

# Zidani lukovi

---

**Torić, Cvita**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2023**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:277902>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-09-09**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

GRAĐEVINSKI FAKULTET

# ZIDANI LUKOVI

Završni rad

Student: Cvita Torić

Mentor: prof. dr. sc. Krešimir Fresl, dipl. ing. građ.

Zagreb, 2023.



## TEMA ZAVRŠNOG ISPITA

Ime i prezime studenta:

JMBAG:

Završni ispit iz predmeta:

Naslov teme  
završnog ispita:

HR	
ENG	

Opis teme završnog ispita:

Datum:

Komentor:

(Ime i prezime komentora)

Mentor:

(Ime i prezime mentora)

(Potpis mentora)

# Sadržaj

<b>1. UVOD .....</b>	<b>4</b>
1.1. Općenito o lukovima.....	4
1.2. Povijesni pregled lukova .....	6
<b>2. PREGLED RAZVOJA TEORIJA PRORAČUNA ZIDANIH LUKOVA .....</b>	<b>12</b>
2.1. Tradicionalni pristup.....	12
2.2. Moderni pristup.....	13
2.2.1. Hooke .....	14
2.2.2. La Hire .....	14
2.2.3. Couplet.....	16
2.2.4. Coulomb.....	17
<b>3. ZIDANI LUKOVI .....</b>	<b>18</b>
3.1. Svojstva materijala.....	18
3.2. Tlačna linija .....	18
3.3. Elastično rješenje.....	19
<b>4. GRANIČNO STANJE SLOMA I MEHANIZAM SLOMA .....</b>	<b>21</b>
<b>5. JEDNOSTAVNI FIZIKALNI MODELI .....</b>	<b>23</b>
<b>6. ZAKLJUČAK .....</b>	<b>29</b>
<b>7. LITERATURA .....</b>	<b>30</b>
<b>8. SAŽETAK.....</b>	<b>31</b>
<b>9. SUMMARY.....</b>	<b>31</b>

# 1.UVOD

## 1.1. Općenito o lukovima

Lukovi su specifični konstrukcijski elementi koji su pretežno opterećeni na tlak. Ono što je posebno kod lukova jest smanjenje momenta savijanja ili čak njegovo iščezavanje, što je konačan cilj kod njihove konstrukcije. Kvalitetan luk postiže se ravnotežom sila tlačnih potisaka prema osloncima lukova. Lukovi se mogu podijeliti prema materijalu od kojeg su građeni, obliku luka i statičkom sustavu.

Prema građevnom materijalu lukovi mogu biti zidani, kameni, drveni, betonski i metalni. U počecima, lukovi su se najčešće gradili od kamena i opeke, koji su otporni na tlak, dok se danas koriste suvremeni materijali poput betona i čelika koji pružaju i otpornost na vlak.



**Slika 1.** Rimski akvadukt Pont du Gard (<https://www.britannica.com/topic/Pont-du-Gard>)

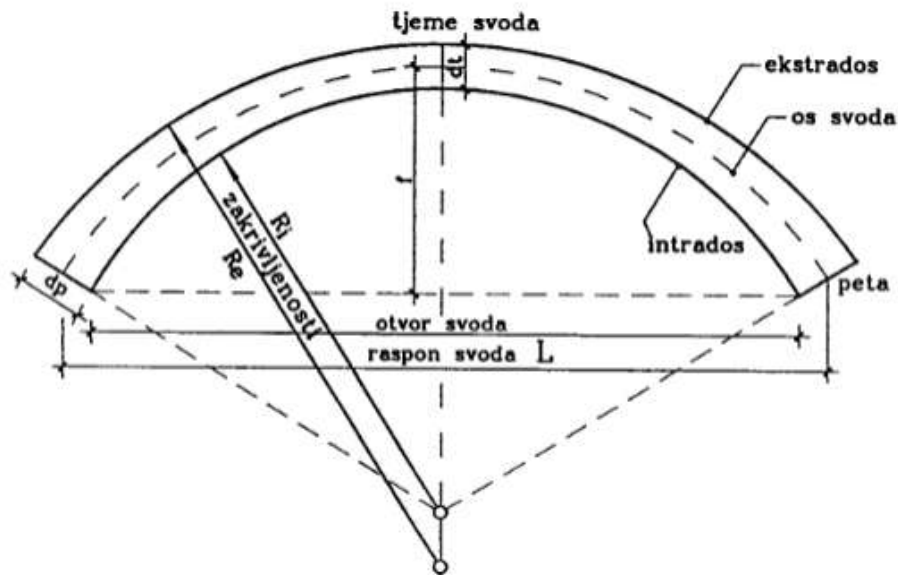
Prema obliku lukove dijelimo na trokutaste, polukružne, segmentne, šiljaste, plosnate, eliptične i druge. Najčešće se koriste polukružni, segmentni i šiljasti lukovi.

Statički sustav lukova može biti trozglobni, dvozglobni i upeti lukovi. Trozglobni lukovi imaju tri zgloba, od kojih su dva uz oslonce ili pete luka, a jedan u tjemenu luka, što ih čini statički određenim sustavom. Dvozglobni lukovi imaju zglobove u petama luka, dok upeti lukovi nemaju zglobove i spadaju u statički neodređene sustave.



**Slika 2.** Primjer modela trozglobnih lukova (iz [9])

Područje oko najviše točke luka nazivamo tjeme luka, a dio luka oko oslonca pete luka. Linija donjeg ruba luka je intrados, a gornjeg ekstrados. Parametri luka su strelica luka ( $f$ ), koja predstavlja udaljenost između tjemena i pete luka, raspon luka ( $L$ ), koji je horizontalna udaljenost središta ležajnih ploha, te otvor luka, koji je horizontalna udaljenost između krajnjih točaka intradosa. Spljoštenost luka ili plitkost luka, izražena omjerom strelice luka i raspona luka ( $f/L$ ), jedan je od najbitnijih parametara kod projektiranja.



**Slika 3.** Osnovni dijelovi luka (iz [10])

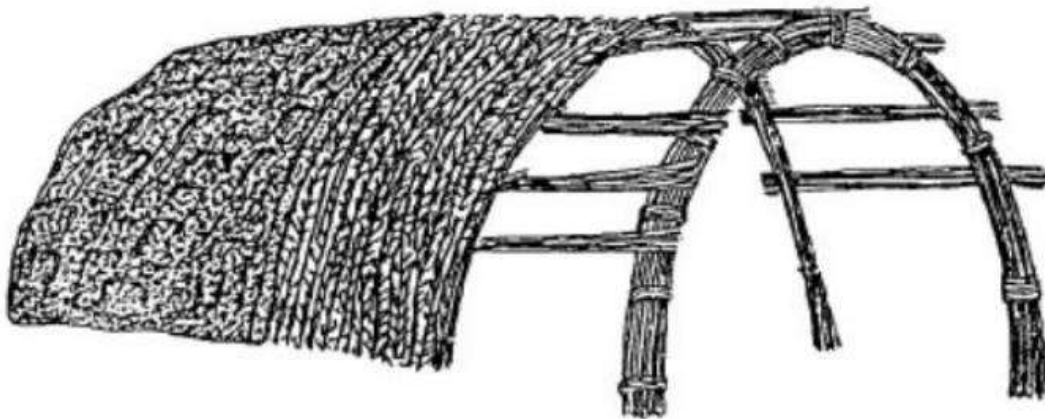
Lukovi su izuzetno važni konstrukcijski elementi koji pružaju ravnotežu sila i otpornost na opterećenja. Njihova raznovrsnost u materijalu, obliku i statičkom sustavu omogućuje inženjerima prilagodbu konstrukcije prema specifičnim konstrukterskim i estetskim zahtjevima.

## 1.2. Povijesni pregled lukova

Razvoj lukova kroz povijest nije bio kontinuiran, već je obilježen skokovitim inovacijama. Veliki graditelji uvodili su nove tehnologije i materijale, što je omogućilo izgradnju sve većih i složenijih konstrukcija.

Lukovi su jedan od najstarijih i najvažnijih građevinskih elemenata, koji su tijekom povijesti omogućili premošćivanje prepreka i stvaranje izdržljivih konstrukcija. Prvi lukovi su nastali u tradiciji građenja blatom i trskom u Mezopotamiji prije otprilike 4000 godina pr. Kr. Graditelji su oblikovali trsku u jednostavne lukove i svodove te ih povezivali vodoravnim snopovima. Ovi primitivni lukovi koristili su se kao okviri koje su pokrivali blatnim pločama, a tijekom požara, blato se stvrdnulo, čineći konstrukciju još izdržljivijom. Sumerani su koristili kamene blokove za gradnju konzolnih svodova koji su bili povezani bitumenom. Ovi svodovi imali su raspon do 3,6 metara i predstavljali su rani primjer primjene kamena u gradnji lukova.

Na tlu Europe, lukovi su prvi put počeli igrati važnu ulogu u graditeljstvu među starim Grcima i Etruščanima. Ti drevni narodi prepoznali su potencijal luka kao građevinskog elementa te su razvili osnovne tehnike njegove primjene.



**Slika 4.** Rekonstrukcija prvih svodova od trski (iz [10])

Rimljani su naslijedili umijeće izgradnje lukova, svodova i kupola od svojih prethodnika te su ga dalje razvijali i unapređivali. Njihova gradnja je uključivala upotrebu betona, što je bio značajan korak naprijed u trajnosti i izdržljivosti građevina. Beton su pripremali od kamena, pucolana (vulkanski pepeo) i vode, a njime su polijevali kamenje kako bi stvorili čvrste konstrukcije. Rimljani su postali poznati po svojim impozantnim mostovima i akvaduktima. Više od 330 svođenih mostova i 94 akvadukta ostavili su nasljedstvo koje je svjedočanstvo njihove sposobnosti i umjetničkog talenta.

U njihovim građevinama dominirali su polukružni lukovi, no koristili su i segmentne lukove. Njihova tehnika gradnje uključivala je klinasto oblikovane klesance, spandrilne zidove i ispunu od betona. Drvo je korišteno za izradu skela, a metal, poput olova, rijetko se koristio kao spajalo u sljubnicima. Panteon je jedan od najpoznatijih primjera rimskog inženjeringa, s



masivnom betonskom kupolom koja je i danas gotovo 2000 godina nakon izgradnje najveća nearmirana betonska kupola na svijetu. Segmentni most Svetog Martina dosegao je najveći raspon od čak 35,6 m.



**Slika 5.** *Panteon u Rimu* (<https://cdn.com.do/entretenimiento/la-entrada-al-panteon-de-roma-se-empezara-a-cobrar/>)



**Slika 6.** *Amfiteatar u Puli* (<https://putnikofer.hr/mjesta/kada-je-sagrada-na-pulska-arena-i-koliko-je-stara/>)



U srednjem vijeku, nakon pada Zapadnog Rimskog Carstva 476. godine, razvoj znanosti, umjetnosti i tehnologije u Europi stagnira, što je utjecalo na zaustavljanje napretka u konstrukciji lukova. Međutim, znanje starih Rimljana nije zaboravljeno i prenosilo se na druge dijelove svijeta. Jedan zanimljiv primjer iz Kine je segmentni most An-Chi, izgrađen oko 600. godine. Ovaj most je imao izvjesne napretke u odnosu na starije rimsko konstrukcije. Primjetno je da su štedni otvori (prostori iznad lukova) bili smješteni iznad petnih četvrtina luka, što je rezultiralo uštedom materijala i smanjenjem težine konstrukcije. Ova ekonomska i tehnološka razmišljanja pokazuju napredak u građevinskim tehnikama.

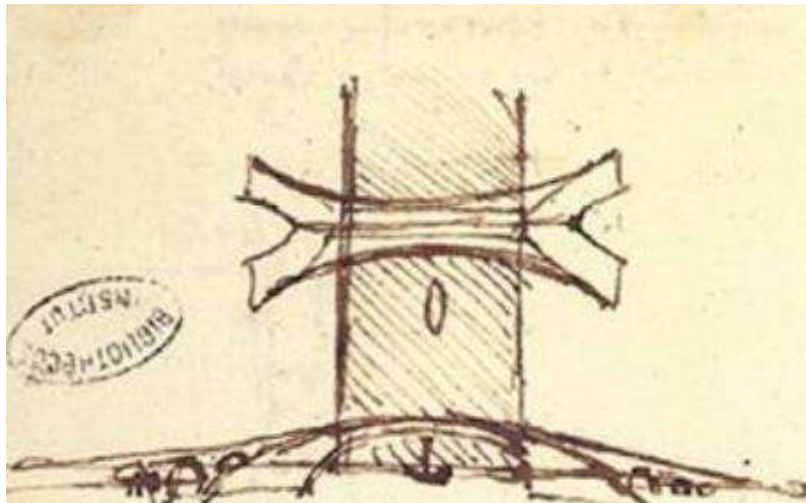


**Slika 7.** *An-Chi most u Kini* ([https://www.chinadaily.com.cn/china/2016-10/21/content\\_27131757.htm](https://www.chinadaily.com.cn/china/2016-10/21/content_27131757.htm) )

Razvoj mostogradnje u Europi ponovno je oživio tijekom srednjeg vijeka, posebno u periodu romanike i gotike. Mostovi su postali važni infrastrukturni elementi, a graditelji su pronašli nove načine za konstrukciju lukova i svodova. Primjerice, most Johana Benezeta u Avignonu, izgrađen između 1177. i 1187. godine, predstavlja značajnu inovaciju u konstrukciji luka. Umjesto klasičnog segmentnog ili polukružnog luka, koristili su krivulju sastavljenu od tri kružna odsječka s različitim središtima. Ovaj napredni luk bio je ekonomičniji i pružio veću stabilnost konstrukciji. Uz navedeni most također treba istaknuti i mostove preko Dunava u Regensburgu, Temze u Londonu, Maine u Wurzburgu i Elbe u Dresdenu.

Rasponi svodova mostova srednjeg vijeka obično su varirali od 12 do 22 metra, a najčešće su se koristili polukružni, segmentni i bačvasti lukovi. Tijekom srednjeg vijeka, graditelji su često slijedili stroge proporcije i očuvali znanje o provjerenim tehnikama. Ovi principi konstrukcije prenosili su se s generacije na generaciju, što je rezultiralo gradnjom trajnih i funkcionalnih građevina. U to vrijeme, konstrukcija je bila usmjerena prema funkcionalnosti, a dekoracija se često koristila na drugim dijelovima građevina, poput tornjeva, kipova i zgrada.

Renesansa je donijela značajna poboljšanja u oblikovanju mostova, dok tehnički napredak nije bio tako očit. U tom vremenu ističu se individualne inovacije mostograditelja. Posebno zanimljiva je zamisao Leonarda da Vinci, koji je 1506. stvorio skice paraboličnog lučnog mosta za premošćivanje Zlatnog roga u Istanbulu s rasponom od 300 metara. Njegova upotreba razdvojenih peta kako bi osigurao dodatnu stabilnost luku postala je ključna tehnička karakteristika.



**Slika 8.** Skica mosta preko Zlatnog roga  
([https://bs.wikipedia.org/wiki/Datoteka:Leonardo\\_Bridge.jpg](https://bs.wikipedia.org/wiki/Datoteka:Leonardo_Bridge.jpg))

U istom razdoblju, otomansko graditeljstvo istaknulo se veličanstvenim djelima poput Hajrudinova mosta u Mostaru. Jean Perronet također je ostavio traga, sagradivši 13 značajnih mostova diljem Europe. Istovremeno, europski graditelji su se natjecali u smanjenju masa konstrukcija, što je dovelo do izgradnje impozantnih mostova poput mosta Neuilly s pet košarastih lukova.

U 18. i 19. stoljeću, dolaskom željezničkog prometa, mostogradnja je doživjela revoluciju. S razvojem masovne proizvodnje čelika, željeznički mostovi postali su sve češći. Prvi most od lijevanog željeza izgrađen je 1779. preko rijeke Severn, označavajući novu eru. Uvođenje armiranog betona u 19. stoljeću predstavljalo je prekretnicu, otvarajući put novim oblicima i konstrukcijama. Francois Hennebique, Robert Maillart i Eugene Freyssinet unaprijedili su betonske konstrukcije, omogućujući graditeljima da iskoriste potencijal luka na potpuno novi način.



**Slika 9.** *Željezni most preko rijeke Severn (<https://www.erih.net/i-want-to-go-there/site/iron-bridge-world-heritage-site> )*

Iako su čelik i beton dominirali, drvo je ostalo važan materijal za mostogradnju. Primjerice, japanski most Kintai i europski drveni lukovi svjedoče o izdržljivosti i prilagodljivosti drveta kao konstrukcijskog materijala.



**Slike 10. i 11.** *Most Kintai (<https://www.atlasobscura.com/places/kintai-bridge> )*



U modernim vremenima, mostovi su postali ikonični simboli gradova i tehnološkog napretka. Od Golden Gate mosta u San Franciscu do Millau Viaducta u Francuskoj, mostovi ne samo da povezuju fizičke prostore, već i svjedoče o ljudskom dostignuću. Inovacije poput visećih mostova Isambarda Kingdoma Brunela i betonskih remek-djela poput mosta Albert Loupea zauvijek su promijenile način na koji gradimo mostove.



**Slika 12.** Most Albert Louppe (<https://structurae.net/en/structures/plougastel-bridge>)



**Slika 13.** Most Third Pingan u Kini (lučni most najvećeg raspona na svijetu, 575 m )  
([http://www.xinhuanet.com/english/2020-12/28/c\\_139624586.htm](http://www.xinhuanet.com/english/2020-12/28/c_139624586.htm))

## 2. PREGLED RAZVOJA TEORIJA PRORAČUNA ZIDANIH LUKOVA

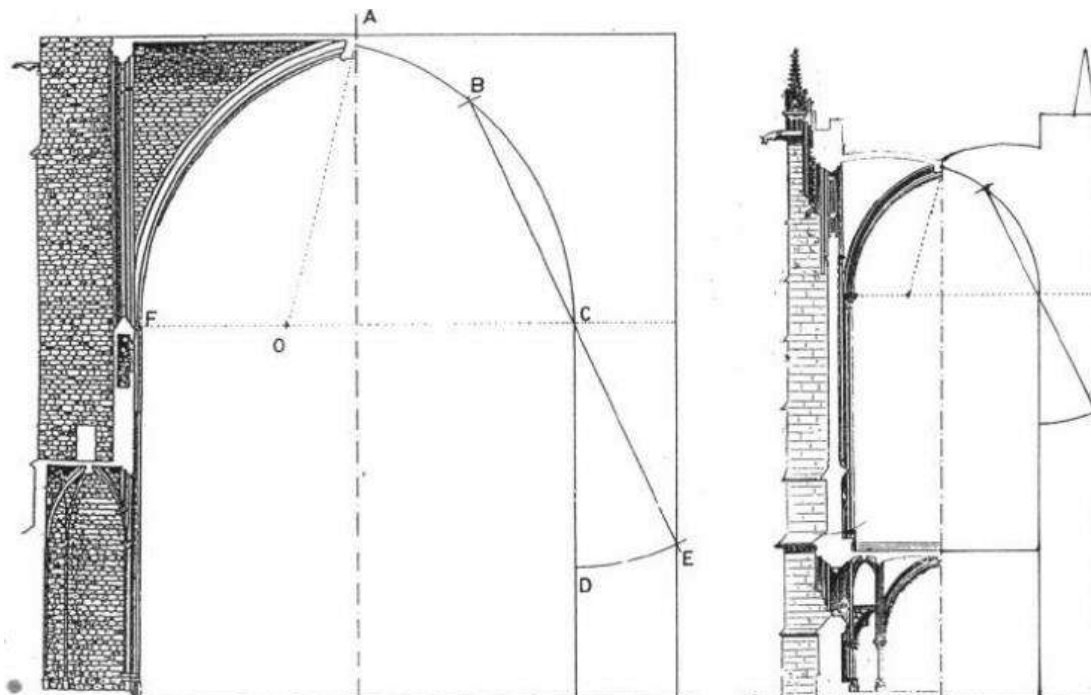
### 2.1. Tradicionalni pristup

Povijesni pregled razvoja zidanih lukova jasno pokazuje da se napredak u gradnji ovih imponantnih struktura nije odvijao linearno, već skokovito. U počecima gradnje lukova, nije bilo propisa ili pravila sličnih današnjima. Graditelji su se oslanjali na svoje iskustvo, slobodne procjene i usmenu predaju prekaljenih majstora graditeljskog zanata.

Tako su se tadašnji graditelji suočavali s temeljnim pitanjima - kako izgraditi luk koji će ostati čvrst i stabilan te kako izgraditi stupove koji će izdržati pritisak lukova. Rimski inženjeri, na primjer, gradili su lukove različitih oblika, uključujući segmentne lukove čiji svodovi zatvaraju kut od  $83^\circ$  do  $130^\circ$ .

Tradicionalni pristupi projektiranju zidanih lukova i svodova bazirali su se uglavnom na geometriji, iskustvu i kritičkom opažanju procesa građenja. Konstrukcija koja je imala prave proporcije smatrala se ispravnom, a ta pravila su se čuvala i prenosila s generacije na generaciju.

Precizna geometrijska pravila o omjerima između različitih konstrukcijskih elemenata igrala su ključnu ulogu u stabilnosti i ravnoteži sila unutar zidanih lukova. Na primjer, debljina lukova i širina stupova ovisili su o rasponu, s različitim pravilima za različite periode i oblike lukova. Kasnije, u kasnoj renesansi i baroku, razvijena je geometrijska metoda za određivanje debljine stupova, temeljena na dijeljenju intradosa luka i povezivanju točaka kako bi se dobila potrebna debljina stupa ili zida.



**Slika 14.** Geometrijska pravila oblikovanja potpornih zidova (iz [2])

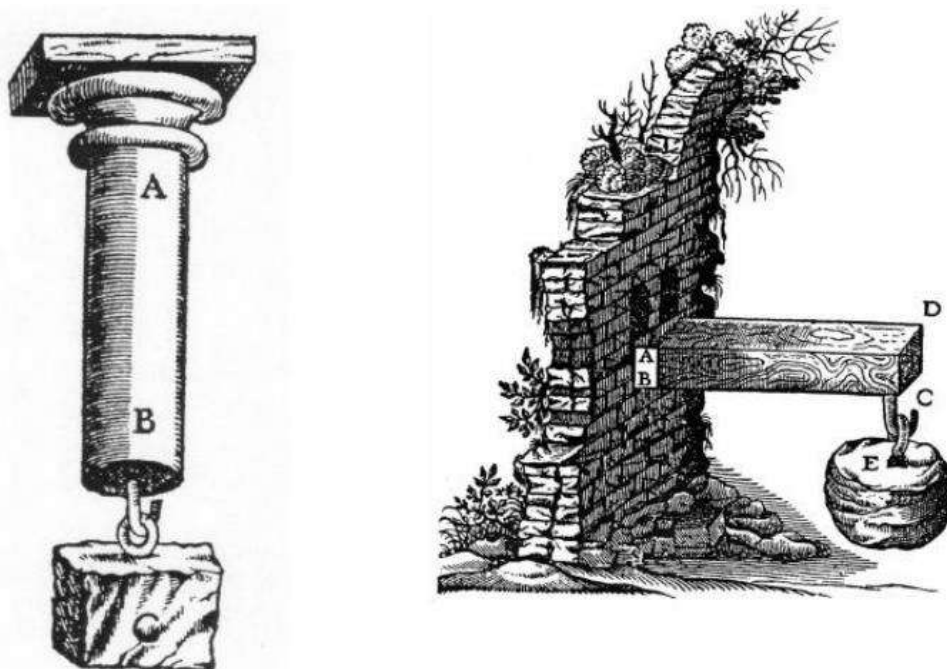
Iako su moderni znanstveni pristupi projektiranju lukova postavljeni tek u 19. stoljeću, činjenica da su impresivne povijesne građevine poput Pantheona, Aje Sofije ili gotičkih katedrala izgrađene bez primjene današnje primijenjene mehanike jasno ukazuje na složenost i duboko ukorijenjeno znanje u tradicionalnoj teoriji projektiranja zidanih lukova i svodova.

## 2.2. Moderni pristup

U antičkom i srednjovjekovnom razdoblju, mnoge impresivne građevine su se izgradile, no njihova konstrukcija se često temeljila na tradicionalnim pristupima koji nisu uzimali u obzir znanstvene analize i sigurnost. Revoluciju u građevinskom inženjeringu donio je Galileo Galilei, priznat kao osnivač klasične fizike i mehanike. U svojoj knjizi *"Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a due nuove scienze Attenenti alla Meccanica & movimenti Locali"* (Rasprave o dvjema novim znanostima), Galileo je postavio nove temelje za razumijevanje zakona fizike i mehanike. Ključne znanosti koje je dotaknuo bile su kinematika i čvrstoća materijala.

Galileo je postavio pitanje čvrstoće oslonaca lukova, što je bila ključna prepreka u projektiranju građevina tog vremena. Istražujući konzolne grede i stupove, Galileo je otkrio da čvrstoća konzolne grede ne raste proporcionalno s površinom presjeka, već s kvadratom površine.

Paralelno s Galileovim radom, istraživanja čvrstoće materijala su napredovala eksperimentalnim putem. Prvi puta su se povezale dvije ključne vrijednosti: naprezanje i čvrstoća materijala. Ovo je omogućilo graditeljima da uspoređuju te dvije vrijednosti i utvrde granice sigurnosti. Iako koeficijenti sigurnosti tog vremena nisu bili rezultat dubokih analiza, predstavljali su moderniji pristup građevinarstvu.



Slika 15. Galileova istraživanja čvrstoće stupova i konzolne grede (iz [2])



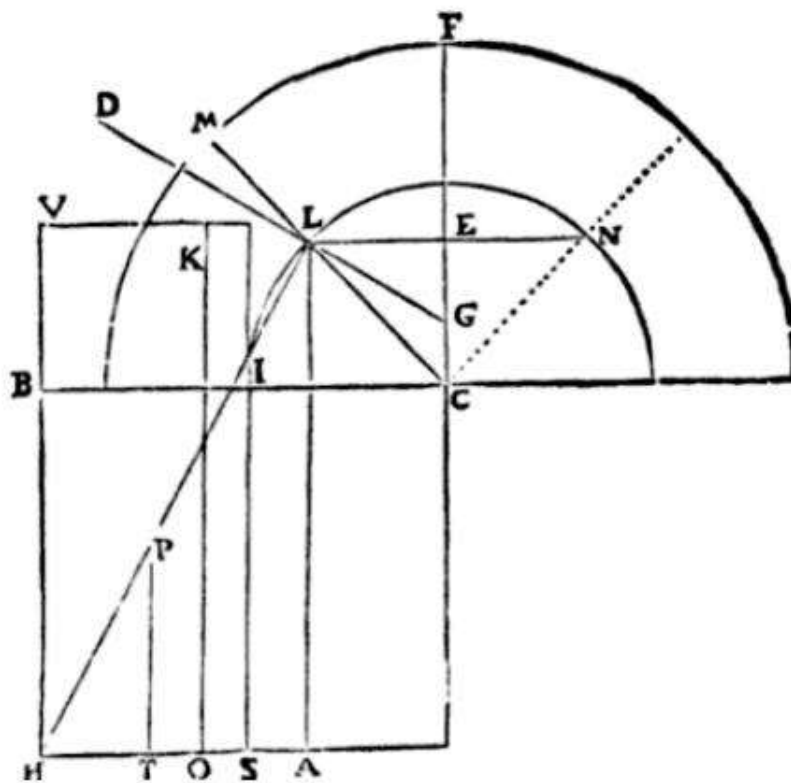


Ključna pretpostavka u tom prvom radu bila je da tlačna linija mora biti okomita na dodirne površine glatkih blokova kako bi luk ostao stabilan. Međutim, ovaj pristup nije uzimao u obzir trenje između blokova.

Gotovo dva desetljeća kasnije, 1712. godine, La Hire se ponovno vratio proučavanju lukova s novim spoznajama i ispravcima prethodnih pretpostavki. Sada je uključio trenje između blokova i razmotrio različite scenarije koji bi utjecali na stabilnost lukova. Jedna od važnih promjena bila je razmatranje situacije kada se duljina raspona luka promijeni, što je dovelo do pojave plastičnog zgloba u točki L.

La Hire je također pokušao odrediti optimalne dimenzije upornjaka i stupova koji podupiru lukove, uzimajući u obzir težine blokova. Njegova analiza uključivala je i proračun momenta oko točke H za provjeru stabilnosti cijele konstrukcije.

Važno je napomenuti da, iako La Hire nije pružio precizne matematičke izraze za svoje proračune, njegova razmišljanja bila su ključna za daljnji razvoj teorija lukova.



Slika 17. Mehanika polukružnog luka (iz [1])

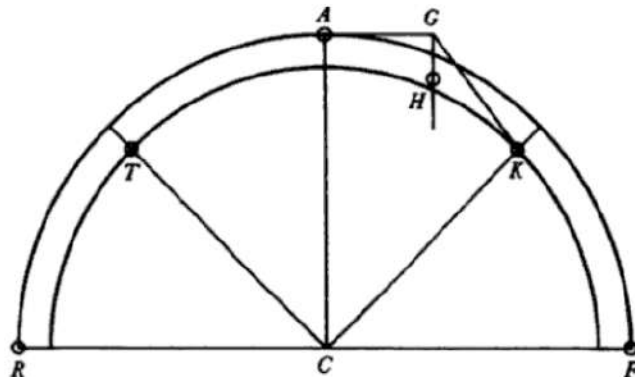
### 2.2.3. Couplet

Pierre Couplet, francuski inženjer, ostavio je važan doprinos teoriji lukova kroz svoju knjigu "Memoire," koja je doživjela dva izdanja, prvo 1729. i drugo 1730. godine. Njegov rad se temeljio na proučavanju lukova i građevinskih oblika, a njegova istraživanja su se razvijala s vremenom.

U prvom izdanju knjige, Couplet se fokusirao na idealizaciju lukova, slično kao i njegov prethodnik La Hire, koristeći glatke blokove bez trenja. Međutim, ubrzo je shvatio da takvi idealizirani lukovi nemaju praktičnu primjenu u stvarnom graditeljstvu. Stoga se 1730. godine odlučio posvetiti istraživanjima na stvarnim lukovima.

U svom istraživanju, Couplet je uveo pretpostavke o ponašanju materijala, uključujući trenje između blokova. Zaključio je da zidovi nemaju vlačnu čvrstoću, tlačna čvrstoća je beskonačna i da ne može doći do sloma zbog klizanja.

Couplet je razvio teorem koji je bio ključan za razumijevanje stabilnosti lukova. Prema njegovom teoremu, konstrukcija se neće srušiti pod opterećenjem ako tlačna linija leži unutar debljine luka. Osim toga, istraživao je najmanju debljinu luka koja može nositi samo svoju vlastitu težinu, uzimajući u obzir težinu blokova i dodirne točke luka. Njegov izračun je rezultirao odnosom radijusa  $R$  i debljine luka  $t$ , gdje  $t/R=0,101$ .



Slika 18. Polukružni luk najmanje debljine (iz [1])

Također je smatrao da se luk nalazi u ravnoteži ako su zglobovi T i K smješteni pod kutem od  $45^\circ$ . Couplet je također razmatrao pojavu sloma kad se u luku pojavi dovoljan broj zglobova da stvori mehanizam.

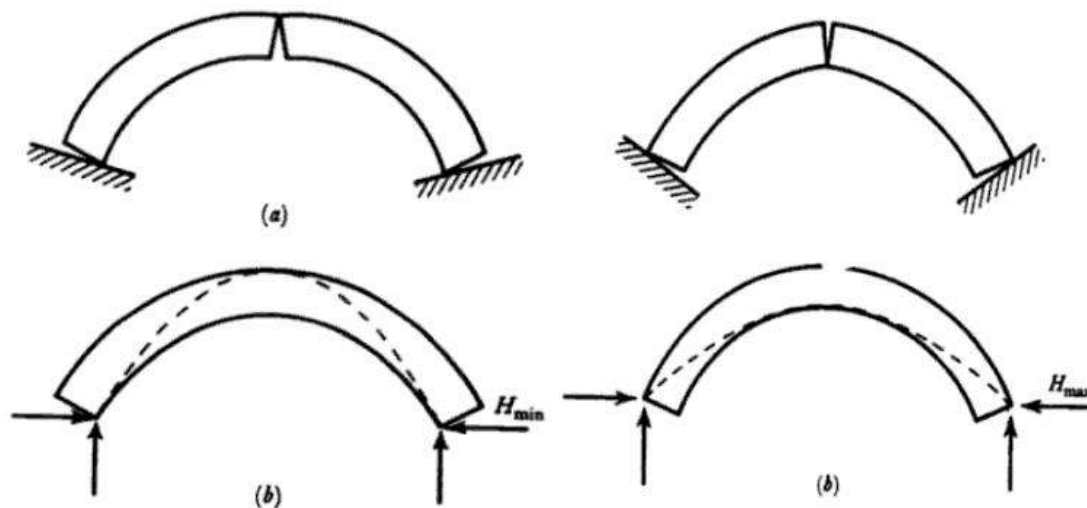
#### 2.2.4. Coulomb

Charles-Augustin de Coulomb, francuski fizičar i inženjer iz 18. stoljeća, ostvario je izvanredan doprinos u razumijevanju stabilnosti građevinskih konstrukcija, posebno lukova. Iako je najpoznatiji po svojim otkrićima u područjima elektromagnetizma i mehanike, njegovo istraživanje lukova i horizontalnih potisaka ostavilo je dubok trag u građevinskoj teoriji.

Godine 1773., Coulomb je objavio prvu sveobuhvatnu teoriju o stabilnosti lukova, koja je predstavljala revoluciju u građevinskoj praksi toga vremena. Njegova teorija pružila je matematičku osnovu za opisivanje različitih scenarija kolapsa lukova, uzimajući u obzir relativne rotacije i klizanje između blokova. Ovo je bilo presudno za razvoj sigurnijih i pouzdanijih građevinskih konstrukcija.

Ključna komponenta Coulombovog rada bila je definicija sila horizontalnih potiska, koje su se pokazale vitalnim za stabilnost lukova pod opterećenjem. Sile  $H_{min}$  i  $H_{max}$ , kako ih je nazvao, postale su ključni parametri u analizi i dizajnu lukova. Coulomb je dokazao da pojava zglobova u luku ne nužno vodi gubitku stabilnosti, već da luk može ostati stabilan ako postoji određena sila  $H$  koja se generira u ležajevima.

Također je proučavao slučajeve širenja i sužavanja luka pod opterećenjem. Definirao je silu  $H_{min}$  kao minimalnu potrebnu silu kako bi se očuvala stabilnost luka pod opterećenjem. S druge strane, sila  $H_{max}$  se pojavljuje kada se luk sužava pod opterećenjem, ali i ona mora ostati unutar određenog raspona kako bi luk ostao stabilan.



**Slika 19.** Zglobovi i tlačna linija zbog povećanja raspona (desno), zglobovi i tlačna linija zbog smanjenja raspona (lijevo) (iz [10])

Coulombova istraživanja su označila značajan korak naprijed u razumijevanju ponašanja građevinskih konstrukcija, posebno lukova. Njegova teorija o silama horizontalnih potiska postala je temeljna komponenta u projektiranju sigurnih i stabilnih lukova, osiguravajući da se izbjegne gubitak stabilnosti i rušenje konstrukcije.

### 3. ZIDANI LUKOVI

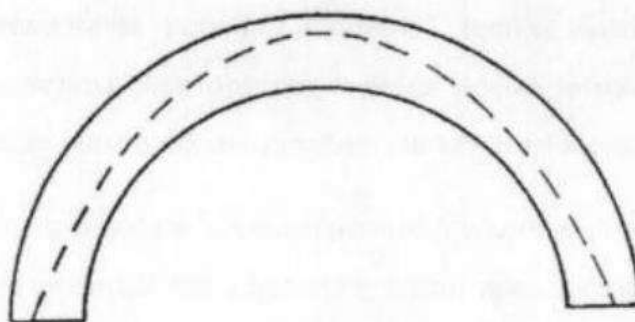
#### 3.1. Svojstva materijala

Zidani materijali, poput opeke i kamena, igrali su ključnu ulogu u građevinskom svijetu tisućama godina, oblikujući i definirajući arhitekturu raznih civilizacija. Iako danas nisu najzastupljeniji materijal, ne smijemo zanemariti njihovu važnost te je razumijevanje osnovnih mehaničkih svojstava zidanih materijala ključno za uspješno projektiranje i izgradnju zidova, svodova i lukova.

Zidani materijali, kao heterogeni i anizotropni materijali, znači da imaju različita svojstva ovisno o smjeru opterećenja. To je osobito važno prilikom konstruiranja lukova i svodova, gdje je ravnoteža ključna za njihovu stabilnost i izdržljivost. Zidovi su izloženi kompresijskim silama, što znači da moraju imati visoku tlačnu čvrstoću kako bi podnijeli te sile bez lomljenja. S druge strane, vlačna čvrstoća zidanih materijala obično je manja, što zahtijeva pažljivo planiranje kako bi se izbjegle pukotine ili slomljeni dijelovi. Jedno od ključnih svojstava zidanih materijala je njihova sposobnost da se odupru klizanju između kamenih blokova ili opeke. To je djelomično posljedica visokog koeficijenta trenja koji postoji među njima ( $\mu \cong 0.5$ ). Ovo svojstvo doprinosi stabilnosti zidanih struktura, osiguravajući da se blokovi ne pomiču i ne dovode u pitanje cjelokupnu konstrukciju.

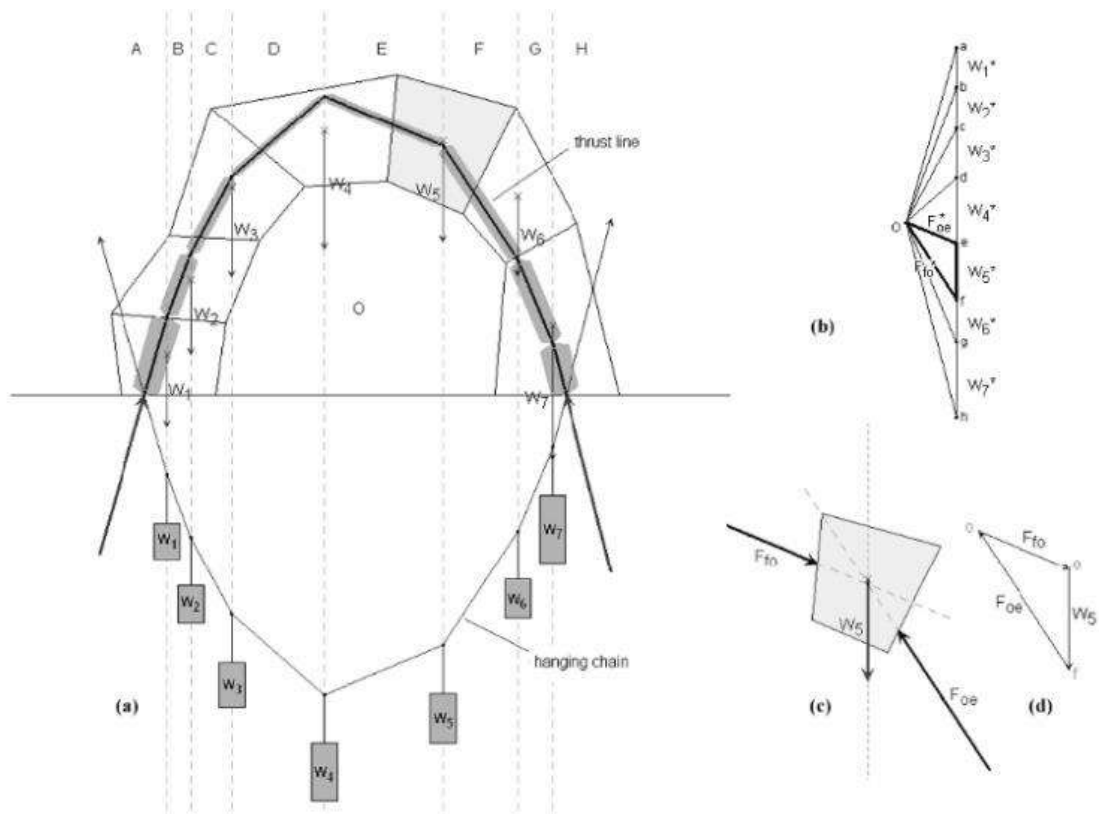
#### 3.2. Tlačna linija

Lukovi su građeni od kamenih ili zidanih blokova koji mogu biti precizno posloženi jedan na drugog ili se povezuju mortom. Moraju biti postavljeni i povezani na takav način da se osigura njihova mehanička stabilnost, sprječavajući prevrtanje, klizanje ili bilo koje druge nepoželjne pojave. Da bi se to osiguralo tok tlačnih sila mora biti pravilan i opterećenje se mora prenositi s bloka na blok unutar volumena luka. Rezultanta tlačnih naprezanja na dodirne plohe između blokova je tlačna sila. Centar potiska predstavlja točku na površini između blokova luka gdje djeluje tlačna sila. Da bi se očuvala stabilnost, tlačna sila mora prolaziti kroz dodirne plohe blokova. Osim toga, dva potiska s obje strane bloka održavaju ravnotežu unutar luka. Pravilan tok sila mora se održavati od tjemena luka sve do pete, gdje luk prenosi svo opterećenje na oslonac. Važno je napomenuti da se na mjestu dodira pete luka i oslonca pojavljuje najveća sila u luku, potisak luka, koja je rezultanta svih prethodnih sila. Kod proračuna moramo paziti da potisak luka ne smije biti veći od projektirane sile koju oslonac može primiti da bi se izbjeglo rušenje konstrukcije.



**Slika 20.** Tlačna linija u luku (iz [3])

Tlačnu liniju možemo najlakše opisati kao poveznicu svih centara potiska luka koja ovisi o geometriji luka, opterećenjima i vrsti ležaja. Kako ne bi došlo do pojavljivanja momenta savijanja idealni položaj tlačne linije je kada se podudara s osi luka. S obzirom da lukovi veće debljine mogu imati više tlačnih linija nastao je problem kako precizno odrediti "pravu" liniju. Moseley je bio prvi koji je proučavao pitanje "prave" tlačne linije i definirao ju kao liniju otpora. Nakon njega 1853. godine Villarceau je pokušao konstruirati osnu liniju luka prema tlačnoj liniji.



Slika 21. Primjer grafičkog određivanja tlačne linije (iz [8])

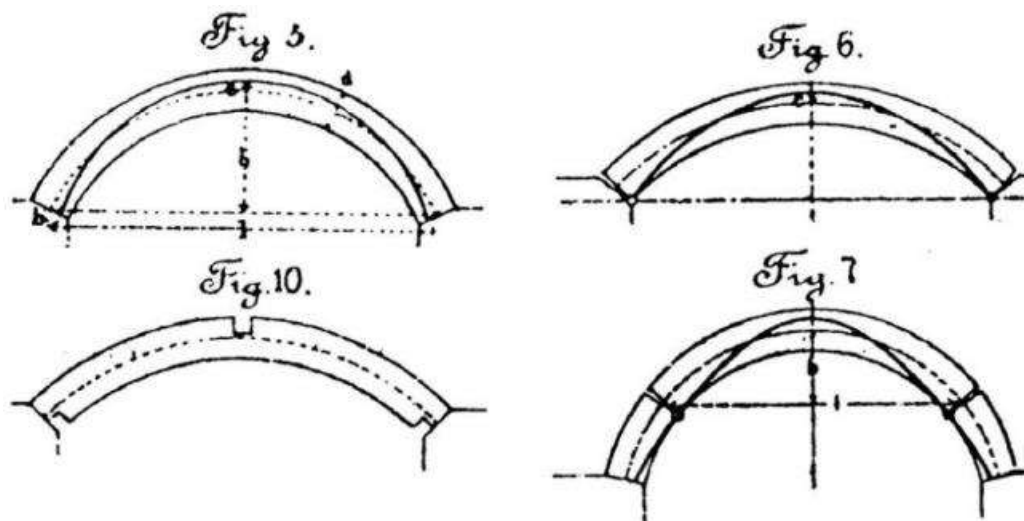
### 3.3. Elastično rješenje

U građevinarstvu se pristup izradi lukova razvijao tijekom stoljeća, no u srednjem vijeku i antici, metode su često bile temeljene na iskustvu i procjenama. Taj pristup nije uvijek osiguravao kvalitetna rješenja, te su mnogi problemi ostali neriješeni. 1852. godine na unaprjeđenju tog pristupa započeo je Jean-Victor Poncelet.

Poncelet je u svojoj sveobuhvatnoj analizi različitih teorija izgradnje lukova predložio revolucionaran pristup - primjenu elastične teorije. Ova teorija se temelji na Hookovom zakonu ( $\sigma = E \cdot \epsilon$ ), formuliranom davne 1676. godine, koji predstavlja temelj teorije elastičnosti. Poncelet je prepoznao da bi primjena ove teorije omogućila jedinstvena rješenja za različite oblike i vrste lukova.

Međutim, put prema prihvaćanju elastične teorije nije bio lak. Glavni izazov bio je otpor građevinskih inženjera i projektanata tog vremena prema pristupu koji bi zidove i materijale za izgradnju lukova tretirao kao elastične. Materijali koji su se koristili za izradu lukova su bili heterogeni i anizotropni, što znači da nisu ispoljavali linearno elastična svojstva. Elastična teorija, s druge strane, tradicionalno se primjenjivala na izotropne i homogene materijale.

Napredak u prihvaćanju elastične teorije postao je vidljiv tek u ranim 1880-ima, kada su inženjeri počeli prepoznavati prednosti ovog pristupa. U to vrijeme, inženjeri poput Winklera i Castigliana igrali su ključnu ulogu u širenju elastične teorije. Winkler je prvi uveo vanjske faktore koji mogu utjecati na poziciju tlačne linije, kao što su slijeganje oslonaca pod opterećenjem, temperaturne promjene i nesavršenosti u izgradnji. Također je predložio umetanje unutarnjih zglobova tijekom izgradnje kako bi se lakše kontrolirala tlačna linija.



**Slika 22.** Umetanje unutarnjih zglobova (Winkler) (iz [3])

Castigliano je također doprinio razvoju elastične teorije primjenjujući je na svoje mostove. Nakon mnogo godina istraživanja i eksperimenata, Austrijski institut inženjera i arhitekata potvrdio je da elastična teorija predstavlja nov i suvremen pristup. Ovi napori rezultirali su revolucionarnom promjenom u građevinskom sektoru.

Unatoč anizotropnosti i heterogenosti materijala te činjenici da su konstrukcije i dalje bile podložne deformacijama pod utjecajem vanjskih faktora, inženjeri su zaključili da je elastična teorija najbolji pristup analizi i projektiranju lukova. Ovaj pristup postao je poznat kao "moderna teorija lukova" kako bi se razlikovao od tradicionalne "stare teorije".

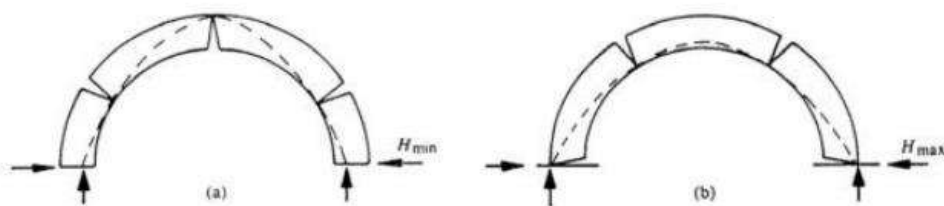
Prelazak na elastično rješenje u građevinarstvu označio je značajan korak naprijed u razvoju te discipline. Omogućio je izradu čvrstih i trajnih građevinskih konstrukcija koje su se lakše nosile s dinamičkim utjecajima okoline.

## 4. GRANIČNO STANJE SLOMA I MEHANIZAM SLOMA

Mehanizmi sloma u konstrukcijama, poput luka, predstavljaju ključno pitanje u razumijevanju njihove nosivosti i stabilnosti. Iako je prirodna pretpostavka da čvrsti materijali ne bi trebali doživjeti slom, istina je da se slom ne događa zbog otkazivanja čvrstoće materijala, već zbog stvaranja plastičnih zglobova unutar strukture. Ovu pojavu detaljno je istražio Jacques Heyman u teoriji plastičnosti koju je razvio 1966. godine.

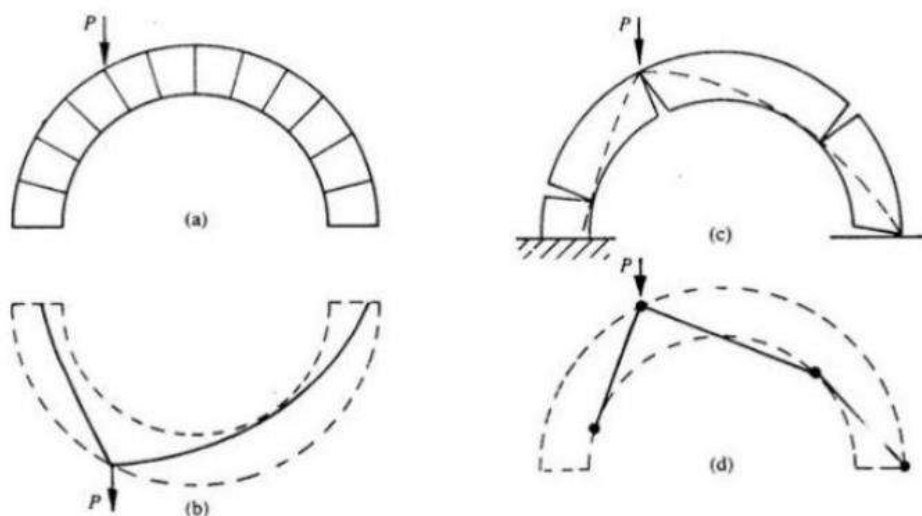
U slučaju statički neodređenih konstrukcija, formiranje plastičnih zglobova neće ugroziti nosivost sve dok se ne stvori dovoljan broj tih zglobova. Za konstrukciju s  $n$  stupnjeva statičke neodređenosti, potrebno je formirati  $n+1$  plastični zglob kako bi se konstrukcija pretvorila u mehanizam. Pomaci oslonaca, horizontalni pomaci, promjene temperature i slijeganje tla su faktori koji mogu uzrokovati formiranje tih zglobova.

Kod pomaka oslonca zbog promjene raspona luka dolazi do nastajanja novog oblika tlačne linije zbog novih raspodjela unutarnjih naprezanja. Tlačna linija dodiruje rubne dijelove luka i dolazi do stvaranja zglobova.



Slika 23. Pojava zgloba zbog povećanja i smanjenja raspona (iz [3])

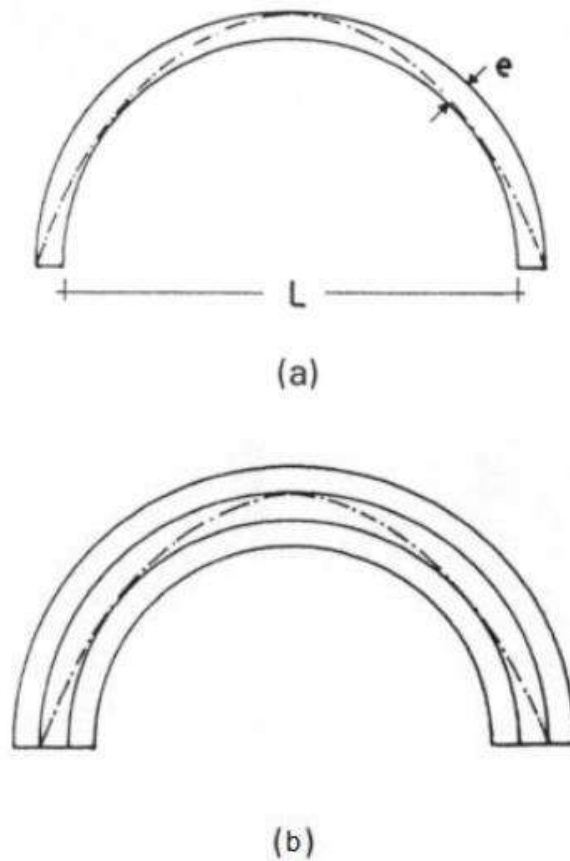
Ako luk opterećen vlastitom težinom dodatno opteretimo nekim koncentriranim opterećenjem  $P$ , tlačna linija mijenja svoj oblik tj. miče se prema rubnim dijelovima luka. Kada tlačna linija dodirne rubove luka formiraju se zglobovi, nastaje mehanizam i dolazi do sloma.



Slika 24. Djelovanje dodatnog opterećenja na luk (iz [3])



Jedan od važnih aspekata sigurnosti lukova je položaj tlačne linije u odnosu na konstrukciju. Rankineova teorija, premda nije nužno potvrđena čvrstim dokazima, sugerira da je luk siguran ako se tlačna linija nalazi unutar srednje trećine luka. Heyman, također, razmatra ovaj problem i predlaže korištenje geometrijskog faktora sigurnosti kako bi se povećala debljina projektiranog luka.



**Slika 25.** Granični (a) i siguran luk (b) (iz [3])

## 5. JEDNOSTAVNI FIZIKALNI MODELI

U svrhu razumijevanja ponašanja zidanih konstrukcija potrebno je izvoditi ispitivanja da bi dobili svojstva konstrukcije. Ispitivanja na samoj konstrukciji bila bi vrlo nelogična jer u slučaju loših rezultata izgrađenu konstrukciju morali bismo srušiti. Upravo iz tog razloga još u antici radili su se modeli kao jednostavan prikaz stabilnosti luka. Modeli su bili od gipsa ili laganog kamena i u puno manjim dimenzijama, ali izrada tih modela nije bila garancija za stabilan luk zbog neprecizne izrade. Najčešće su greške bile prisutne kod zglobova, što je rezultiralo time da se konstrukcija ponašala drugačije nego u stvarnom okruženju. Kvalitetni modeli počeli su se izrađivati u 19. stoljeću od strane iskusnih majstora s pravim alatima.

Primjer koji ćemo ovdje analizirati nije kompleksan prostorni model kakvi su izrađivali majstori u prošlosti. Umjesto toga, radi se o jednostavnom primjeru koji ilustrira kako se luk ponaša u različitim situacijama te kako je tlačna linija povezana s oblikom luka.

Za izradu luka koristila sam stiropor debljine 5 cm. Prije izrade modela lančanicom sam provjerila stabilnost luk, po Hookeovim tvrdnjama luk će biti stabilan ako se unutar njegovih rubova može umetnuti lančanica.

Na slici 26. vidimo da se tlačna linija tj. lančanica nalazi između intradosa i ekstradosa, a posljedica tog je stabilan i statički neodređen luk kojeg vidimo na slici 27. Dok je luk u ravnoteži postoji bezbroj tlačnih linija koje možemo konstruirati unutar njega.



**Slika 26.** Tlačna linija u luku



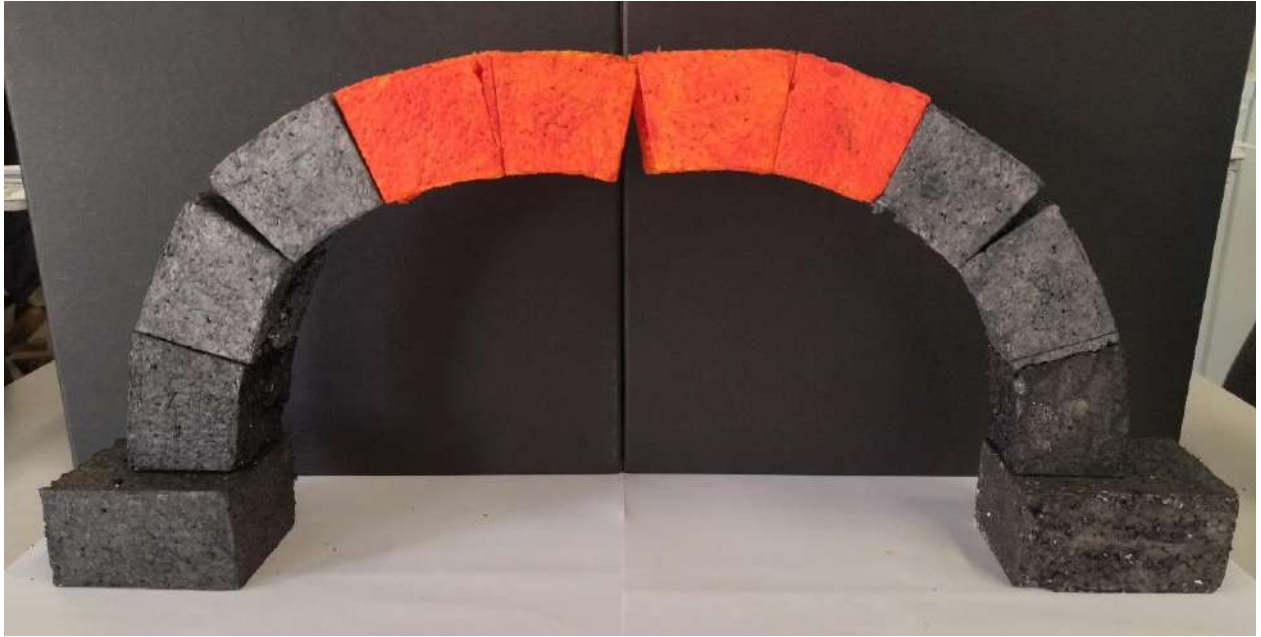
**Slika 27.** Model luka

Ako na oslonce djelujemo s horizontalnom silom i tako povećamo ili smanjimo raspon luka, u trenutku dovoljno velike sile doći će do stvaranja plastičnih zglobova na rubnim dijelovima luka. Pojavljuju se tri zgloba i cijeli sustav postaje statički određen. Kod statički određenog sustava postoji jedna specifična tlačna linija koju možemo odrediti i izračunati unutarnje sile koje se javljaju.

U prvom primjeru na oslonce luka djelovat ćemo s vlačnom silom. Radijus luka se povećava i nastaju tri zgloba, jedan na tjemenu ekstradosa i dva na intradosu. Tlačna linija prolazi kroz nastale zglobove.



**Slika 28.** Tlačna linija kod povećanja raspona



**Slika 29.** Model luka kod povećanog raspona

U drugom primjeru na oslonce ćemo djelovati s tlačnom silom i tako smanjiti radijus luka. U trenutku dostizanja dovoljno velike sile ponovno nastaju tri zgloba, ovaj put jedan na tjemenu intradosa, a dva na petama ekstradosa. Kao i u prvom slučaju tlačna linija prolazi kroz zglobove.



**Slika 30.** Tlačna linija kod smanjenja raspona



**Slika 31.** Model luka kod smanjenog raspona

Zadnjim primjerom pokazat ću kako dolazi do nastajanja četiri zgloba odnosno mehanizma. Luk u jednoj točki opteretimo koncentriranom silom. Na slici 32. vidimo promjenu oblika tlačne linije pomoću lančanice na koju sam objesila privjesak. Na mjestima gdje tlačna linija dodiruje rubne dijelove luka nastaju pukotine. Povećanjem koncentriranog opterećenja postepeno se produbljuju pukotine dok ne dođe do sloma.



**Slika 32.** Tlačna linija kod djelovanja koncentriranog opterećenja





**Slika 33.** Model luka kad na njega djelujemo koncentriranom silom



**Slika 34.** Model luka netom prije sloma zbog djelovanja koncentrirane sile



**Slika 35.** Slom luka

Iz provedenog pokusa možemo zaključiti sljedeće:

- ❖ Lančanica unutar luka dokazuje da je luk tlačni element i da model nikad neće biti u stanju vlačnog naprezanja
- ❖ U luk se može umetnuti bezbroj tlačnih linija
- ❖ Oblik tlačne linije ovisi o vrsti opterećenja
- ❖ Ne možemo izračunati stvarni potisak, ali možemo izračunati minimalni i maksimalni potisak luka
- ❖ Povećanjem ili smanjenjem raspona luka mijenja se oblik tlačne linije. Na mjestima gdje tlačna linija dodiruje rub luka nastaju zglobovi tj. na modelu se jasno vidi da su to pukotine
- ❖ Zglobovi pretvaraju luk iz statički neodređenog sustava u statički određeni sustav
- ❖ Kod povećanog raspona potisak je minimalan, a kod smanjenog raspona potisak je maksimalan
- ❖ Kada luk opteretimo dodatnim koncentriranim opterećenjem tlačna linija ponovno mijenja svoj oblik i dodiruje rubove luka. U ovom slučaju nastaju četiri zgloba odnosno nastaje mehanizam i dolazi do sloma



## 6. ZAKLJUČAK

Lučne konstrukcije imaju dugu i bogatu povijest, s počecima koji sežu unatrag tisućama godina. Stari graditelji su ih konstruirali primarno na temelju iskustva i vlastitog osjećaja za građenje, prenoseći znanja usmenim ili rijetko pismenim putem. Razvoj teorije projektiranja lukova bio je ključan za razumijevanje njihove izgradnje. Iako postoje mnoge teorije, nijedna suvremena metoda projektiranja zidanih lukova nije potpuno zamijenila tradicionalne pristupe zbog rijetke upotrebe takvih konstrukcija u današnjem građevinarstvu.

Jedno od najvažnijih otkrića u projektiranju zidanih lukova je tlačna linija, koja predstavlja težnju graditelja da se os lukova poklapa s tom linijom kako bi se minimizirali momenti savijanja. Različite teorije razvijale su različite pristupe, ali su se sve temeljile na razumijevanju tlačne linije. Hookeova teorija, upotpunjena profesorom Heymanom, ostaje korisna čak i danas. Ključno otkriće tlačne linije, koja se usklađuje s oblikom luka i minimizira unutarnje sile, ostaje srž projektiranja ovih konstrukcija. S vremenom su inženjeri razvili elastičnu teoriju lukova, koja je omogućila preciznije proračune i građenje lukova s umetnutim zglobovima radi optimizacije tlačne linije.

Danas se tradicionalni pristup izgradnji zidanih lukova rijetko koristi zbog upotrebe novih materijala poput betona. Međutim, spoznaje iz povijesti i teorije projektiranja lukova i dalje su korisne. Kombinirajući suvremene interaktivne grafičke alate s tim tradicionalnim znanjima, inženjeri mogu brže projektirati i provjeriti stabilnost lukova. Tlačna linija i dalje ostaje ključnim konceptom u analizi i projektiranju lučnih konstrukcija.

## 7. LITERATURA

- [1] Santiago Huerta: The Analysis of Masonry Architecture: A Historical Approach, *Architectural Science Review*, Volume 51.4., pp. 297–328
- [2] Santiago Huerta, Galileo was Wrong: The Geometrical Design of Masonry Arches. *Nexus Network Journal*, Vol. 8, No. 2, 2006., str. 25 – 51
- [3] Santiago Huerta: Mechanics of Masonry vaults: The equilibrium approach, *Historical Constructions*, P. B. Lourenco, P. Roca (eds.), Guimaraes, 2001, pp. 47–69
- [4] Santiago Huerta: The use of simple models in the teaching of the essentials of masonry arch behaviour, *Fondazione Flaminia*, Ravenna, 2005
- [5] Santiago Huerta: Structural Design in the Work of Gaudi, Department of Structural Design, Madrid, Spain, 2006, pp. 324–339
- [6] Zorislav Sorić: Mehanička svojstva nearmiranog zida, *Građevinar* 52 (2000) 2, 67–78
- [7] Hrvoje Smoljanović, Nikolina Živaljić, Željana Nikolić: Pregled metoda za modeliranje povijesnih zidanih konstrukcija, *Građevinar* 65 (2013) 7, 603–618
- [8] Philippe Block, Matt DeJong, John Ochsendorf: As hangs the Flexible Line: Equilibrium of Masonry Arches. *Nexus Network Journal*, Vol. 8, No. 2, 2006., str. 13 – 24.
- [9] Krešimir Fresl: Građevna statika 1., Predavanja skripta, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 2017.
- [10] Sara Perko: Teorije lukova, Zagreb, Završni rad na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, 2012.

## 8. SAŽETAK

U radu je dan opis lukova kao nosivih elemenata te povijesni pregled primjene lukova u graditeljstvu, posebice u mostogradnji, i razvoja teorija njihova proračuna (starorimski i srednjovjekovni pristupi, teorije Hookea, La Hirea, Coupleta i Coulumba). Opisani su i grafički postupci rješavanja problema stabilnosti i elastično rješenje te su objašnjeni pojmovi tlačne linije, graničnog stanja sloma i mehanizama sloma. Izrađen je jednostavan fizički model luka koji je poslužio za vizualizaciju različitih mehanizama sloma.

Ključne riječi: zidani luk, tlačna linija, elastično rješenje, mehanizam sloma

## 9. SUMMARY

The thesis gives a general description of arches as load-bearing elements, as well as a historical overview of the use of arches in civil engineering, in particular in bridge construction, and the development of theories for their calculation (ancient Roman and mediaeval approaches, theories of Hooke, La Hire, Couplet and Coulomb). Graphical procedures for solving stability problems and elastic solutions are described and the concepts of the thrustline, limit state of failure and collapse mechanisms are explained. A simple physical model is manufactured and used in the visualisation of various collapse mechanisms.

Key words: masonry arch, thrust line, graphical method, collapse mechanism, elastic solution