26: Moment savijanja za silu prvu fazu opterećenja .....	28
Slika 27: Pomaci za silu prvu fazu opterećenja .....	28
Slika 28: Uzdužne sile za silu drugu fazu opterećenja .....	28
Slika 29: Momenti savijanja za silu drugu fazu opterećenja .....	28
Slika 30: Pomaci za drugu fazu opterećenja .....	28
Slika 31: Usporedba računskih i eksperimentalnih pomaka za drugu fazu opterećenja .....	32
Slika 32: Usporedba računskih i eksperimentalnih pomaka za prvu fazu opterećenja .....	33
Slika 33: Usporedba računskih i eksperimentalnih naprezanja za drugu fazu opterećenja .....	34
Slika 34: Usporedba računskih i eksperimentalnih naprezanja za prvu fazu opterećenja .....	35

## POPIS TABLICA

Tablica 1: Brojčani prikaz vrijednosti pomaka i deformacija na mjernim mjestima .....	24
Tablica 2: Eksperimentalna naprezanja za prvu fazu opterećenja .....	25
Tablica 3: Eksperimentalna naprezanja za drugu fazu opterećenja .....	25
Tablica 4: Računski dobiveni pomaci.....	29
Tablica 5: Računski dobiveni momenti i uzdužne sile.....	29
Tablica 6: Računska naprezanja za prvu fazu opterećenja .....	30
Tablica 7: Računska naprezanja za drugu fazu opterećenja .....	31
Tablica 8: Pomaci i njihova razlika za drugu fazu opterećenja.....	32
Tablica 9: Pomaci i njihova razlika za prvu fazu opterećenja.....	33
Tablica 10: Naprezanja i njihova razlika za drugu fazu opterećenja .....	34
Tablica 11: Naprezanja i njihova razlika za prvu fazu opterećenja .....	35

