

Trozglobni nosači

Prelec, Ian

Undergraduate thesis / Završni rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:722633>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-02**

Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,
University of Zagreb](#)





Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Ian Prelec

TROZGLOBNI NOSAČI

ZAVRŠNI ISPIT

Zagreb, 2024.



Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Ian Prelec

TROZGLOBNI NOSAČI

ZAVRŠNI ISPIT

izv. prof. dr. sc. Marta Šavor Novak

Zagreb, 2024.



University of Zagreb

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Ian Prelec

THREE-HINGED SYSTEMS

FINAL EXAM

assoc. prof. Marta Šavor Novak

Zagreb, 2024.

SAŽETAK

Tema ovog rada su trozglobni nosači.

Na početku rada definirat će se pojam trozglobnih nosača te navesti neke od karakteristika istih. Zatim će se navesti par primjera trozglobnih nosača iz prakse s obzirom na široku primjenu odabranog sistema u građevinarstvu.

Objašnjeni su načini rješavanja sustava i osnovni uvjeti ravnoteže koje je potrebno zadovoljiti prilikom proračuna trozglobnog nosača.

Na kraju je proveden proračun jednog primjera trozglobnog nosača iz prakse pomoću grafičke i analitičke metode.

Ključne riječi: trozglobni nosač; zglob; primjeri iz prakse; uvjeti ravnoteže; analitička metoda; grafička metoda.

SUMMARY

The topic of this work is the three-hinged girders.

At the beginning of the work, the concept of the three-hinged frames will be defined, along with some of their characteristics. Then, considering the wide application of this system in construction, a few examples of three-hinged frames which can be seen in practice will be presented.

The methods for solving the system and the basic equilibrium conditions that need to be achieved when calculating a three-hinged frame are explained.

Finally, the calculation of a practical example of a three-hinged frame is performed using both graphical and analytical method.

Key words: three-hinged frame; hinge; practical examples; equilibrium conditions; analytical method; graphical method.

SADRŽAJ

SAŽETAK.....	iv
SUMMARY.....	v
SADRŽAJ.....	vi
1. UVOD.....	1
2. DEFINICIJA TROZGLOBNIH NOSAČA.....	2
3. PRIMJENA TROZGLOBNIH NOSAČA	5
4. PRORAČUN TROZGLOBNIH NOSAČA	8
4.1. ANALITIČKI POSTUPAK.....	9
4.2. GRAFIČKI POSTUPAK	13
4.2.1. Jedan opterećeni disk	13
4.2.2. Slučaj opterećenja oba diska.....	14
5. NUMERIČKI PRORAČUN TROZGLOBNOG NOSAČA.....	17
5.1. GRAFIČKI POSTUPAK	19
5.1.1. Određivanje reakcija u ležajevima	19
5.1.2. Određivanje unutarnjih sila po presjecima sustava	24
5.2. ANALITIČKI POSTUPAK.....	32
5.2.1. Određivanje reakcija u ležajevima	32
5.2.2. Određivanje unutarnjih sila po presjecima sustava	35
5.3. DIJAGRAMI UNUTARNJIH SILA I MOMENATA	43
6. ZAKLJUČAK.....	45
POPIS LITERATURE	46
POPIS SLIKA.....	47

1. UVOD

Trozglobni nosači su statički određeni sustavi koje čine dva diska međusobno povezana zglobom, pri čemu oba diska imaju zglobnu vezu s podlogom.

Trozglobni nosači nailaze na široku primjenu u konstrukcijama zbog svoje sposobnosti da se prilagode geometriji i promjenama opterećenja.

U građevinarstvu se trozglobni sustavi najčešće koriste u okvirnim strukturama i za premošćivanje raspona, poput mostova.

Važnost teme trozglobnih nosača ne leži samo u činjenici da su oni danas često korišteni sistem u konstrukcijama, već u tome da se mnogo nosača danas proračunava i analizira svođenjem na trozglobni sustav ili se koristi slična analogija rješavanja problema.

2. DEFINICIJA TROZGLOBNIH NOSAČA

Trozglobni nosač je sistem kojem je osnovno obilježje prisutstvo triju zglobova od kojih je jedan srednji zglob, onaj koji povezuje dva diska, a druga dva zgloba nalaze se u petama diskova koje srednji zglob povezuje. Tri zgloba doprinose statičkoj određenosti konstrukcije, što znači da se reakcije i unutarnje sile mogu odrediti isključivo primjenom osnovnih načela statike, bez potrebe za dodatnim, složenijim analizama. Diskovi koji tvore trozglobni nosač mogu biti punostijeni ili rešetkasti.

Trozglobni nosači moraju obavezno zadovoljavati geometrijski uvjet nepromjenjivosti naveden izrazom:

$$S = n \cdot 3 - z \cdot 2 - L$$

gdje je:

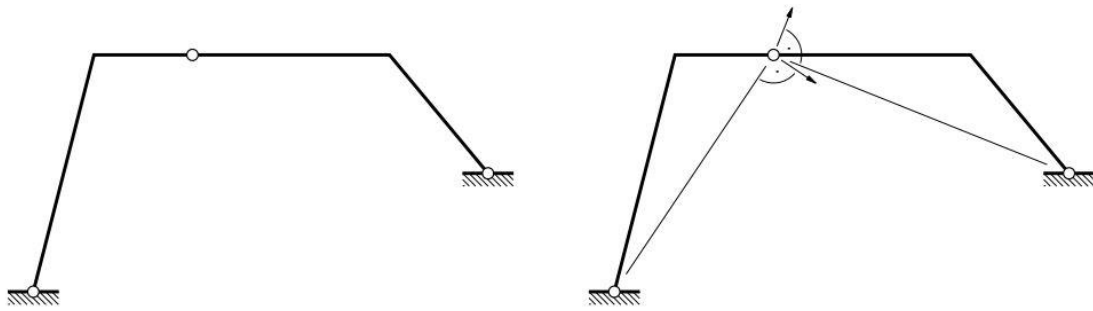
S – broj stupnjeva slobode

n – broj diskova

z – broj zglobova

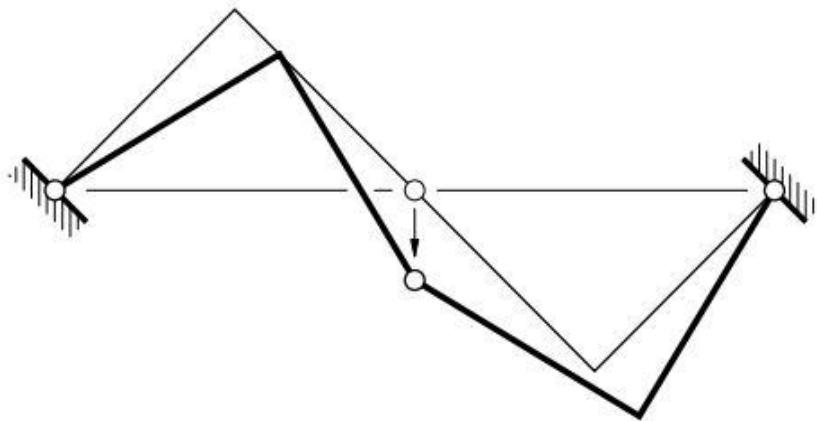
L – broj veza s podlogom

Da bi neki sustav bio statički određen, potrebno je da bude zadovoljen uvjet $S=0$, isto kao i uvjet da su veze ispravno raspoređene, ne smije biti slučaj tri zgloba na istome pravcu. Odnosno, sustav koji ima minimalno potreban broj veza da bi bio geometrijski nepromjenjiv i sustav kojem se sve vanjske i unutarnje sile mogu odrediti iz uvjeta ravnoteže, nazivamo statički određeni sustav. U slučaju kada je $S<0$, primjerice $S=-2$, radi se o sistemu koji ima dvije veze više nego je potrebno da bi se ostvarila ravnoteža. Takav sistem nazivamo statički neodređeni sistem. Ako je slučaj $S>0$, primjerice $S=1$, to upućuje da se radi o sistemu koji ima jednu vezu manje nego što je potrebno da bi se ostvarila ravnoteža sustava. Takav sistem nazivamo mehanizmom.



Slika 2.1. Statički određeni sustav [5]

Također, mehanizam se može ostvariti ako se tri zgloba nalaze na istome pravcu, što nam objašnjava Kennedyjev teorem. (slika 2.2.)



Slika 2.2. Statički neodređeni sustav (mehanizam – tri zgloba na istome pravcu Kennedy) [5]

3. PRIMJENA TROZGLOBNIH NOSAČA

Trozglobni nosači nude jednostavnost analize, ekonomičnost izgradnje te dobre karakteristike nosivosti i sigurnosti. Jedna od najčešćih primjena trozglobnih nosača je kod konstrukcija mostova, gdje su lukovi trozglobnog sustava mosta sposobni preuzeti i raspodijeliti velike sile koje proizlaze iz težine same konstrukcije, kao i dodatnih opterećenja koja se pojavljuju od vozila, pješaka i drugih elemenata na mostu.



Slika 3.1. Tavanasa Bridge, Švicarska [7]



Slika 3.2. Salginatobel Bridge, Švicarska [8]

Osim za izvođenje mostova, trozglobni se sistemi još koriste u velikom broju situacija zbog svoje jednostavnosti i funkcionalnosti. Neki od primjera korištenja trozglobnih nosača su sportske dvorane i stadioni u cjelini kao i dijelovi istih.



Slika 3.3. Krovna konstrukcija od LLD [9]

Karakteristike trozglobnih sustava da dobro prenose velika opterećenja bez razvijanja velikih unutarnjih naprezanja omogućuje njihovu primjenu kada je potrebno prevesti elemente znatne težine preko nekog vodnog tijela. Neki od primjera prikazani su na sljedećoj stranici.



Slika 3.4. Panther Hollow Bridge, SAD (čelični trozglobni luk) [10]



Slika 3.5. Viaduc d'Austerlitz, Pariz [11]

4. PRORAČUN TROZGLOBNIH NOSAČA

Za proračun trozglobnih nosača postoji više načina, od kojih su u ovom radu prikazana dva – analitički i grafički postupak. U ovom dijelu rada prikazani su načini određivanja reakcija u sustavu putem analitike i grafike, a detaljan proračun unutarnjih sila sistema je prikazan u nastavku rada.

Da bi sustav bio u ravnoteži, moraju biti zadovoljeni osnovni uvjeti ravnoteže koji se iskazuju na način:

$$\Sigma F_x = 0; \quad \Sigma F_z = 0; \quad \Sigma M = 0 \quad (4.1.)$$

gdje je:

ΣF_x – zbroj svih sila koje djeluju u smjeru osi x [N]

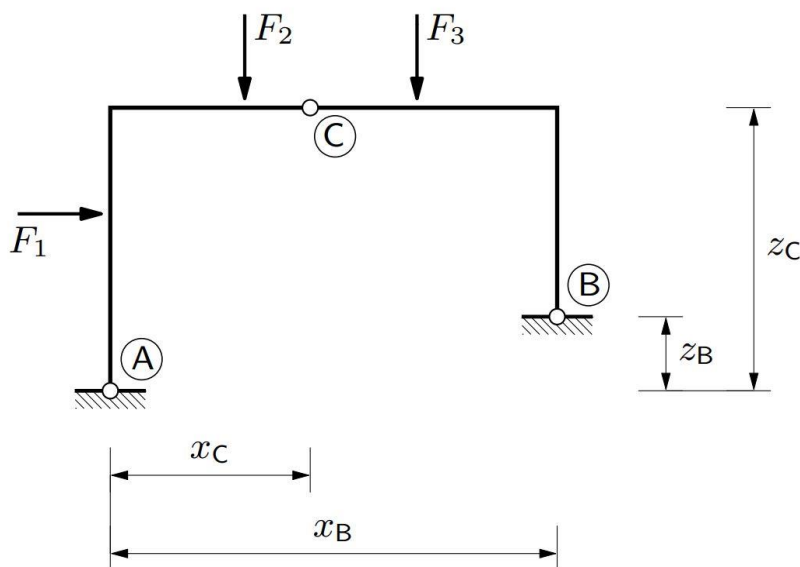
ΣF_z – zbroj svih sila koje djeluju u smjeru osi z [N]

ΣM – zbroj svih momenata na točku [Nm]

Za rješavanje problema trozglobnog nosača potrebno je zadovoljiti uvjete ravnoteže, osnovni uvjeti ravnoteže u slučaju analitičkog rješenja i grafički uvjeti ravnoteže u slučaju grafičkog rješavanja. Rezultat proračuna statičkog sistema trozglobnog nosača su dijagrami unutarnjih sila koji su potrebni za daljnje i složenije proračune u građevinarstvu.

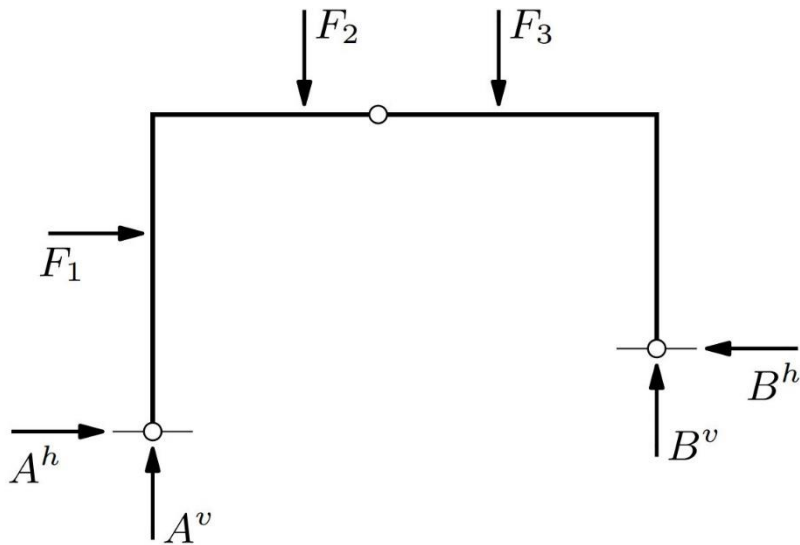
4.1. ANALITIČKI POSTUPAK

Primjer koji služi kao primjer za analitičko rješenje trozglobnog sistema nalazi se na slici 4.1.

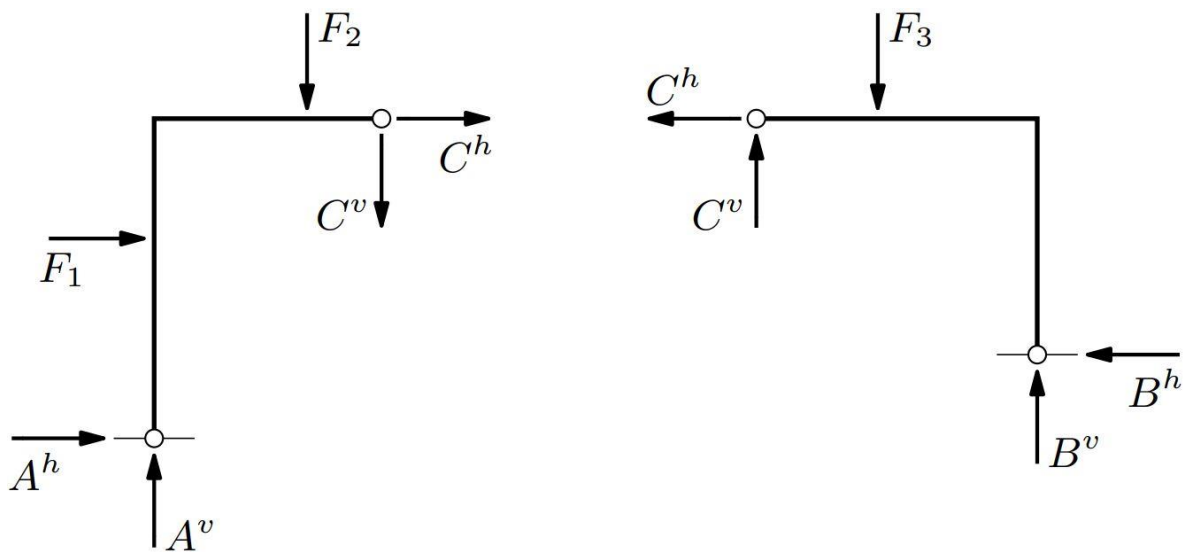


Slika 4.1. Zadani sustav [5]

U ležajevima se pojavljuju reakcije koje imaju određen smjer, intenzitet i orijentaciju. Za potrebe analitičkog rješavanja zadatka, te se reakcije rastavljaju na dvije komponente – jedna u smjeru osi x i jedna u smjeru osi z . Rastavljanjem dvaju reakcija na horizontalne i vertikalne komponente, dobivamo četiri sile nepoznate orijentacije i intenziteta. Kako ravninski sustavi nude samo tri jednadžbe ravnoteže, a mi imamo četiri nepoznanice, nosač je potrebno rastaviti na mjestu srednjega zgloba.



Slika 4.2. Sustav sa zadanim opterećenjima i nepoznicama [5]



Slika 4.3. Sustav rastavljen u srednjem zglobu [5]

Prije nego se sustav rastavi u središnjem zglobu, moguće je napraviti tri uvjeta ravnoteže, što možemo gledati kao globalne uvjete ravnoteže. Rastavljanjem sustava u zglobu, podijelili smo ga na dva diska, od kojih svaki ima po tri uvjeta ravnoteže. Sada sustav ima devet uvjeta ravnoteže i četiri nepoznanice, što znači da je moguće njegovo rješavanje isključivo zadovoljavanjem uvjeta ravnoteže.

Nastavak uključuje postavljanje uvjeta ravnoteže momenata na cijeli sustav i na jedan disk, te pronalazak jedne od reakcija iz ležaja:

$$\Sigma_{AB} M_{/A} = 0 ; \quad -z_1 F_1 - z_2 F_2 - z_3 F_3 + x_B B^v + z_B B^h = 0$$

$$\Sigma_{CB} M_{/C} = 0 ; \quad -(x_3 - x_C) F_3 + (x_B - x_C) B^v + (z_C - z_B) B^h = 0 \quad (4.1.)$$

Koristeći se uvjetima ravnoteže za cijeli sistem u prvoj jednadžbi i za desni disk u drugoj jednadžbi, dobivamo dvije jednadžbe s dvije nepoznanice koje su nam u ovom slučaju B^v i B^h . Iz vertikalne i horizontalne komponente sile B, možemo dobiti vrijednost sile B i njen pravi nagib. Nakon što poznajemo horizontalnu i vertikalnu komponentu sile u ležaju B, moguće je napraviti sumu svih sila po osi x i po osi z kako bismo dobili horizontalnu i vertikalnu komponentu sile u ležaju A.

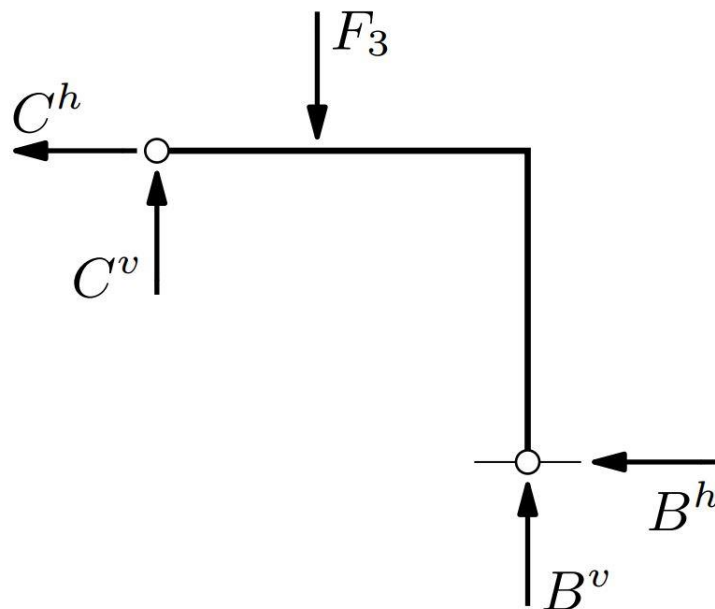
$$\Sigma F_x = 0 ; \quad A^h = B^h - F_1$$

$$\Sigma F_z = 0 ; \quad A^v = -B^v + F_2 + F_3 \quad (4.2.)$$

S obzirom da su nam sada potpuno poznate sile u ležajevima, preostaje odrediti sile u srednjem zglobu. Odaberemo jedan disk i za njega napravimo sumu sila po osi x i osi z te na taj način dobijemo komponente sile C koje su također vertikalna i horizontalna. U ovom slučaju, neka odabrani disk za određivanje reakcija u zglobu C bude desni disk.

$$\Sigma F_x = 0; \quad C^h = -B^h$$

$$\Sigma F_z = 0; \quad C^v = F_3 - B^v \quad (4.3.)$$



Slika 4.4. Okvir presječen u zglobu C [5]

4.2. GRAFIČKI POSTUPAK

Analogija rješavanja trozglobnog sustava grafičkim postupkom je slična kao i kod analitičkog rješavanja – prvi korak je računanje reakcija u ležajevima sustava. Kao i u slučaju analitičkog rješavanja, s obzirom da se radi o zglobojnoj vezi s podlogom, ne možemo znati kojeg su točno smjera reakcije u ležajevima. Rastavljamo nepoznate reakcije u ležajevima na horizontalnu i vertikalnu i ponovno imamo četiri nepoznanice.

Neki od postupaka grafičkog rješavanja problema, kao što su Culmannov postupak ili verižni poligon, nisu korisni jer je njihovo korištenje moguće samo u slučaju kada imamo tri nepoznanice, a naš slučaj nudi četiri nepoznanice.

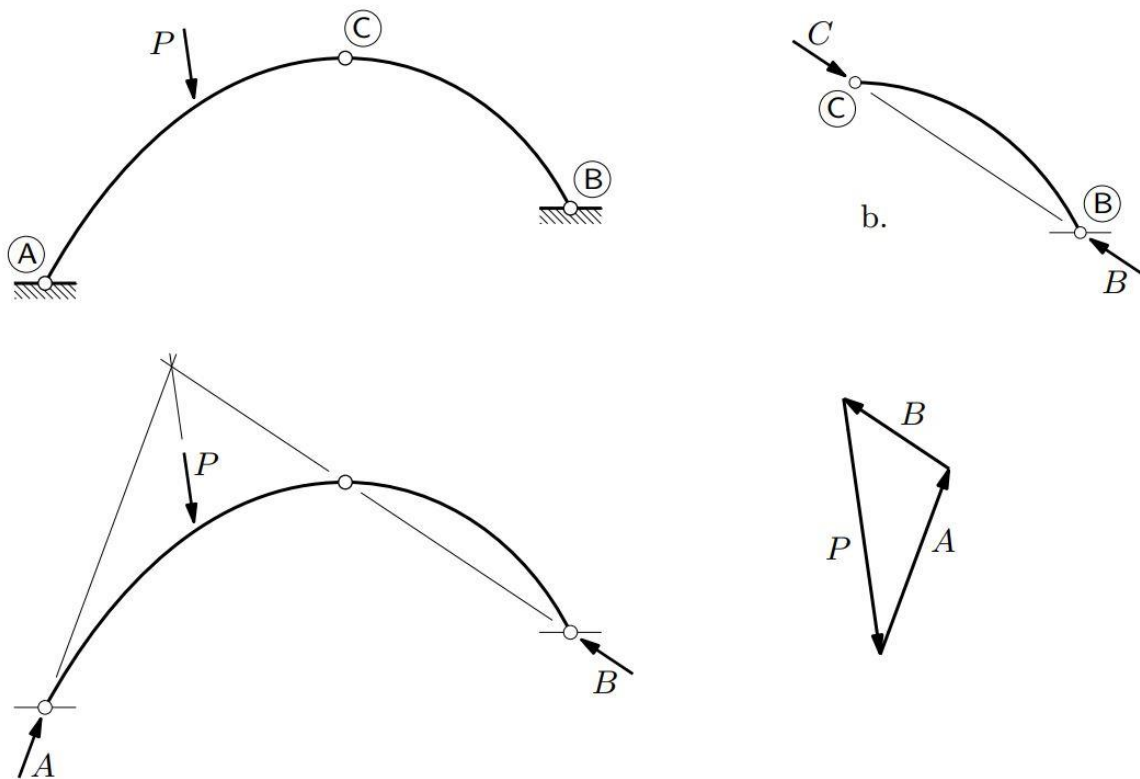
4.2.1. Jedan opterećeni disk

Opterećenje sustava može biti na jednom ili na oba diska. Postupak rješavanja sustava kojem je opterećen samo jedan disk, odnosno određivanja njegovih ležajnih reakcija, relativno je jednostavan.

Ako je zadana jedna sila kao opterećenje sustava, to ujedno znači da je ista ta sila rezultirajuće djelovanje vanjskih sila koje djeluju na sustav. Poznavajući smjer, orijentaciju i intenzitet rezultantne sile na sustav, možemo naći točku u kojoj se njen pravac siječe s pravcem reakcije neopterećenog diska. Ležajna reakcija neopterećenog diska, s obzirom da nema vanjskog djelovanja koje mora uravnotežiti, prolazi kroz srednji zglob.

Pravilo kaže da su tri sile u ravnini međusobno u ravnoteži ako njihovi pravci prolaze istom točkom i iste sile zatvaraju poligon sila. Dakle, točka u kojoj se sijeku pravac vanjske sile P i pravac ležajne reakcije B , je točka kojom mora prolaziti i pravac ležajne reakcije A . Sada su poznati smjerovi ležajnih reakcija uz prethodno znanje o svim podacima vanjske sile P , pa je moguće nacrtati poligon sila.

Rješenje na sljedećoj slici 4.5.

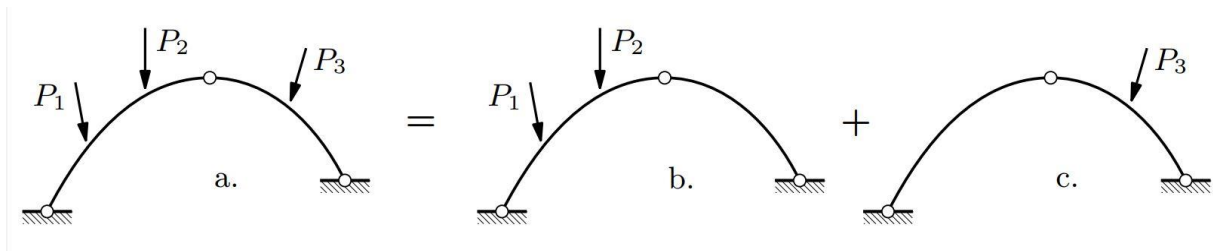


Slika 4.5. Određivanje reakcija trozglobnog sustava s jednoopterećenim diskom [5]

4.2.2. Slučaj opterećenja oba diska

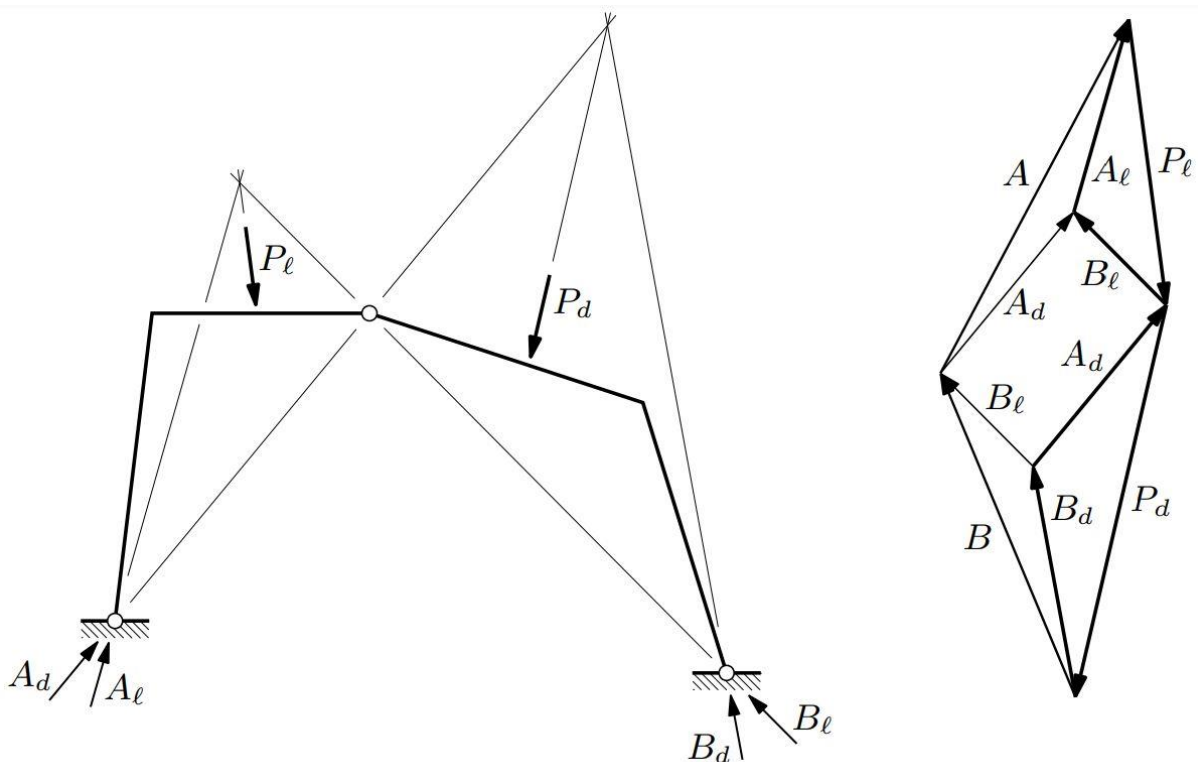
Postupak određivanja ležajnih reakcija trozglobnog sustava kojem su oba diska opterećena je još uvijek relativno jednostavan i temelji se na prethodno opisanom postupku kada je vanjsko opterećenje smješteno samo na jedan disk.

Promatrani sustav dijeli se na dva slučaja – prvi slučaj je da se kao opterećeni disk uzima samo prvi disk, a drugi slučaj da je opterećenje samo na drugom disku. Za zbrajanje ležajnih reakcija dvaju slučaja koristi se princip superpozicije. Za svaki od ta dva slučaja dobiju se reakcije koje grafički zbrajamo i dobivamo konačno rješenje ležajnih reakcija. (slika 4.6.)

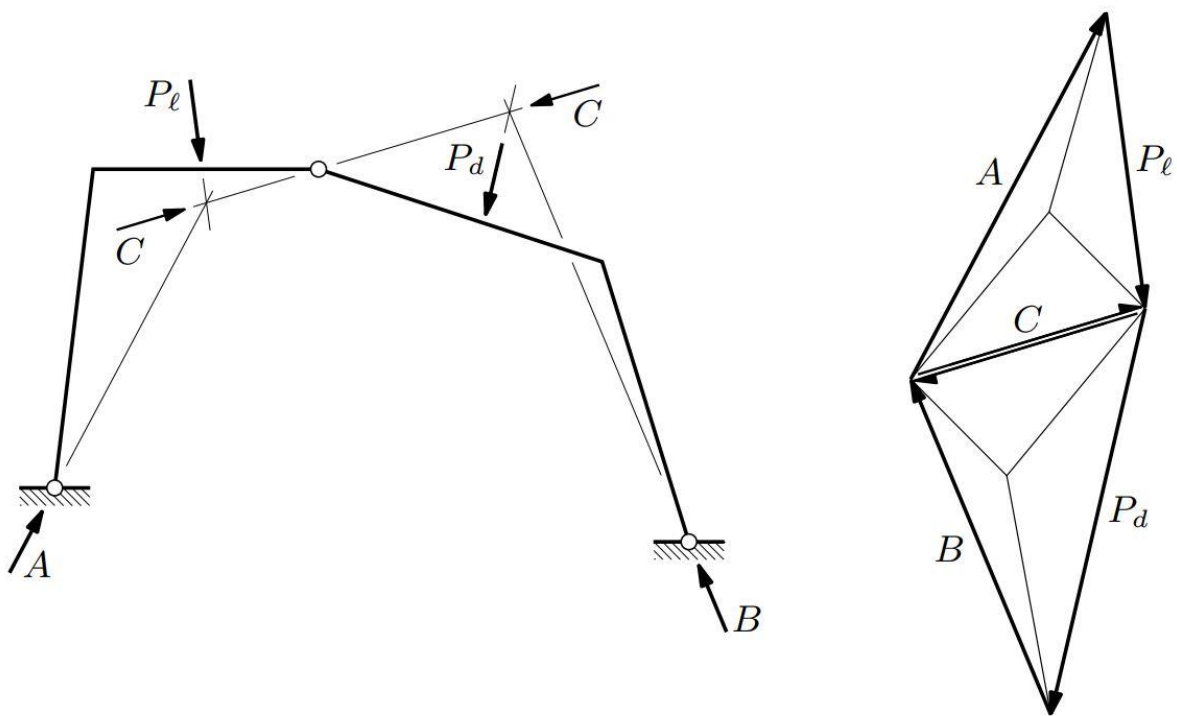


Slika 4.6. Slučaj opterećenja oba diska i njegovo raščlanjivanje na dva slučaja opterećenja gdje je opterećen po jedan disk [5]

Na sljedećoj slici je prikazano konačno rješenje zbrajanja dvaju slučajeva u kojima je po jedan disk opterećen. Postupak zbrajanja sila je isti kao i u prethodno opisanom dijelu gdje je objašnjeno kako se rješava problem trozglobnog nosača s opterećenjem na jednom disku.



Slika 4.7. Određivanje ležajnih reakcija A i B na sustavu kojem su opterećena oba diska [5]



Slika 4.8. Određivanje reakcije u srednjem zglobu C za slučaj opterećenja oba diska trozglobnog nosača [5]

5. NUMERIČKI PRORAČUN TROZGLOBNOG NOSAČA

U ovom dijelu rada je na jednom pojednostavljenom primjeru iz prakse (hala za proizvodnju ALU dekorativnih panela u Vinkovcima) prikazan način rješavanja trozglobnog nosača – određivanje ležajnih reakcija, određivanje unutarnjih sila te dijagrama unutarnjih sila grafičkim i analitičkim postupkom.

ZADATAK:

IPE 360

$$G = 57,1 \text{ kg/m'}$$

$$G_1 = 0,56 \text{ kN/m'}$$

pokrov – trapezni lim

$$G_2 = 0,75 \text{ kN/m'}$$

$$G = G_1 + G_2 = 0,56 + 0,75 = 1,31 \text{ kN/m'}$$

$$G_d = 1,35 \cdot 1,31 = 1,77 \text{ kN/m'}$$

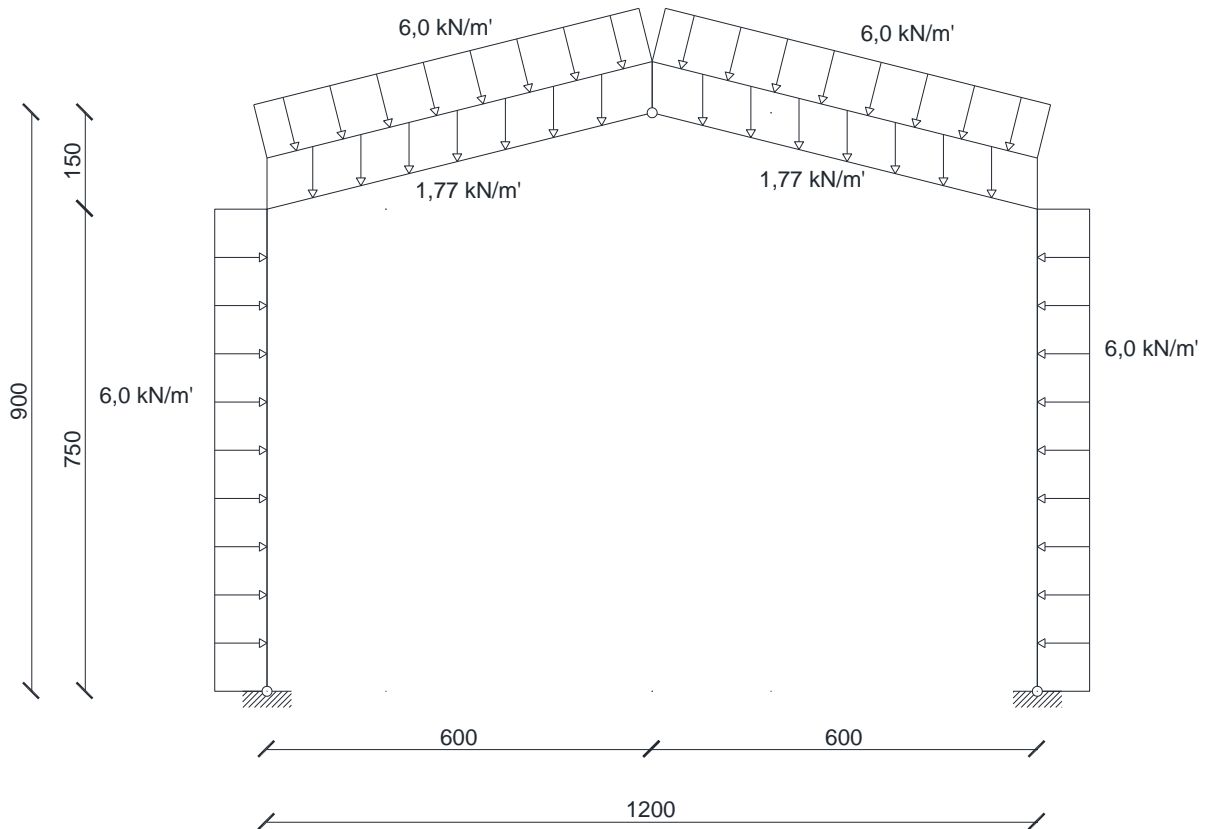
VJETAR

$$w = 4,0 \text{ kN/m'}$$

$$w_d = 1,50 \cdot 4,0 = 6,0 \text{ kN/m'}$$

E_d – proračunsko opterećenje

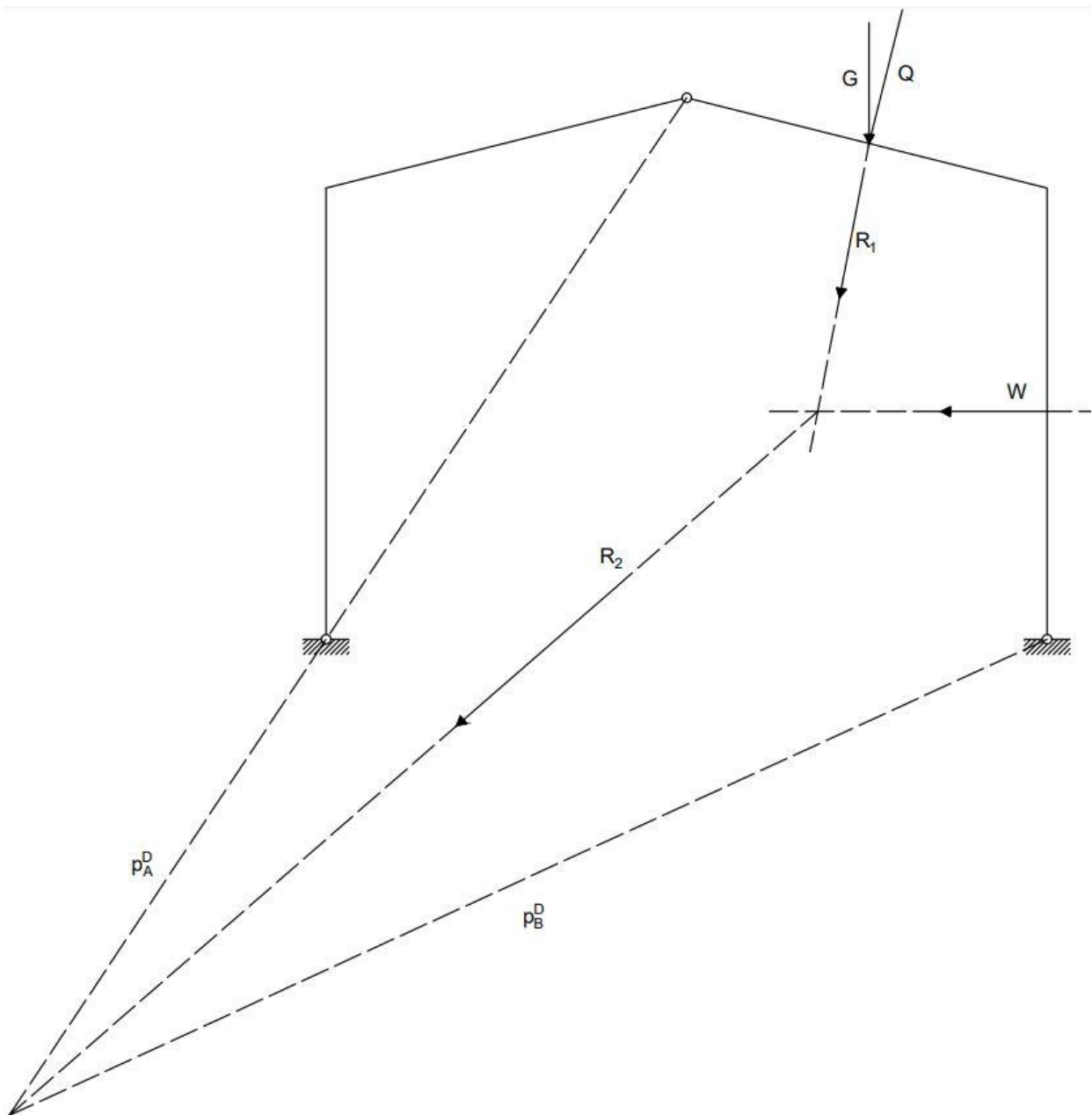
$$E_d = 1,35 \cdot 1,31 + 1,50 \cdot 4,0 = 7,77 \text{ kN/m'}$$



5.1. GRAFIČKI POSTUPAK

5.1.1. Određivanje reakcija u ležajevima

Desni disk opterećen:



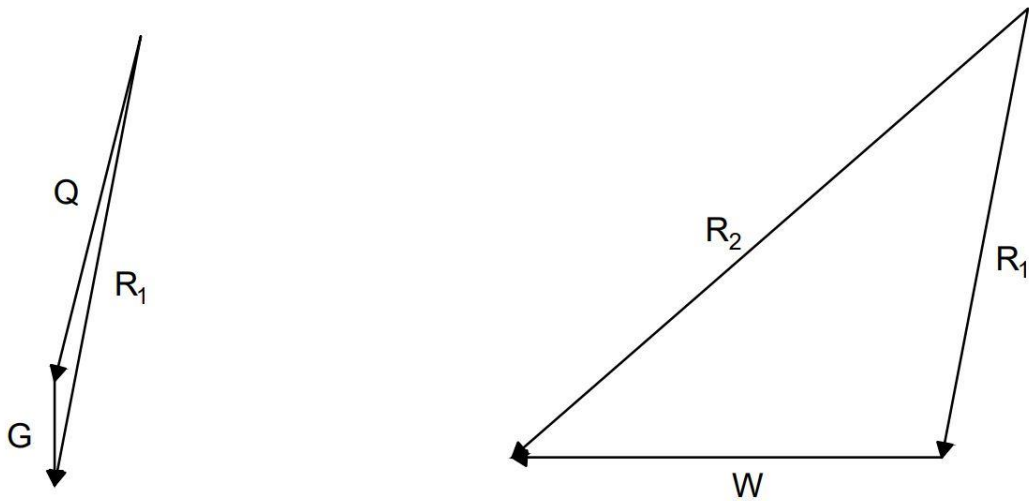
Slika 5.1.2. Prikaz zadanog sustava s opterećenjima samo na desnom disku

$$G + Q = R_1$$

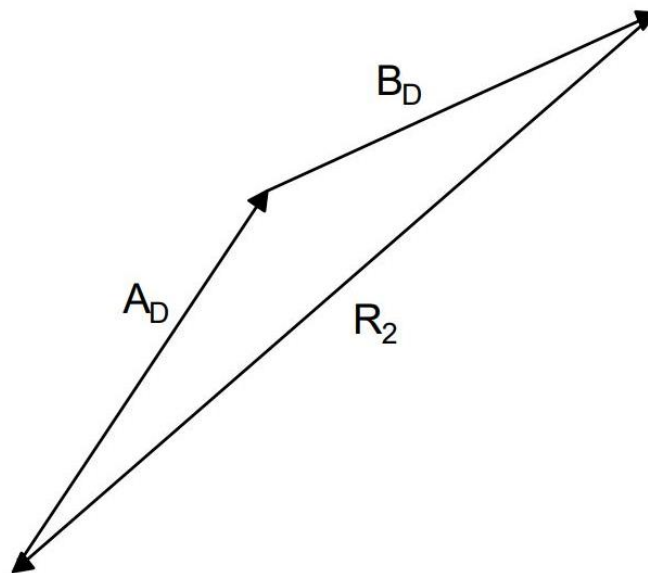
$$\text{očitano : } R_1 = 48,0 \text{ kN}$$

$$R_1 + W = R_2$$

$$\text{očitano : } R_2 = 71,5 \text{ kN}$$

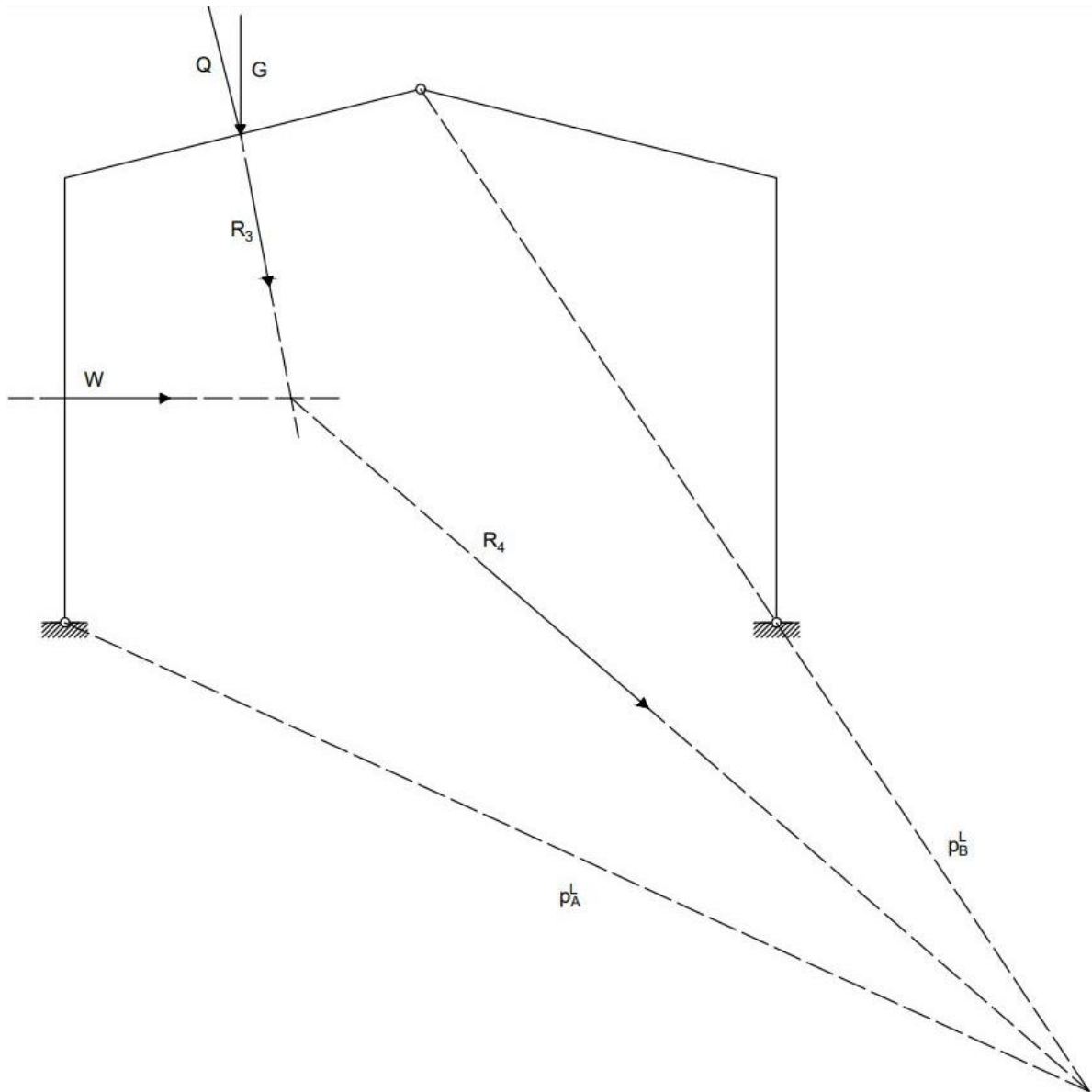


$$R_2 + A_D + B_D = 0$$



Slika 5.1.2. Određivanje ležajnih reakcija u slučaju desno opterećenog diska

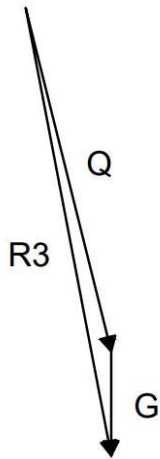
Lijevi disk opterećen:



Slika 5.1.3. Prikaz zadanog sustava s opterećenjima samo na lijevom disku

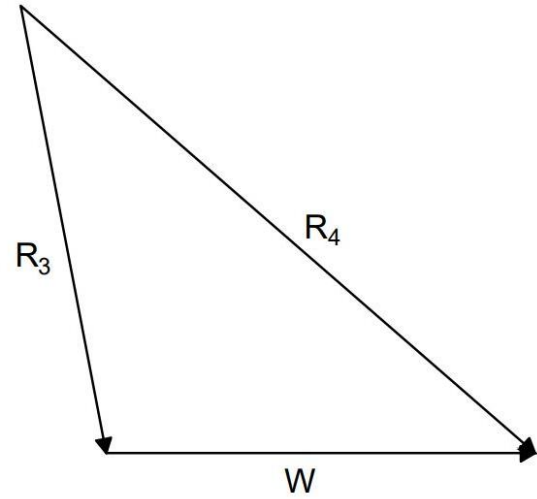
$$G + Q = R_3$$

očitano : $R_3 = 48,0 \text{ kN}$

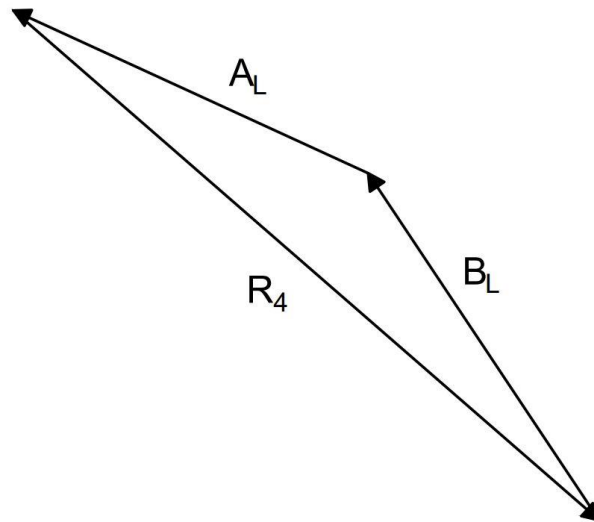


$$R_3 + W = R_4$$

očitano : $R_4 = 71,5 \text{ kN}$



$$R_4 + A_L + B_L = 0$$



Slika 5.1.4. Određivanje ležajnih reakcija u slučaju lijevo opterećenog diska

SILA A

$$A_D + A_L = A$$

$$A = A_H + A_V$$

očitano :

$$A_H = 11,5 \text{ kN}$$

$$A_V = 47,0 \text{ kN}$$

$$A = 48,5 \text{ kN}$$

SILA B

$$B_D + B_L = B$$

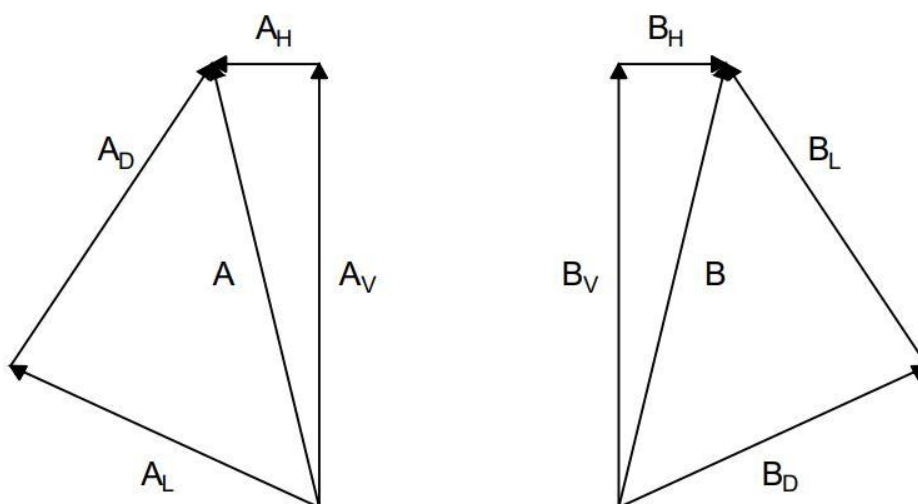
$$B = B_H + B_V$$

očitano :

$$B_H = 11,5 \text{ kN}$$

$$B_V = 47,0 \text{ kN}$$

$$B = 48,5 \text{ kN}$$

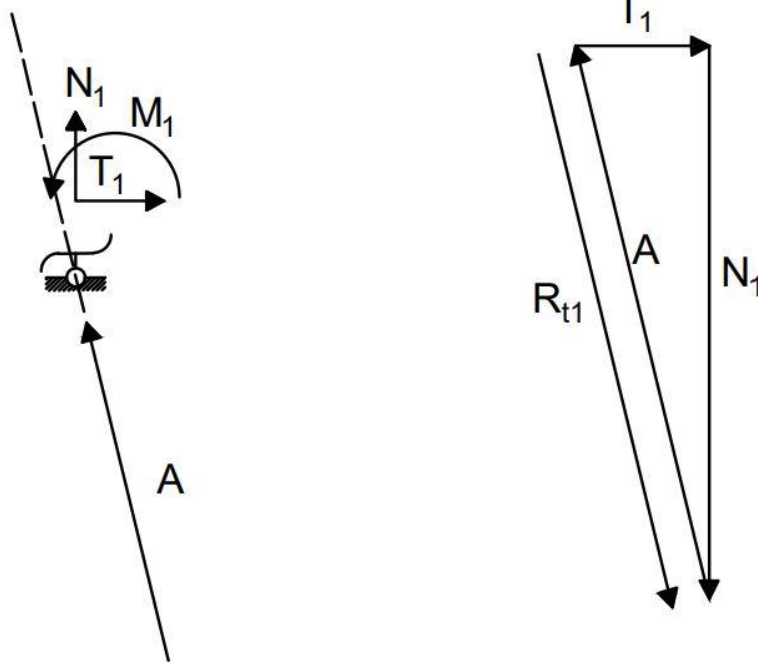


Slika 5.1.5. Zbrajanje komponenta ležajnih reakcija iz slučajeva opterećenja na jednom disku i dobivanje konačnih ležajnih reakcija

5.1.2. Određivanje unutarnjih sila po presjecima sustava

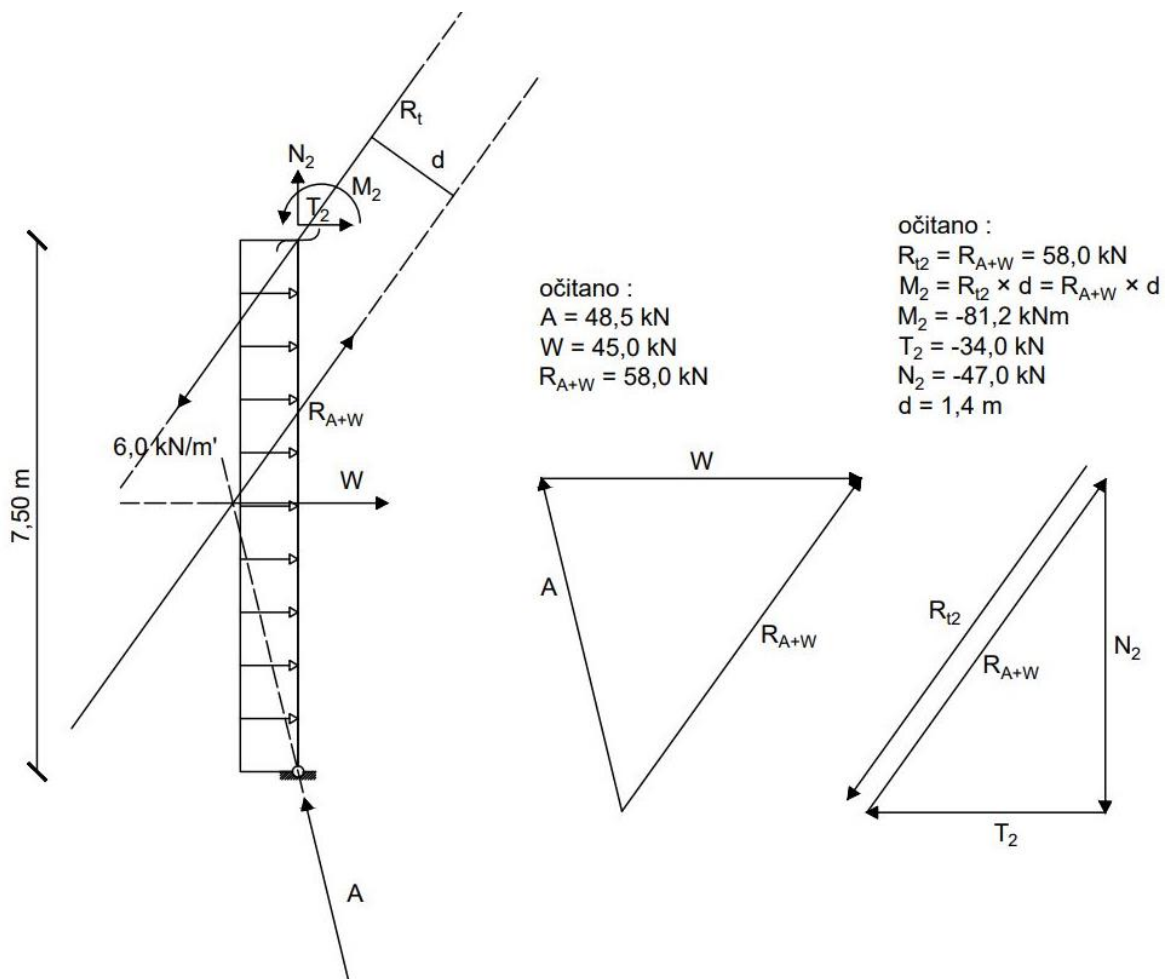
PRESJEK 1:

očitano :
 $M_1 = 0 \text{ kNm}$
 $T_1 = 11,5 \text{ kN}$
 $N_1 = -47,0 \text{ kN}$



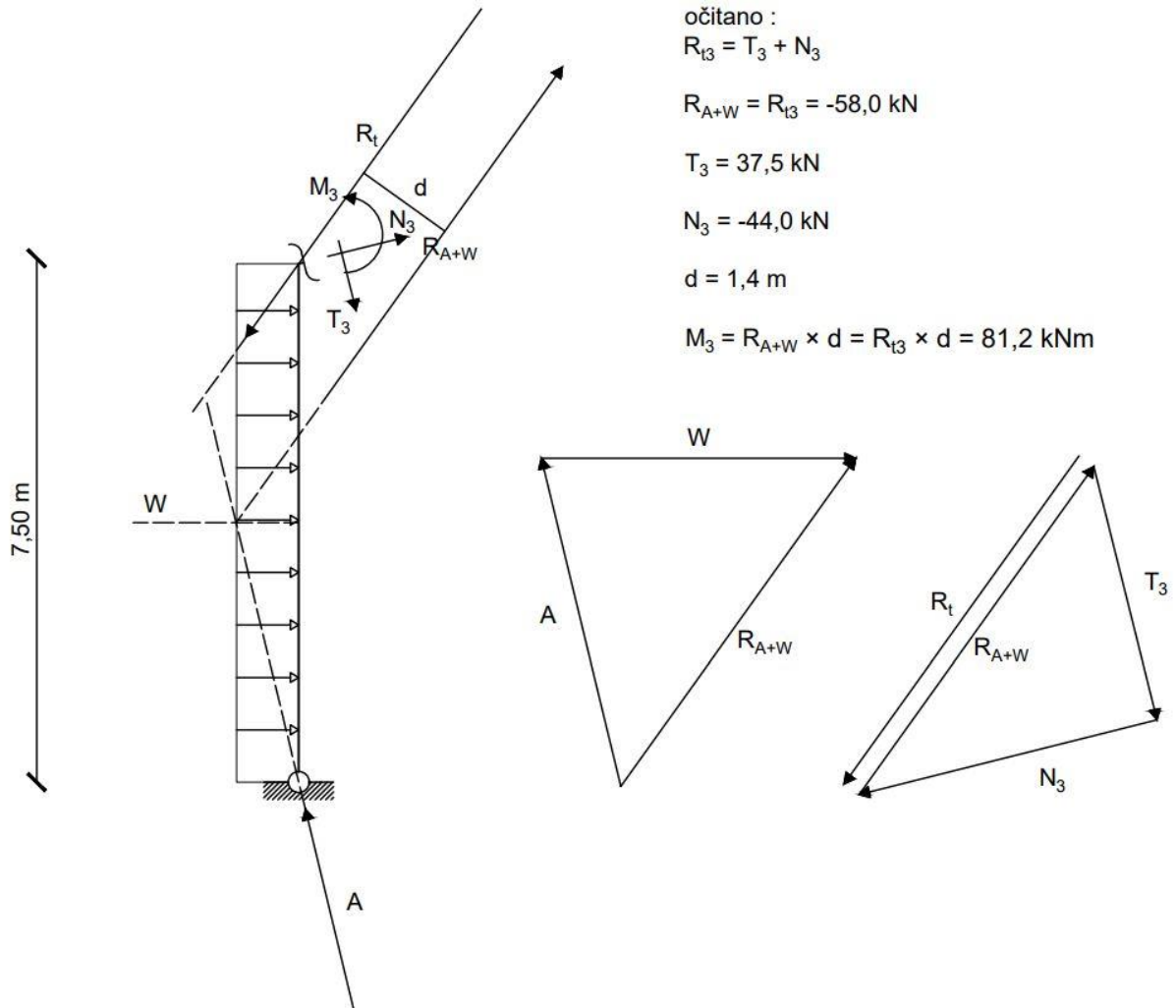
Slika 5.1.2.1. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 1

PRESJEK 2:



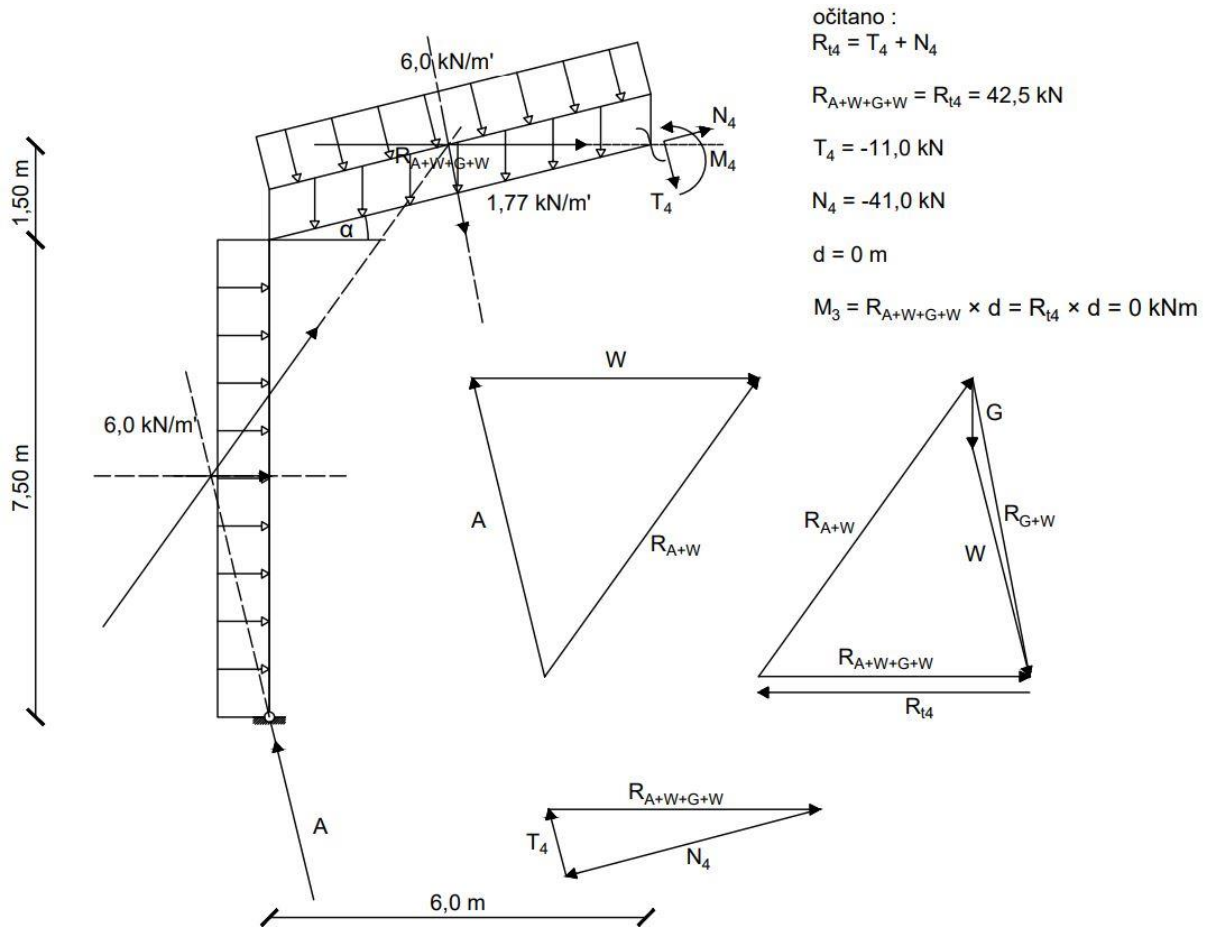
Slika 5.1.2.2. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 2

PRESJEK 3:



Slika 5.1.2.3. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 3

PRESJEK 4:



Slika 5.1.2.4. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 4

PRESJEK 8:

očitano :

$$R_{t8} = N_8 + T_8$$

$$R_{t8} = 48,5 \text{ kN}$$

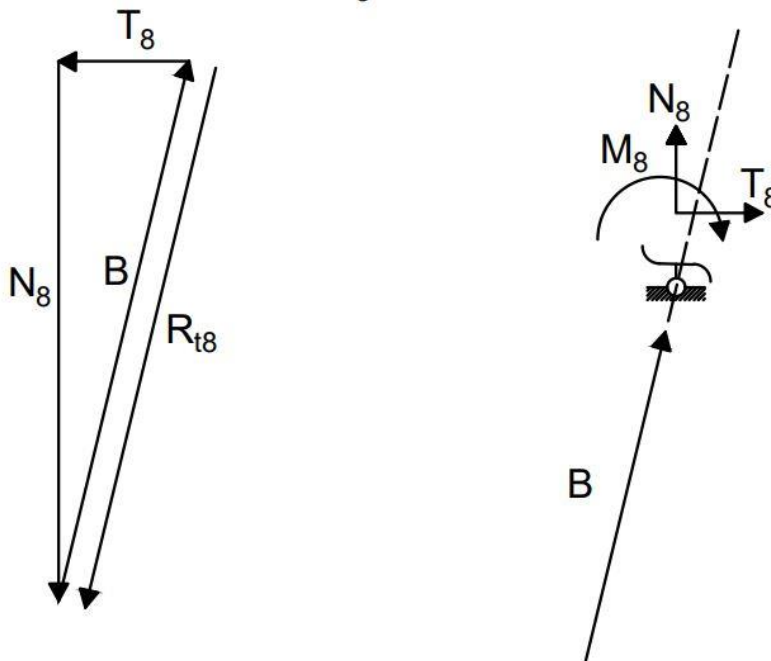
$$d = 0 \text{ m}$$

$$M_8 = R_{t8} \times d$$

$$M_8 = 0 \text{ kNm}$$

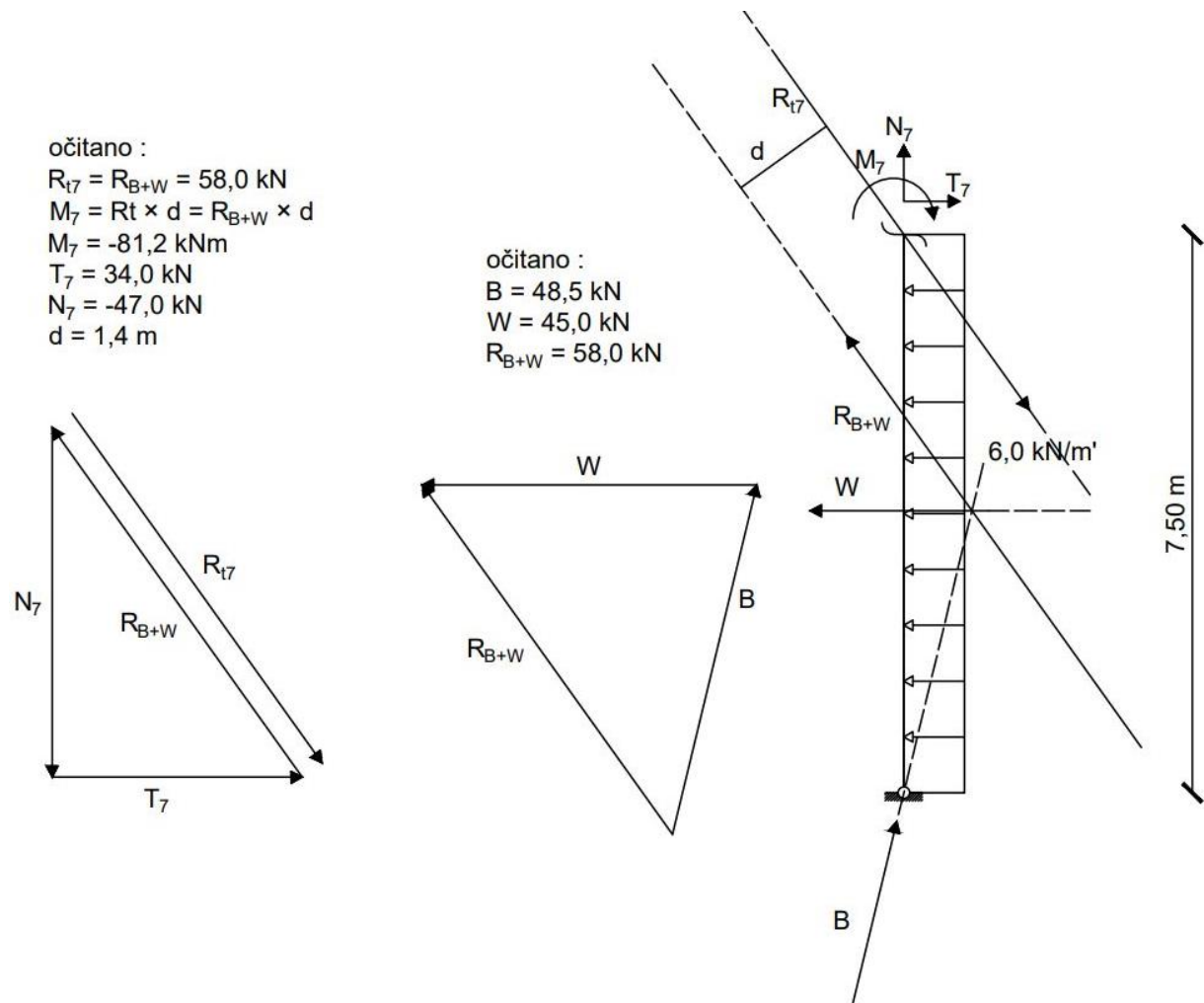
$$T_8 = -11,5 \text{ kN}$$

$$N_8 = -47,0 \text{ kN}$$



Slika 5.1.2.5. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 8

PRESJEK 7:



Slika 5.1.2.6. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 7

PRESJEK 6:

očitano :

$$R_{t6} = T_6 + N_6$$

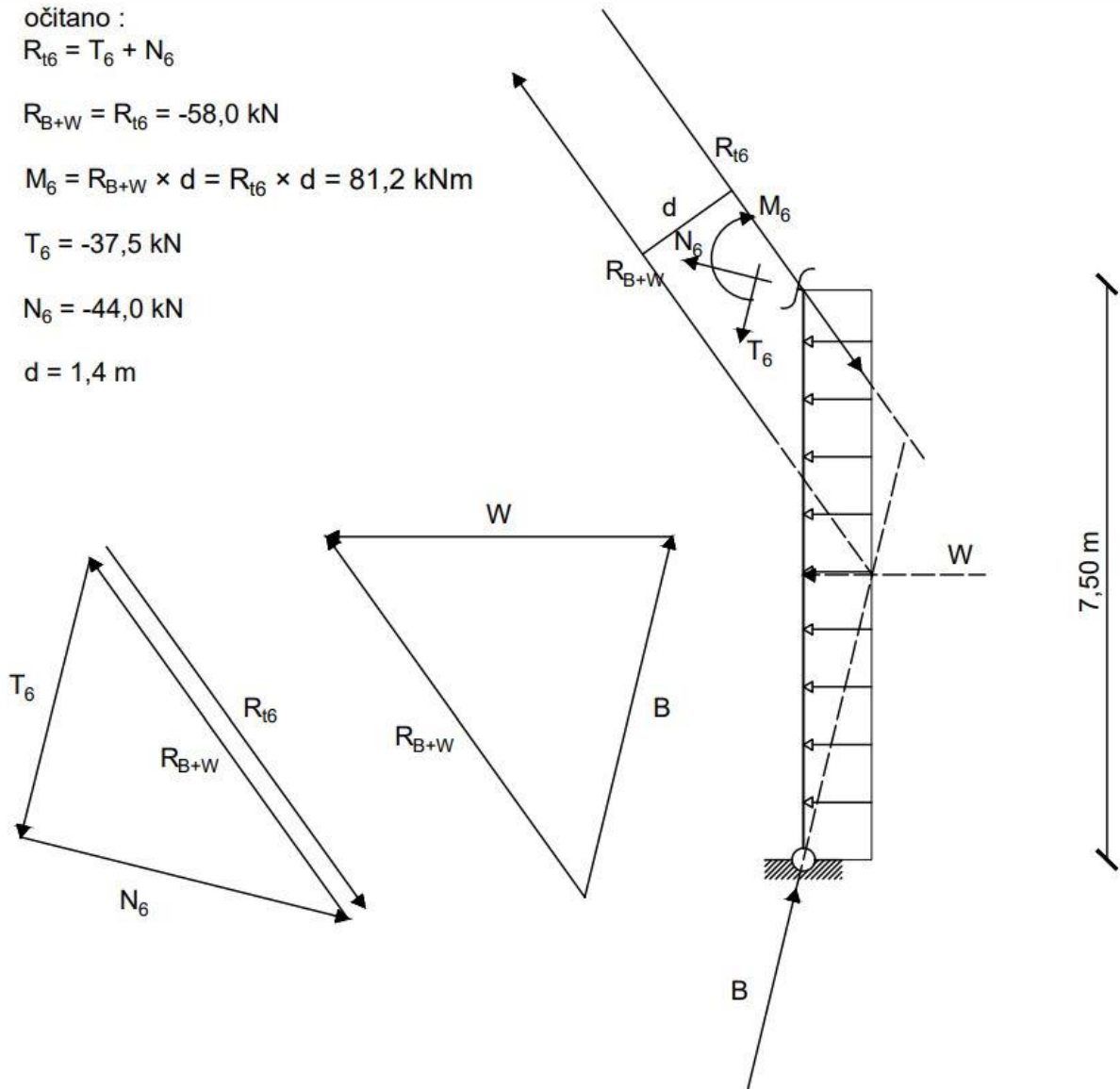
$$R_{B+W} = R_{t6} = -58,0 \text{ kN}$$

$$M_6 = R_{B+W} \times d = R_{t6} \times d = 81,2 \text{ kNm}$$

$$T_6 = -37,5 \text{ kN}$$

$$N_6 = -44,0 \text{ kN}$$

$$d = 1,4 \text{ m}$$



Slika 5.1.2.7. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 6

PRESJEK 5:

očitano :

$$R_{t5} = T_5 + N_5$$

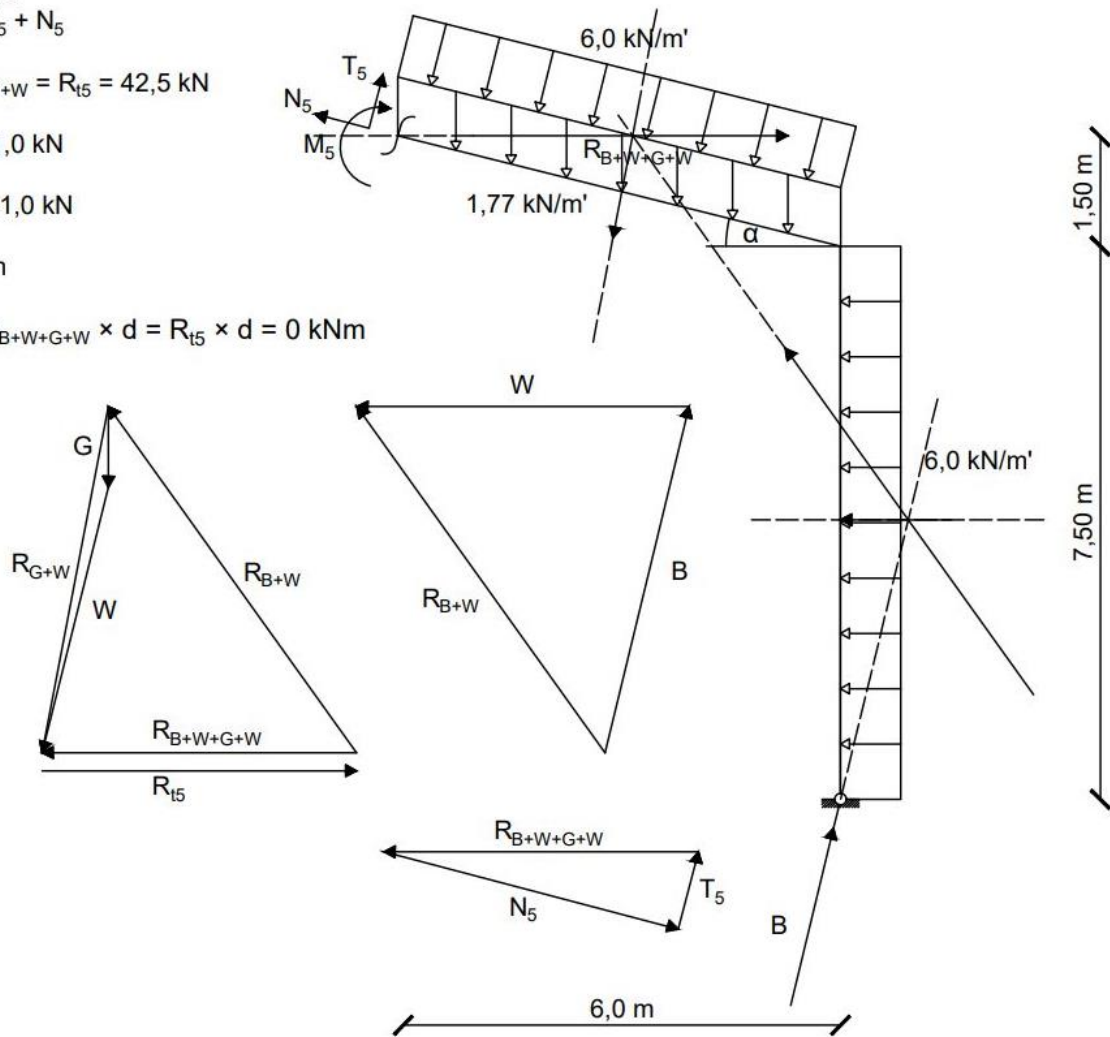
$$R_{B+W+G+W} = R_{t5} = 42,5 \text{ kN}$$

$$T_5 = 11,0 \text{ kN}$$

$$N_5 = -41,0 \text{ kN}$$

$$d = 0 \text{ m}$$

$$M_5 = R_{B+W+G+W} \times d = R_{t5} \times d = 0 \text{ kNm}$$

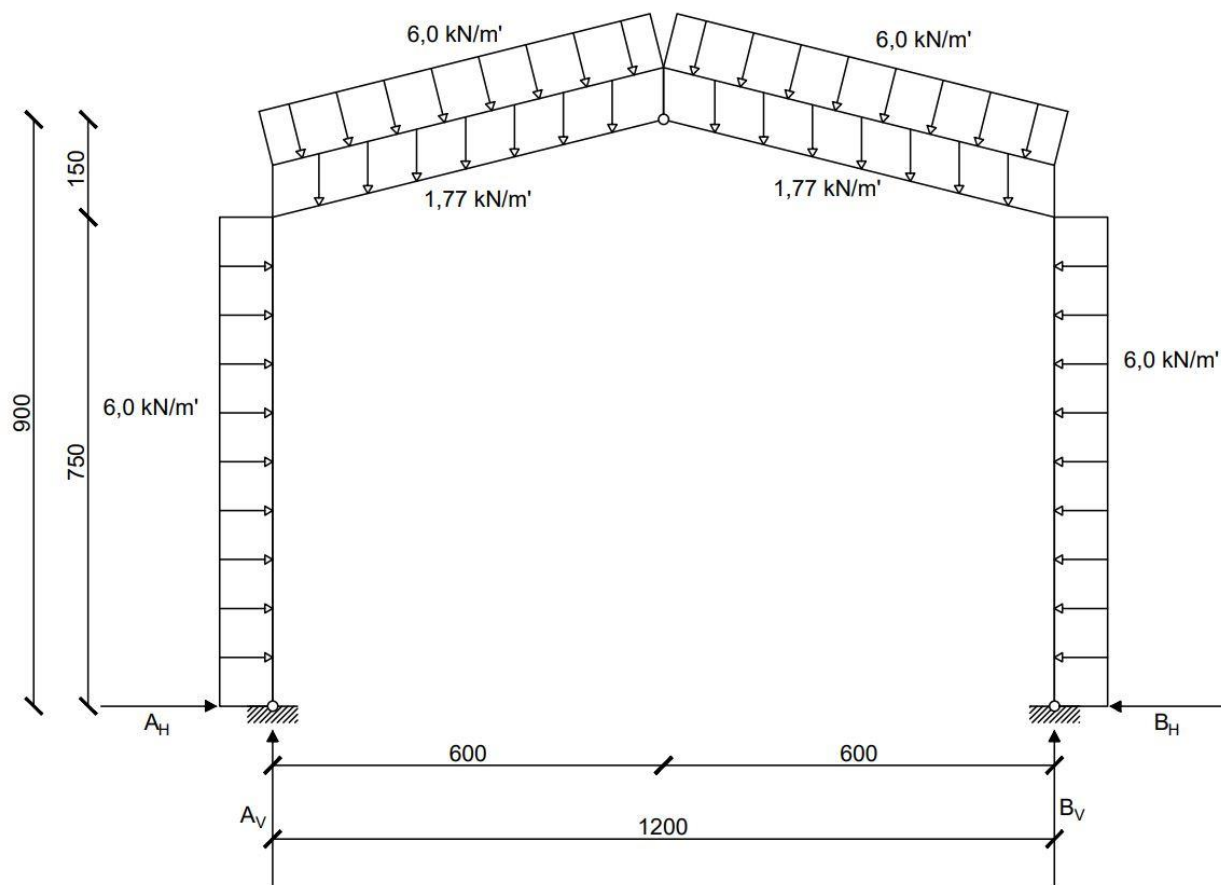


Slika 5.1.2.8. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 5

5.2. ANALITIČKI POSTUPAK

5.2.1. Određivanje reakcija u ležajevima

zadani sustav:



Slika 5.2.1.1. Zadani sustav s pretpostavljenim komponentama ležajnih reakcija

PRORAČUN LEŽAJNIH REAKCIJA:

Suma momenata globalno na točku B:

$$\Sigma M_B = 0$$

$$A_V \cdot 12,0 + 6,0 \cdot 7,5 \cdot 3,75 - 10,95 \cdot 9,0 - 10,95 \cdot 3,0 - 36,03 \cdot 9,0 + 9,0 \cdot 8,25 - 36,03 \cdot 3,0 - 9,0 \cdot 8,25 - 6,0 \cdot 7,5 \cdot 3,75 = 0$$

$$A_V = 46,98 \text{ kN}$$

Suma momenata lijevog diska na točku C:

$$\Sigma M_C^{LIJEVO} = 0$$

$$A_V \cdot 6,0 - A_H \cdot 9,0 - 10,95 \cdot 3,0 - 9,0 \cdot 0,75 - 36,03 \cdot 3,0 - 45,0 \cdot 5,25 = 0$$

$$A_H = -11,34 \text{ kN}$$

Suma sila po osi x:

$$\Sigma F_{(x)} = 0$$

$$-11,34 + 9,0 - 9,0 - B_H = 0$$

$$B_H = -11,34 \text{ kN}$$

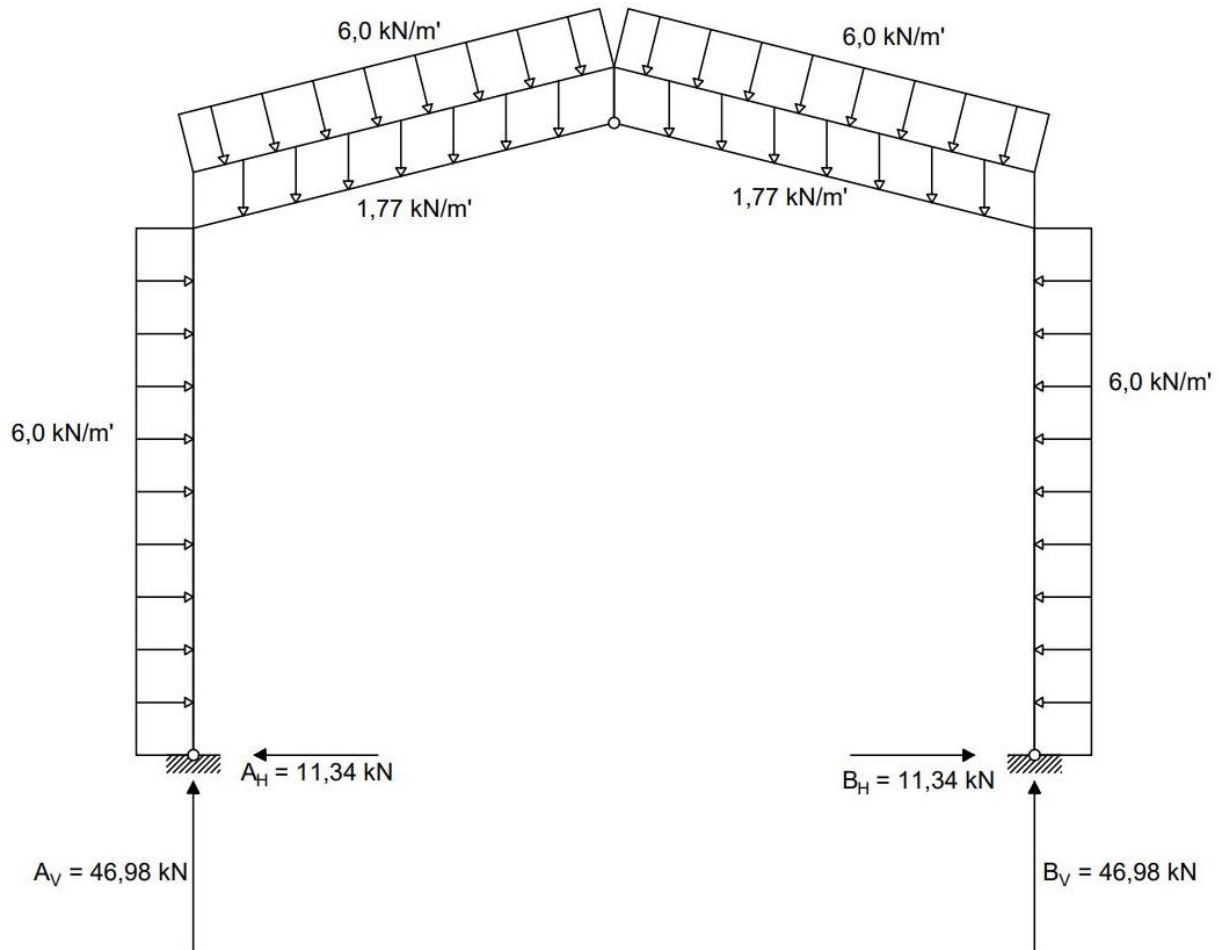
Suma sila po osi z:

$$\Sigma F_{(z)} = 0$$

$$46,98 - 10,95 - 36,03 - 10,95 - 36,03 + B_V = 0$$

$$B_V = 46,98 \text{ kN}$$

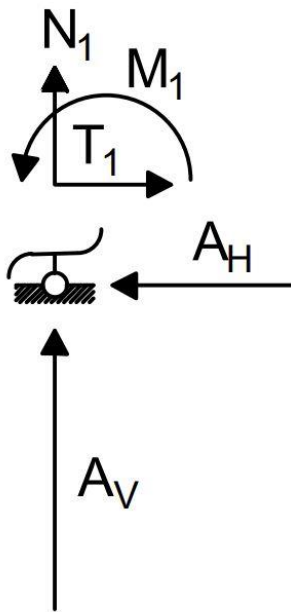
SKICA STVARNIH DJELOVANJA:



Slika 5.2.2.2. Skica stvarnih djelovanja na sustav

5.2.2. Određivanje unutarnjih sila po presjecima sustava

PRESJEK 1:



$$M_1 = 0 \text{ kNm}$$

$$T_1 - A_H = 0$$

$$T_1 = A_H$$

$$T_1 = 11,36 \text{ kN}$$

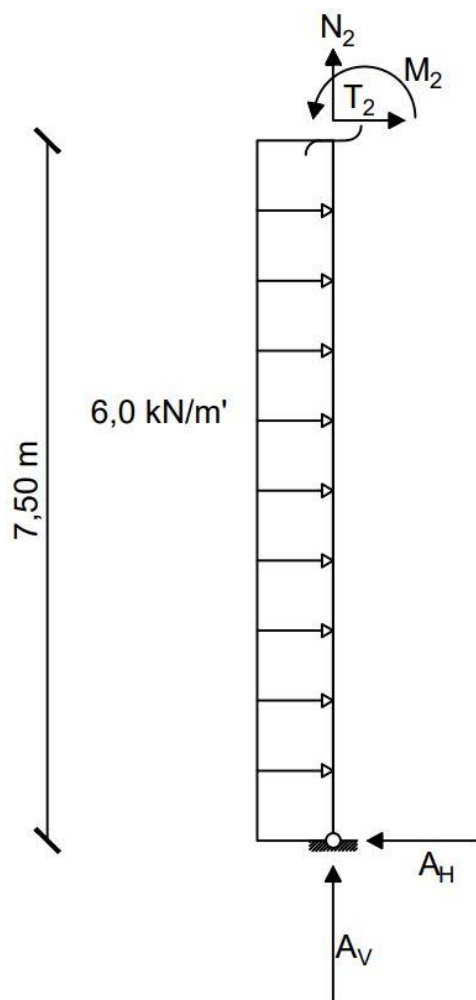
$$N_1 + A_V = 0$$

$$N_1 = -A_V$$

$$N_1 = -46,95 \text{ kN}$$

Slika 5.2.2.1. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 1 zadovoljavajući uvjete ravnoteže

PRESJEK 2:



$$M_2 - A_H \times 7,5 + 6,0 \times 7,5 \times 3,75 = 0$$

$$M_2 - 11,34 \times 7,5 + 6,0 \times 7,5 \times 3,75 = 0$$

$$M_2 = 83,7 \text{ kNm}$$

$$T_2 - A_H + 6,0 \times 7,5 = 0$$

$$T_2 - 11,34 + 6,0 \times 7,5 = 0$$

$$T_2 = -33,66 \text{ kN}$$

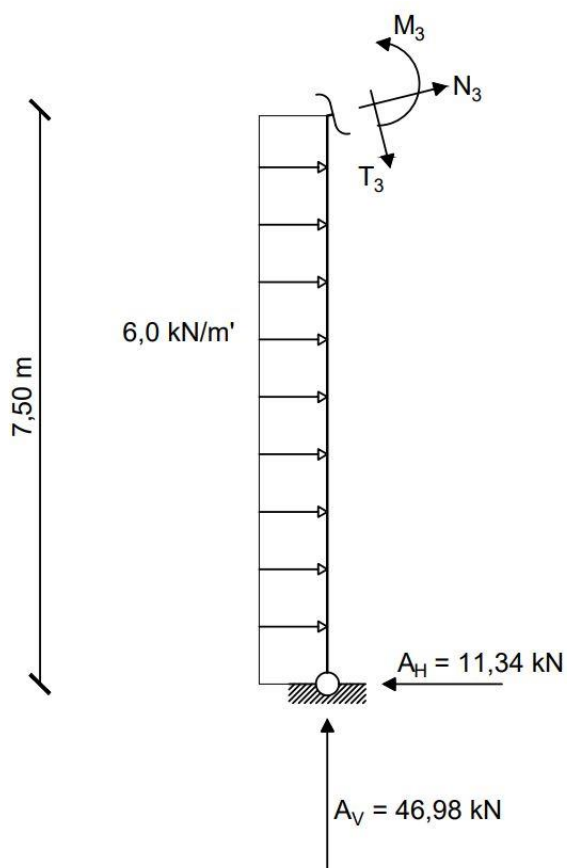
$$N_2 + A_V = 0$$

$$N_2 + 46,98 = 0$$

$$N_2 = -46,98 \text{ kN}$$

Slika 5.2.2.2. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 2 zadovoljavajući uvjete ravnoteže

PRESJEK 3:



$$M_3 - A_H \times 7,5 + 6,0 \times 7,5 \times 3,75 = 0$$

$$M_3 - 11,34 \times 7,5 + 6,0 \times 7,5 \times 3,75 = 0$$

$$M_3 = -83,7 \text{ kNm}$$

$$T_3 - A_V \times \cos\alpha - A_H \times \sin\alpha + 6,0 \times \sin\alpha = 0$$

$$T_3 - 45,61 - 2,75 + 10,92 = 0$$

$$T_3 = 37,44 \text{ kN}$$

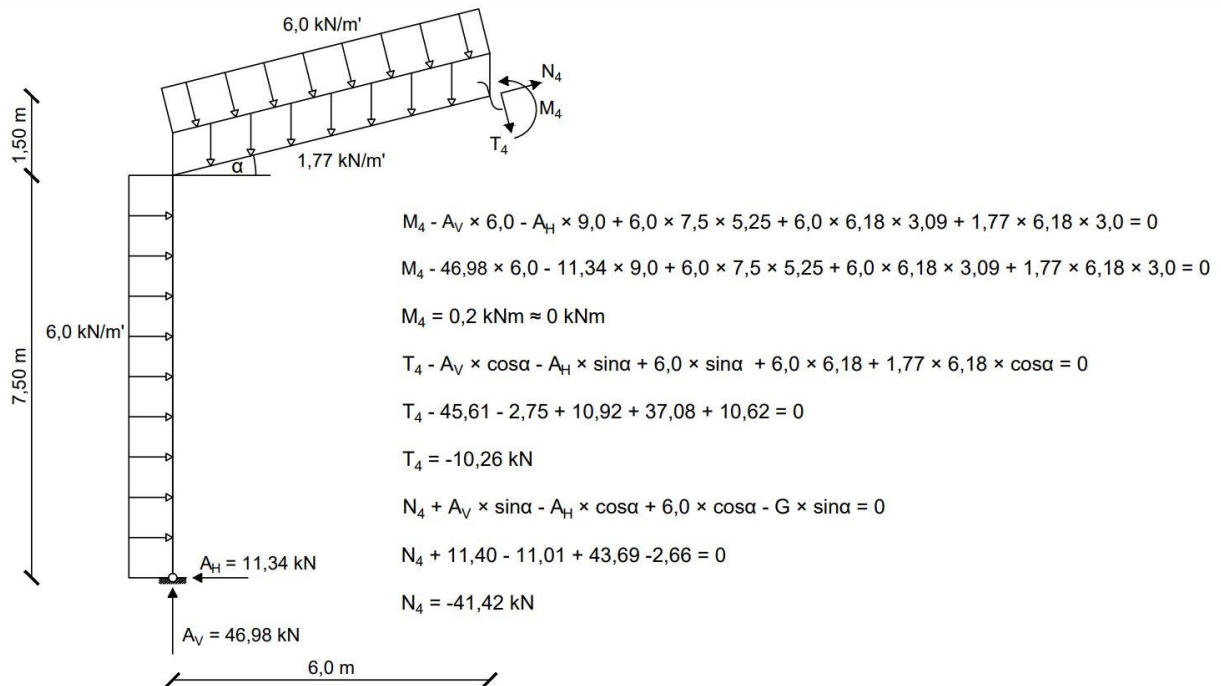
$$N_3 + A_V \times \sin\alpha - A_H \times \cos\alpha + 6,0 \times \cos\alpha = 0$$

$$N_3 + 11,40 - 11,01 + 43,69 = 0$$

$$N_3 = -44,08 \text{ kN}$$

Slika 5.2.2.3. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 3 zadovoljavajući uvjete ravnoteže

PRESJEK 4:



Slika 5.2.2.4. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 4 zadovoljavajući uvjete ravnoteže

PRESJEK 8:

$$M_8 = 0 \text{ kNm}$$

$$T_8 + B_H = 0$$

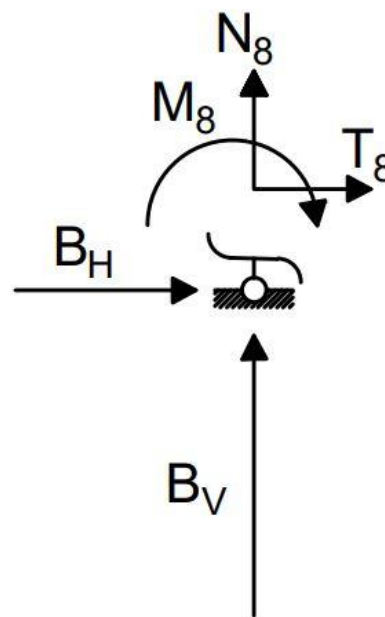
$$T_8 = -B_H$$

$$T_8 = -11,36 \text{ kN}$$

$$N_8 + B_V = 0$$

$$N_8 = -B_V$$

$$N_8 = -46,95 \text{ kN}$$



Slika 5.2.2.5. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 8 zadovoljavajući uvjete ravnoteže

PRESJEK 7:

$$M_7 - B_H \times 7,5 + 6,0 \times 7,5 \times 3,75 = 0$$

$$M_7 - 11,34 \times 7,5 + 6,0 \times 7,5 \times 3,75 = 0$$

$$M_7 = 83,7 \text{ kNm}$$

$$T_7 + B_H - 6,0 \times 7,5 = 0$$

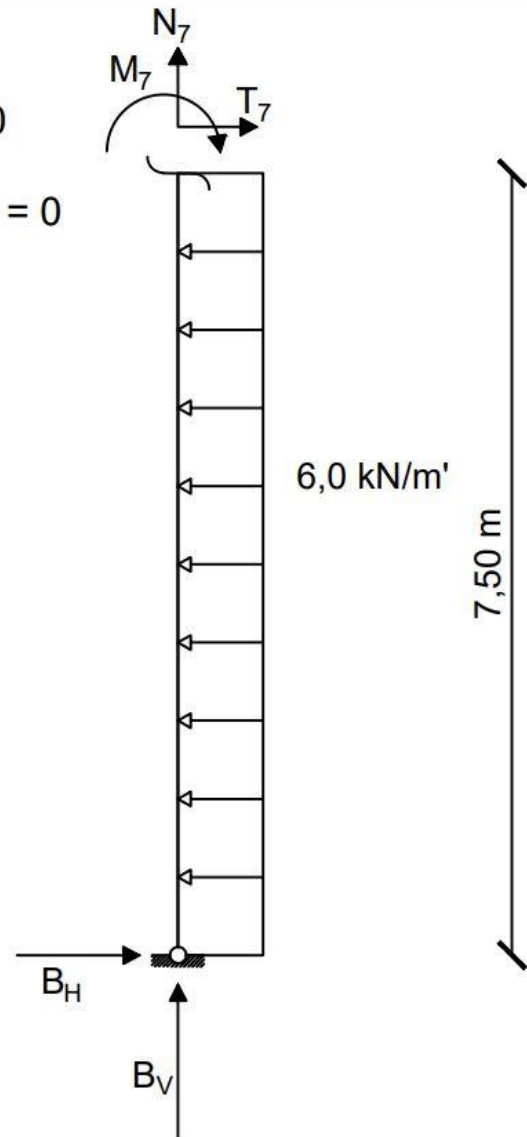
$$T_7 + 11,34 - 6,0 \times 7,5 = 0$$

$$T_7 = 33,66 \text{ kN}$$

$$N_7 + A_V = 0$$

$$N_7 + 46,98 = 0$$

$$N_7 = -46,98 \text{ kN}$$



Slika 5.2.2.6. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 7 zadovoljavajući uvjete ravnoteže

PRESJEK 6:

$$M_6 - B_H \times 7,5 + 6,0 \times 7,5 \times 3,75 = 0$$

$$M_6 - 11,34 \times 7,5 + 6,0 \times 7,5 \times 3,75 = 0$$

$$M_6 = -83,7 \text{ kNm}$$

$$T_6 + B_V \times \cos\alpha + B_H \times \sin\alpha - 6,0 \times \sin\alpha = 0$$

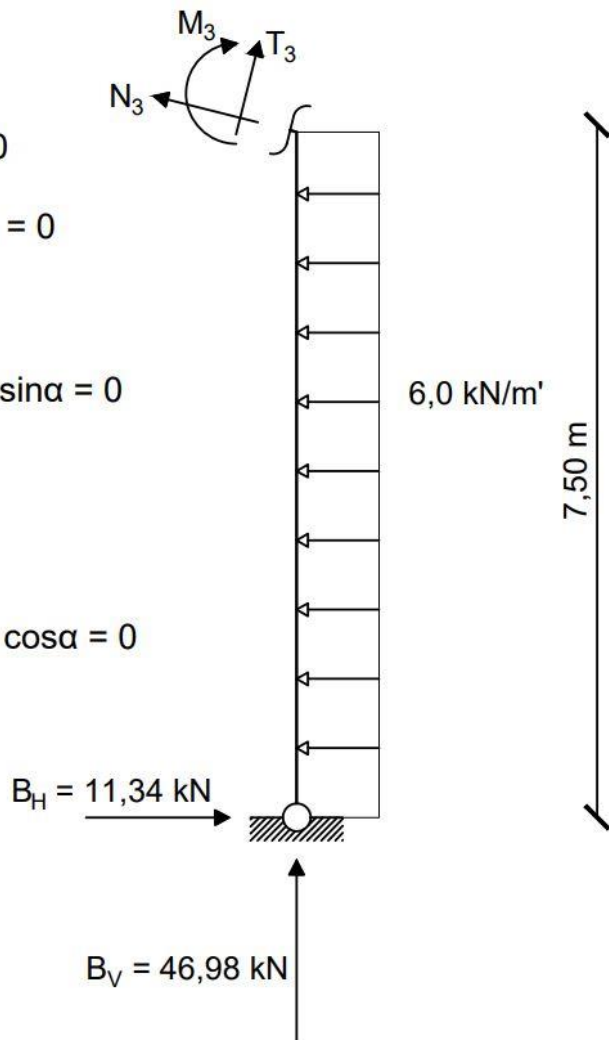
$$T_6 + 45,61 + 2,75 - 10,92 = 0$$

$$T_6 = -37,44 \text{ kN}$$

$$N_6 + B_V \times \sin\alpha - B_H \times \cos\alpha + 6,0 \times \cos\alpha = 0$$

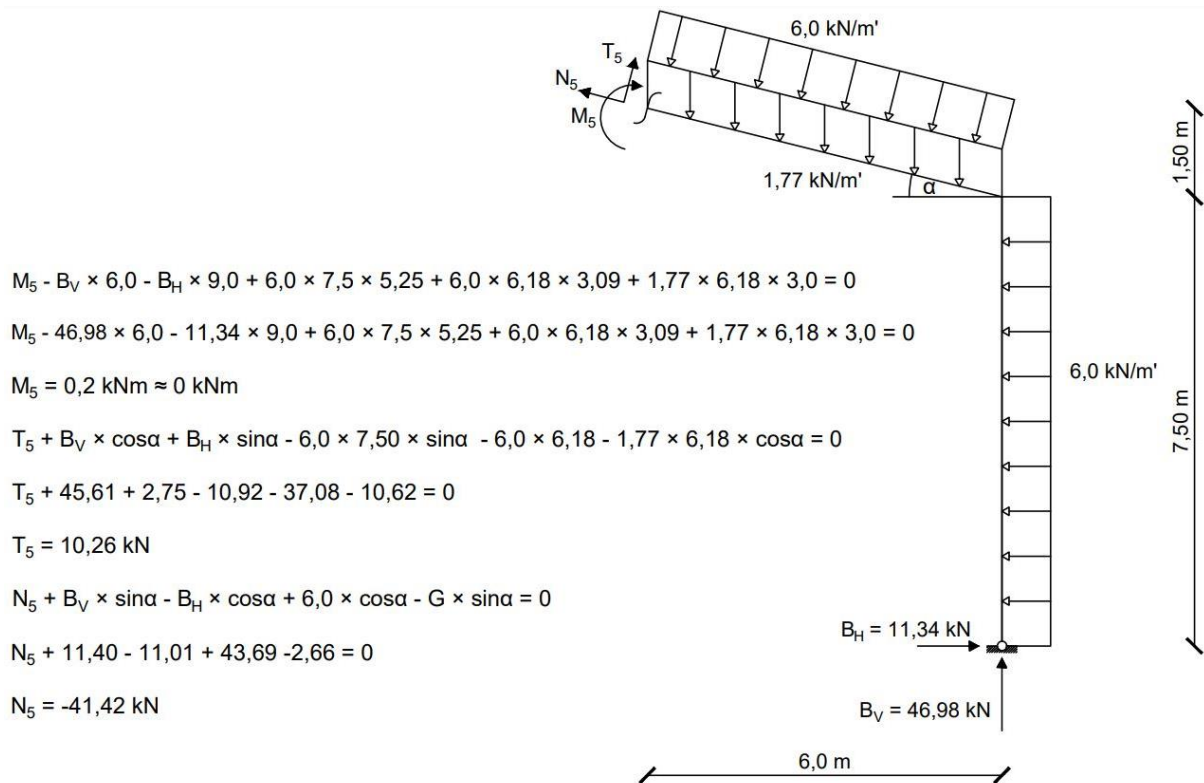
$$N_6 + 11,40 - 11,01 + 43,69 = 0$$

$$N_6 = -44,08 \text{ kN}$$



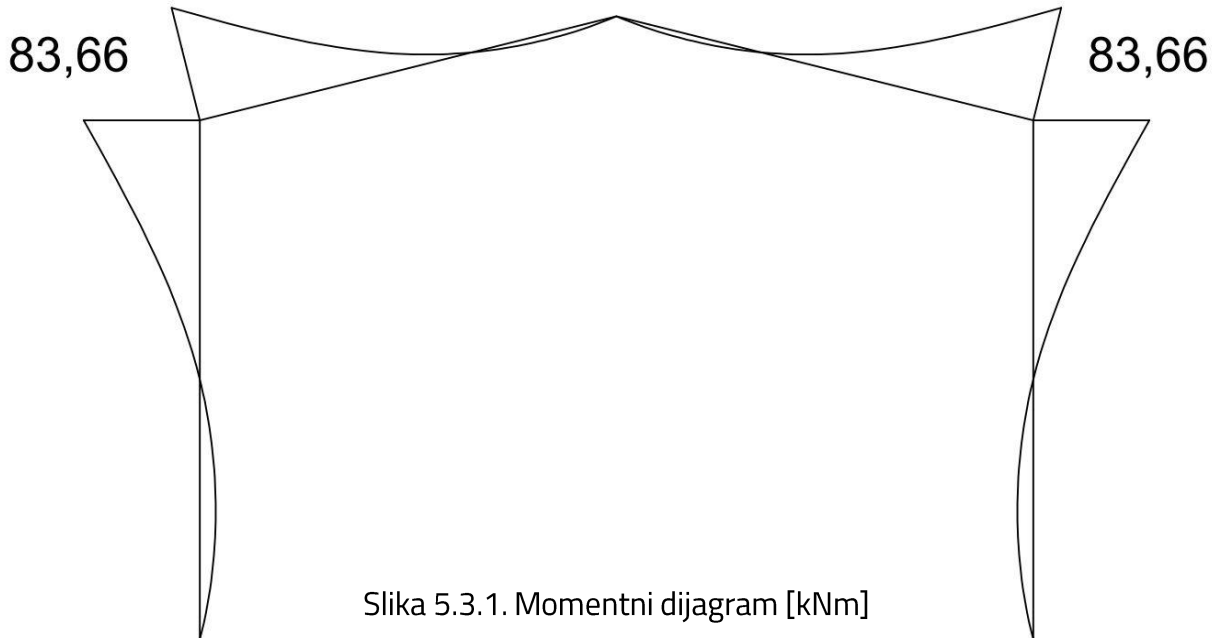
Slika 5.2.2.7. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 6 zadovoljavajući uvjete ravnoteže

PRESJEK 5:

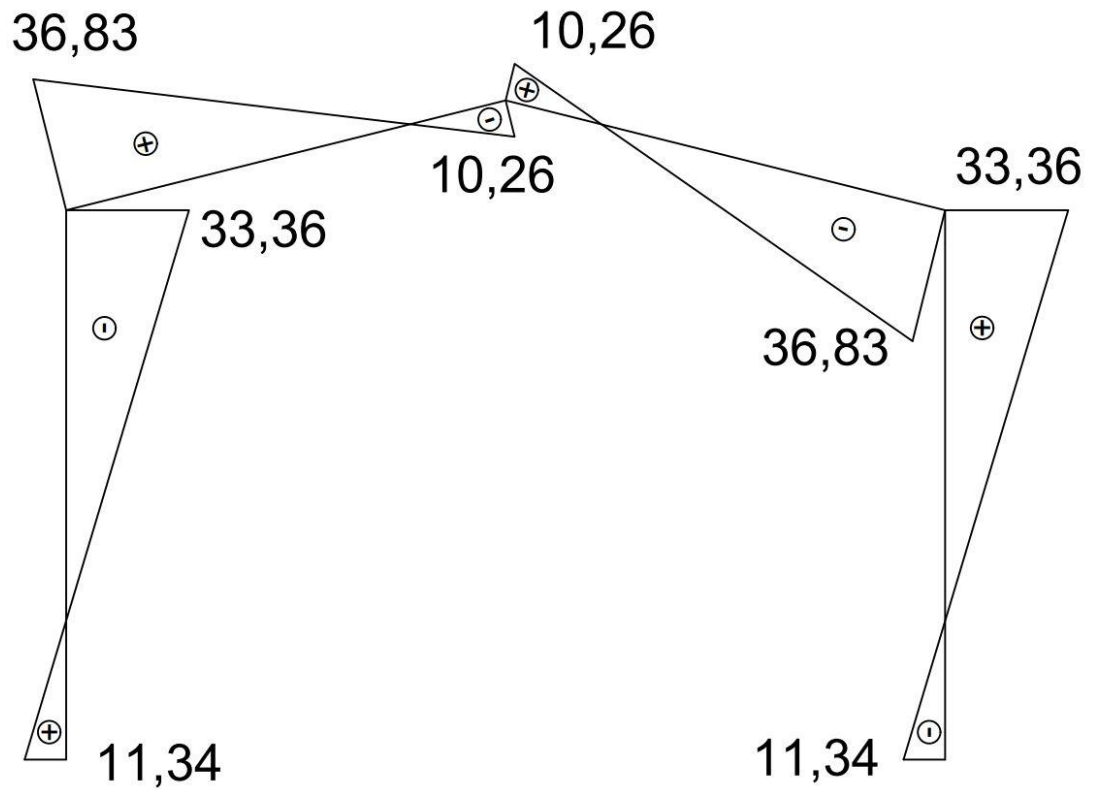


Slika 5.2.2.8. Određivanje unutarnjih sila u presjeku 5 zadovoljavajući uvjete ravnoteže

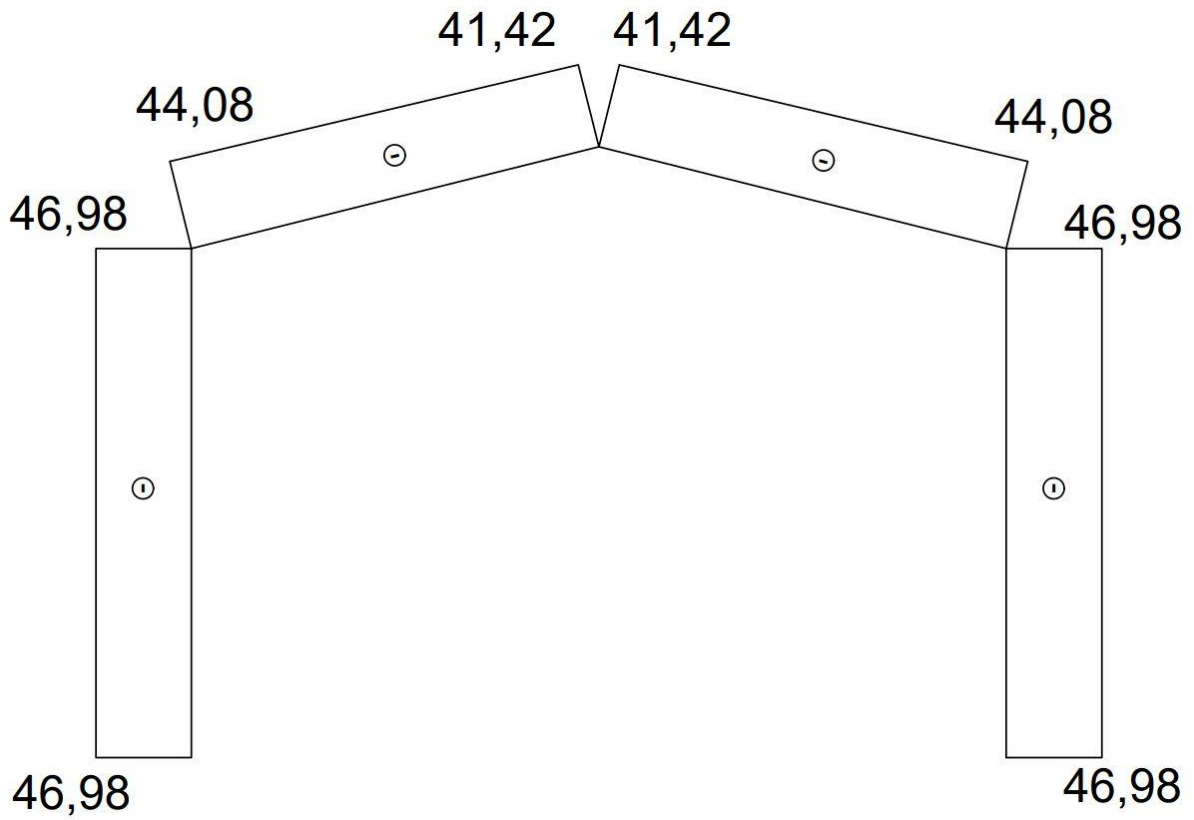
5.3. DIJAGRAMI UNUTARNJIH SILA I MOMENATA



Slika 5.3.1. Momentni dijagram [kNm]



Slika 5.3.2. Dijagram poprečnih sila [kN]



Slika 5.3.3. Dijagram uzdužnih sila [kN]

6. ZAKLJUČAK

Trozglobni nosači su statički određeni nosači koji se sastoje od dvaju diskova međusobno povezanih srednjim zglobovom uz uvjet zglobnog pridržanja s podlogom svakog od diskova. Moguće je da se trozglobni sustav oblikuje kao trozglobni okvir ili kao sustav dvaju lukova.

Predstavljaju važan doprinos u građevinskoj i inženjerskoj praksi, omogućuju fleksibilne, stabilne i statički određene konstrukcije. Njihova primjena može se primijetiti u mostovima, zgradama, sportskim dvoranama i halama, krovnim konstrukcijama, hidrotehničkim građevinama i transportnim sustavima, gdje je potrebna prilagodljivost na promjene u opterećenju, temperaturi ili slijeganju tla.

Analitički i grafički postupak rješavanja trozglobnog nosača, koji su prikazani u ovome radu, samo su dva načina za rješavanje ovog problema. Proračun trozglobnog nosača karakterizira redom: određivanje reakcija u ležajevima sustava, zatim slijedi određivanje vrijednosti unutarnjih sila i momenata na cijelom sustavu, te se sve to prikazuje u obliku momentnog dijagrama, dijagrama poprečnih sila i dijagrama uzdužnih sila.

Dobivene rezultate moguće je koristiti za daljnje, složenije inženjerske i građevinarske proračune.

POPIS LITERATURE

Popis literature treba izraditi u skladu s odabranim stilom navođenja prema [1].

[1] Fresl K.: Bilješke i skice s predavanja (<https://www.grad.hr/nastava/gS/gS1/index.html>)

[2] V. Simović. Građevna statika 1, Građevinski institut Zagreb, 1988.

[3] H. Werner: Mehanika 1 – Statika, HSGI, Zagreb, 2007.

[4] Fresl K.: Građevna statika 1 (<https://www.grad.hr/nastava/gS/gS1/gS1.pdf>)

[5] Složeniji statički određeni štapni sistemi u ravnini (https://moodle.srce.hr/2020-2021/pluginfile.php/5143907/mod_resource/content/1/11-slozeniji_sistemi.pdf)

[6] Lukovi i okviri sa zategama (<https://www.grad.hr/nastava/gS/gS1/pdn/tzgz.pdf>)

[7] Tavanasa Bridge, Švicarska

(https://en.wikipedia.org/wiki/Tavanasa_Bridge#/media/File:Br%C3%BCcke_Tavanasa.jpg)

[8] Salginatobel Bridge, Švicarska (https://www.tripadvisor.co.uk/Attraction_Review-g2693258-d6483669-Reviews-Weltmonument_Salginatobelbrucke-Schiers_Canton_of_Graubunden_Swiss_Alps.html)

[9] Krovna konstrukcija od LLD (<https://www.drvene-konstrukcije.hr/reference/>)

[10] Panther Hollow Bridge, SAD (<https://www.flickr.com/photos/mnoman/4048683509>)

[11] Viaduc d'Austerlitz, Pariz (<https://soundlandscapes.wordpress.com/wp-content/uploads/2012/07/011.jpg>)

[12] Petra Kišak, Poduprte grede, Čakovec (<https://core.ac.uk/reader/198167970>)

POPIS SLIKA

Slika 2.1.: Statički određen sustav	3
Slika 2.2.: Statički neodređen sustav.....	3
Slika 2.3.: Trozglobni nosač sa zategom.....	4
Slika 3.1.: Tavanasa Bridge, Švicarska.....	5
Slika 3.2.: Salginatobel Bridge, Švicarska.....	5
Slika 3.3.: Krovna konstrukcija od LLD	6
Slika 3.4.: Panther Hollow Bridge, SAD	7
Slika 3.5.: Viaduc d'Austerlitz, Pariz	7
Slika 4.1.: Zadani sustav	9
Slika 4.2.: Sustav sa zadanim opterećenjima i nepoznanicama	10
Slika 4.3.: Sustav rastavljen u srednjem zglobu C	10
Slika 4.4.: Okvir presječen u zglobu C	12
Slika 4.5.: Određivanje reakcija trozglobnog sustava s jednoopterećenim diskom	14
Slika 4.6.: Slučaj opterećenja oba diska i njegovo raščlanjivanje na dva slučaja opterećenja gdje je opterećen samo jedan disk	15
Slika 4.7. Određivanje ležajnih reakcija A i B na sustavu kojem su opterećena oba diska	16
Slika 4.8.: Određivanje reakcije u srednjem zglobu C za slučaj opterećenja oba diska trozglobnog nosača	17