

# Analiza primjenjivosti empirijskih modela za opis karakteristika polja dina

---

**Gilja, Gordon; Kuspilić, Neven; Potočki, Kristina**

*Source / Izvornik:* **Građevinar, 2017, 69, 427 - 436**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

<https://doi.org/10.14256/JCE.1989.2017>

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:237:333916>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-28**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)



Primljen / Received: 13.1.2017.

Ispravljen / Corrected: 31.3.2017.

Prihvaćen / Accepted: 21.4.2017.

Dostupno online / Available online: 10.7.2017.

# Analiza primjenjivosti empirijskih modela za opis karakteristika polja dina

## Autori:



Dr.sc. **Gordon Gilja**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište u Zagrebu  
Građevinski fakultet  
[ggilja@grad.hr](mailto:ggilja@grad.hr)



Prof.dr.sc. **Neven Kuspilić**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište u Zagrebu  
Građevinski fakultet  
[kuspa@grad.hr](mailto:kuspa@grad.hr)



Dr.sc. **Kristina Potočki**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište u Zagrebu  
Građevinski fakultet  
[kpotocki@grad.hr](mailto:kpotocki@grad.hr)

Izvorni znanstveni rad

**Gordon Gilja, Neven Kuspilić, Kristina Potočki**

## Analiza primjenjivosti empirijskih modela za opis karakteristika polja dina

U radu je prikazan pregled sadašnjih spoznaja i pristup istraživanju dina proučavanjem neposrednih generatora fizikalnih procesa u koritu. On se temelji na mjerenjima brzine pokretnog dna koja karakterizira kretanje vučenog nanosa pomoću akustičnog strujomjera (ADCP-a). Utjecaj brzine pokretnog dna na morfodinamičke procese do danas je ostao neistražen.

### Ključne riječi:

dine, vučeni nanos, brzina pokretnog dna, turbulencija, ADCP

Original scientific paper

**Gordon Gilja, Neven Kuspilić, Kristina Potočki**

## Review of empirical models for estimation of dune field characteristics

The paper presents an overview of the current state-of-the-art and an approach to the study of dunes by analysing direct generators of physical processes in river beds. The approach is based on velocity measurements for mobile bed characterised by transport of bed load using the acoustic doppler current profiler (ADCP). The influence of mobile bed velocity on morphodynamic processes has remained unexplored to this day.

### Key words:

dunes, bed load sediment, apparent bedload velocity, turbulence, ADCP

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

**Gordon Gilja, Neven Kuspilić, Kristina Potočki**

## Analyse der Anwendbarkeit empirischer Modelle zur Beschreibung der Eigenschaften von Dünenfeldern

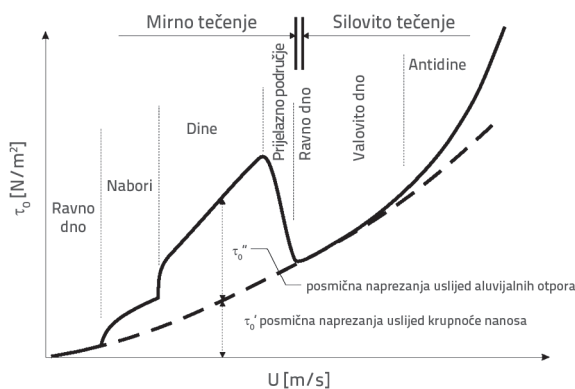
In dieser Arbeit wird eine Übersicht derzeitiger Kenntnisse und Forschungsansätze zur Betrachtung von Dünen hinsichtlich der Generatoren physikalischer Prozesse im Flussbett gegeben. Diese basiert auf Messungen der Geschwindigkeit des Bodens, die Bewegungen mitgezogener Ablagerungen beschreiben, mittels akustischer Strömungsmessgeräte (ADCP). Einflüsse der Geschwindigkeit beweglichen Bodens auf morphodynamische Prozesse bleiben bis heute unerforscht.

### Schlüsselwörter:

Dünen, Ablagerungen, Geschwindigkeit beweglichen Bodens, Turbulenz, ADCP

## 1. Uvod

Aluvijalno riječno korito nastaje kao posljedica međudjelovanja riječnog toka, riječnog nanosa u pokretu i materijala od kojeg je formirano korito. Jedinstvena dinamika riječnog turbulentnog toka može prenositi goleme količine koritoformirajućeg nanosa na velike udaljenosti. Sav se nanos u pokretu ponovno taloži bliže ili dalje od mjesta uvlačenja u tok u obliku posebnih sedimentnih tijela (formi dna) te na taj način mijenja morfologiju riječnog korita. Veličina i oblik formi dna u funkciji su hidrodinamičkih sila koje na koritu izaziva tok vode i karakteristika materijala u kojem je formirano korito [1-3]. Pri različitim hidrauličkim uvjetima razvit će se različita forma dna koja se mijenja porastom Froudeovog broja toka ( $Fr$ ), od nabora i dina u mirnom režimu tečenja ( $Fr < 1$ ), preko ravnog dna u kritičnom režimu ( $Fr \sim 1$ ) do valovitog dna i antidina u silovitom režimu tečenja ( $Fr > 1$ ). U jednosmjernom donjem riječnom toku najčešće se javljaju dvije vrste formi dna: nabori, relativno malih dimenzija ( $< 0,1$  m visine i  $< 0,5$  m duljine) koji ne ovise o polju tečenja, i dine, relativno velikih dimenzija koje su u interakciji s njime. Dine su najrasprostranjeniji tip formi dna u pješćanim koritima jer se javljaju u velikom rasponu materijala, od praha do šljunka [4-9]. Prisutnost dina u riječnom koritu znatno utječe na otpor tečenju jer su im dimenzije duljine i visine istog reda veličine kao i dubina toka. Dodatni otpor oblika forme dna nastaje zbog oblika distribucije dinamičkog pritiska po površini dina koji uzrokuje lokalna ubrzanja i usporavanja toka s vrtlozima preko kojih se disipira energija [10]. Povećani otpori tečenju naročito dolaze do izražaja pri proračunu vodnih lica gdje se smatraju kao lokalni gubitak između dva proračunska profila. Povećanje lokalnog gubitka rezultira nadvišenjem vodostaja uzvodno, što je posebno značajno prilikom proračuna vodnih valova kada postoji opasnost od premašenja projektnih uvjeta. Otpori oblika forme dna  $t''_o$  mogu biti dvostruko veći od otpora trenja površine  $t'_o$ , što je grafički prikazano na slici 1. Na toj je slici prikazana ovisnost posmičnog napreznja o srednjoj brzini toka koja predstavlja mjeru snage toka. Obje varijable su izražene pomoću Manningove jednadžbe koja opisuje gubitke između dva proračunska profila pri jednodimenzijском proračunu tečenja.



Slika 1. Otpori tečenju prikazani komponentama posmičnog napreznja  $\tau_0$  ovisno o srednjoj brzini toka  $U$  [11]

Dinamika velikovodnog događaja uvjetuje razvoj dina čija pojava posljedično utječe na polje tečenja i kapacitet toka za pronos nanosa kroz cijeli vodni stupac. Sadašnje su spoznaje o nastanku i razvoju dina u nestacionarnim uvjetima kao što je velikovodni događaj ograničene, poglavito zbog opsežnih istraživanja koja je potrebno provesti u terenskim, tj. nekontroliranim uvjetima. Granične vrijednosti protoka i dubine toka za racionalnu provedbu terenskih mjerenja su  $Q = 500 \text{ m}^3/\text{s}$  i  $h = 3 \text{ m}$ , nakon čega mjerenja postaju skupa, raste im nepouzdanost s porastom dubine te raste prostorni obuhvat čime stacionarnost mjerenih varijabli postaje upitna [16]. Mjerenja u uvjetima velikih voda dodatno ograničava pojava naplavina koje nošene tokom predstavljaju potencijalnu opasnost za opremu i ugrožavaju mjerenje. Iz tog su razloga nastanak i karakteristike tečenja preko polja dina predmet istraživanja diljem svijeta već desetljećima te još uvijek predstavljaju nepoznanicu i prepreku pri rješavanju morfodinamičkih zadataka u aluvijalnim koritima [12-15].

Karakteristike tečenja se zbog jednostavnosti prikupljanja podataka i lakše interpretacije rezultata ispituju u laboratoriju na fiksnim dinamama, gdje se odnos dubine toka ( $h = A/B$  [m],  $A$  – protočna površina [m<sup>2</sup>],  $B$  – širina vodnog lica [m]) i veličine čestica  $d$  [mm] znatno razlikuje od tokova u prirodi. Navedeni odnosi su važni zbog utjecaja na turbulenciju koja je proporcionalna dubini toka te je stoga upitna ekstrapolacija ovisnosti izvedenih u laboratoriju na uvjete u prirodi i njihova primjenjivost na velike dine. Iznažženje poveznice između dina i neposrednih generatora njihova nastanka iz polja tečenja zahtijeva prije svega detaljno poznavanje hidraulike riječnog toka. U ovom radu prikazan je pregled o dosadašnjim spoznajama u području istraživanja dina i neposrednih generatora fizikalnih procesa u riječnom koritu. Napravljen je kritički osvrt na sadašnja praktična iskustva te predložen smjer istraživanja u budućnosti na temelju implementacije inovativnih tehnika u područje riječne morfodinamike sa svrhom produbljivanja razumijevanja fizikalnih procesa koji se odvijaju u koritu.

## 2. Veza geometrije dina s neposrednim generatorima njihovog nastanka

Dimenzije dina neposredno uvjetuje količina pronosa vučenog nanosa, a posredno razni parametri toka kao što su brzina toka, dubina, nagib vodnog lica, snaga toka, posmična napreznja i karakteristike nanosa [13, 17-20]. U koritima formiranim u srednjem i krupnom pijesku pronos nanosa koji sudjeluje u migraciji dina predstavlja ukupan vučeni nanos [4, 21-23]. Pronos vučenog nanosa  $q_b$  se može izračunati iz geometrijskih karakteristika dine i njene brzine migracije [24]:

$$q_b = \rho_s \cdot (1-\phi) b \cdot c \cdot \eta \quad [(\text{kg/s})/\text{m}^2] \quad (1)$$

gdje su:

$q_b$  – jedinični pronos vučenog nanosa [kg/s],

$\rho_s$  – gustoća mase nanosa [kg/m<sup>3</sup>],

- $\phi$  - poroznost vučenog nanosa [-],
- $c$  - brzina migracije dine [m/s],
- $\eta$  - visina dine [m],
- $b$  - koeficijent oblika dine [-] koji se računa kao

$$\beta = \frac{A_D}{\lambda \cdot \eta} \quad [-] \quad (2)$$

gdje su:

- $A_D$  - površina uzdužnog presjeka dine [m<sup>2</sup>],
- $\lambda$  - duljina dine [m].

Poznavanje pronosa nanosa uvelike bi olakšalo istraživanja morfodinamike dina, no mjerenja nanosa zahtijevaju iscrpne resurse te se rijetko provode. Također ih je primjenom tradicionalnih metoda gotovo nemoguće izvoditi u uvjetima velikih voda kada su povećane dubina i brzina toka, iako su upravo takvi događaji važni jer pokreću velike količine nanosa i uzrokuju nagle morfodinamičke promjene korita. Pri povoljnim uvjetima za provedbu mjerenja nanosa, prepreku istovremenom prikupljanju podataka o nanosu, dinamama i polju tečenja predstavlja kompatibilnost opreme. Postavljanje mjernih instrumenata za pronos nanosa uzrokuje poremećaj u polju tečenja te nije moguće istovremeno prikupiti podatke o pronosu nanosa i profilu brzine. Svi navedeni razlozi objektivne su prepreke prikupljanju kvalitetnog i pouzdanog skupa podataka o svim parametrima toka koji uvjetuju nastanak, oblik i migraciju dina u prirodnim vodotocima. Stoga se u istraživanje dina uvode varijable koje indirektno utječu na pronos nanosa, predstavljaju silu koju tok prenosi na krutu granicu i detaljnije opisuju karakteristike strujanja preko dina od dubine vode ili protoka, kao npr. snaga toka i posmično naprezanje na dnu koji obuhvaćaju komponente brzine toka i nagib energetske linije [25]. Tijekom trajanja velikih voda povećana snaga toka, nastala kao posljedica nagiba energetske linije, dovodi do intenzivnijeg pronosa vučenog nanosa koji sudjeluje u formiranju dina. Bartholdy i dr. su zaključili da promjena u nagibu energetske linije utječe na konfiguraciju polja dina u uvjetima kada dubina toka ostane nepromijenjena. Ovakav obrazac su potvrdili Ikeda i Iseya 1980. godine mjerenjima na rijeci Teshio u Japanu. Ikeda i Iseya su varijaciju geometrije polja dina pripisali promjenama u brzini toka, tj. nagibu energetske linije i predložili da se u analize reakcije dina na polje tečenja uvedu ove varijable. Vodeći se ovom pretpostavkom van Rijn je pronos vučenog nanosa  $q_b$  opisao sa zadovoljavajućom točnošću upotrebom samo dva bezdimenzijska parametra [18]:

1. bezdimenzijskim promjerom čestice  $d_*$ :

$$d_* = d_{50} \cdot \left[ \frac{(s-1) \cdot g}{v^2} \right]^{1/3} \quad [-] \quad (3)$$

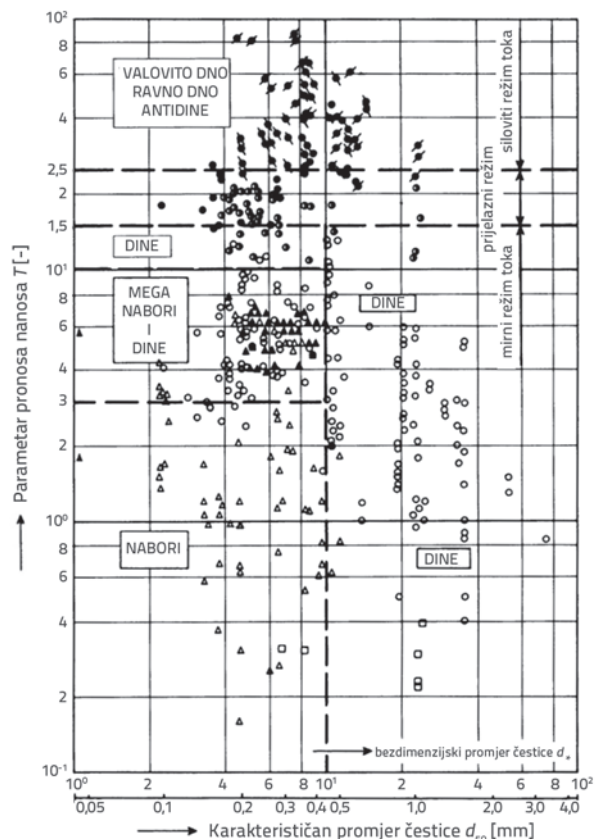
2. parametrom pronosa nanosa  $T$ :

$$T = \frac{u^2 - u_{gr}^2}{u_{gr}^2} \quad [-] \quad (4)$$

gdje su:

- $d_{50}$  - srednji promjer čestice [m],
- $s$  - relativna gustoća materijala iz dna,  $s = (\rho_s - \rho) / \rho_s$  [-],
- $\rho$  - gustoća mase vode [kg/m<sup>3</sup>],
- $g$  - ubrzanje sile teže [m/s<sup>2</sup>],
- $\nu$  - koeficijent kinematičke viskoznosti [m<sup>2</sup>/s],
- $u_*$  - brzina posmika na dnu [m/s],
- $u_{*,gr}$  - granična brzina posmika na dnu iz Shieldsovog dijagrama [m/s].

Koristeći bezdimenzijske parametre van Rijn je za identifikaciju raspona stabilnosti formi dna razvio fazni dijagram u kojem su karakteristike riječnog korita zastupljene na osnovi krupnoće nanosa varijablom  $d_*$ , a karakteristike polja tečenja na osnovi hidrološko-hidrauličkih parametara toka varijablom  $T$ . Navedeni fazni dijagram smatra se najpogodnijim za procjenu formi dna u vodotocima jer je izveden na temelju skupa podataka s velikim rasponom hidrauličkih parametara. Van Rijnove ovisnosti izvedene su iz laboratorijskih (84 seta podataka s česticama promjera od 190 do 2300  $\mu$ m) i terenskih (22 seta podataka s česticama promjera od 490 do 3600  $\mu$ m) istraživanja na dinamama. Slične klasifikacije formi dna predstavili su i drugi autori (Liu, Garde-Albertson, Engelund-Hansen i Simons-Richardson), no smatraju se manje pouzdanim jer su izvedeni isključivo u laboratoriju ili na malim rijekama [18]. Fazni dijagram na slici 2. prikazuje klasifikaciju formi dna kao funkciju parametara  $d_*$  i  $T$  prema van Rijnju.



Slika 2. Fazni dijagram klasifikacije formi dna prema van Rijnju [18]

Prema van Rijnu, asimetrične dine duljine znatno veće od srednje dubine toka ( $\lambda \gg h$ ) prevladavaju pri uvjetima  $T \leq 15$ . Iako je u analizi van Rijna pretpostavljeno da je parametar  $d^*$  bitan pri nastanku formi dna, njegov utjecaj nije bio vidljiv na setovima podataka o dinamama te je on zanemaren i za procjenu geometrije dina uzima se u obzir samo parametar pronosa nanosa  $T$ . Za izračun visine dina vrijedi

$$\frac{\eta}{h_s} = f\left(\frac{d_{50}}{h_s}, T\right) = 0,11 \cdot \left(\frac{d_{50}}{h_s}\right)^{0,3} \cdot (1 - e^{-0,5 \cdot T}) \cdot (25 - T) \quad [-] \quad (5)$$

gdje je:

$h_s$  - dubina toka mjerena do polovice visine dine [m]; a za strmost  $\eta/\lambda$  je:

$$\frac{\eta}{\lambda} = f\left(\frac{d_{50}}{h}, T\right) = 0,15 \cdot \left(\frac{d_{50}}{h}\right)^{0,3} \cdot (1 - e^{-0,5 \cdot T}) \cdot (25 - T) \quad [-] \quad (6)$$

Kombinacijom dviju navedenih funkcija dolazi se do izraza za okvirnu duljinu dine u funkciji srednje dubine toka:

$$\lambda = 7,3 \cdot h \quad [-] \quad (7)$$

Što se poklapa sa sličnom ovisnošću koju su teoretski izveli Ali i dr. ([26], tablica 1.).

### 3. Interakcija dina s trenutnim poljem brzine toka

Bagnold je pretpostavio da je prilikom kontinuiranog kretanja (poskakivanjem) čestica po dnu srednja brzina u smjeru toka ona pri kojoj su u ravnoteži srednja sila na česticu uslijed otpora trenja i oblika te srednja uzdužna sila trenja između čestice i korita. Visina poskakivanja je u funkciji veličine nanosa  $f(d^*)$  te će stoga u njegovoj funkciji biti i srednja brzina toka u smjeru kretanja čestice. Bagnoldova jednadžba kojom se ova ovisnost može izraziti, uz 10-postotnu grešku, glasi [27]:

$$\frac{U^2}{u_*} = 9 + 2,6 \cdot \log d^* - 8 \cdot \sqrt{\frac{\Theta_{gr}}{\Theta}} \quad [-] \quad (8)$$

gdje su:

$U$  - srednja brzina toka [m/s]

$\Theta_{gr}$  - granični Shieldsov broj [-]

$\Theta$  - Shieldsov broj koji se određuje kao [28]:

$$\Theta = \frac{\tau_0}{g \cdot (\rho_s - \rho) \cdot d} \quad [-] \quad (9)$$

gdje su:

$\tau_0$  - posmično naprezanje na dnu [ $N/m^2$ ]

$d$  - karakteristični promjer čestice nanosa [m].

Prent i Hickin su istraživali ovisnost duljine i visine dina o brzini toka te su zaključili da je ona gotovo linearna, a do sličnih zaključaka su došli i Jackson, Gabel te Babakaiff i Hickin. U skladu s Bagnoldovom jednadžbom ovisnosti razvijeni su ekvivalentni empirijski obrasci i za predviđanje pronosa nanosa nad poljem dina upotrebom srednje brzine toka kao nezavisne varijable. Navedene ovisnosti su nepouzdanе jer su prostorno i vremenski usrednjeni modeli neadekvatni za opis dinamike pronosa nanosa koja je pod utjecajem lokalnog turbulentnog polja tečenja [25, 29-33]. Hidrodinamičke sile koje pokreću čestice nanosa rezultat su trenutačne brzine toka u njihovoj blizini, tj. pojave makroturbulentnih vrtloga [34, 35]. Turbulencija nastaje kao nestabilnost unutar toka uzrokovana posmičnim naprezanjem, a posmična naprezanja nastaju kao prostorna varijacija brzine toka. Nelson i dr. potvrdili su da vertikalni vrtlozi nastali u procesu separacije i ponovnog vezivanja toka nizvodno od krune dine utječu na pronos nanosa uvlačenjem čestica iz korita u tok [3, 36, 37]. Eksperimentalna istraživanja pokazuju da je impuls važniji od sile za pokretanje čestica u mirovanju jer može pojedinačno opisati utjecaj hidrodinamičke sile i sile hidrodinamičkog uzgona na česticu, što je posebno važno kad je ona samo djelomično izložena toku. Utjecaj impulsa je naglašen u slučajevima kad trenutni pikovi fluktuirajućih komponenti brzine premaše vremenski usrednjenu vrijednost brzine posmika i pritom pokrenu čestice korita. Utjecaj dina na strukturu turbulencije je značajan te su stoga istraživanja usmjerena na razvoj teorije evolucije erozivnih korita pod djelovanjem pridnene turbulencije. Brzina posmika izračunana iz ubrzanja srednje brzine toka u pridnenoj sloju je mjera posmičnog naprezanja uzrokovano pojavom dina neovisna o dubini toka. Impuls se primjenjuje kao kriterij za izračun hidrodinamičkih sila na česticu nanosa u modelima temeljenim na metodi diskretnih elemenata gdje je kretanje svake čestice u skladu s lokalnim poljem tečenja oko nje. Pretpostavlja se da će se u budućnosti ovaj kriterij koristiti kao ekvivalent Shieldsove krivulje [38]. Zasad je primjena ovakvih modela prezahtjevna zbog kompleksne interakcije s poljem strujanja što iziskuje znatne informatičke resurse, nije racionalna sa stajališta primjenjivosti i brzine izračuna te predstavlja drugu krajnost u odnosu na usrednjavanje parametara po vodnom stupcu. Kao međukorak između navedenih ekstrema opisa polja tečenja ovdje se predlaže jednostavniji pristup koji je jednako učinkovit i pouzdan, a temelji se na modeliranju tečenja profilski usrednjenim vrijednostima, a procesa kretanja čestica na razini individualne čestice direktnim mjerenjem njenog kretanja, tj. brzine pokretnog dna. Napredak ovakvih istraživanja je moguć upotrebom akustičkih strujomjera (Acoustic Doppler Current Profiler - ADCP) koji mjere polje brzine toka pri dnu bez remećenja režima nanosa.

### 4. Utjecaj parametara toka na nastanak dina

Dosadašnjim istraživanjima potvrđena je veza dubine toka s geometrijom dina, tj. dubina toka identificirana je kao

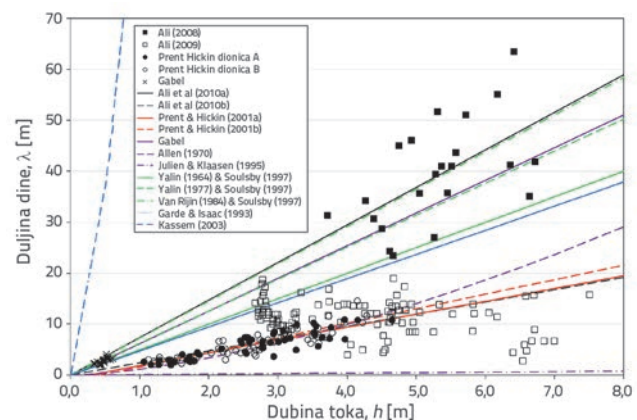
ograničavajući faktor rasta dina. Kada se uzme u obzir jednostavnost mjerenja dubine toka, jasno je zašto je u istraživanjima najčešće birana kao nezavisna varijabla za analizu reakcije polja dina na stanje polja tečenja preko njih. Brojni istraživači su na svojim podacima izveli jednostavne empirijske zakonitosti za određivanje geometrije dina kao funkcije dubine toka, npr. van Rijn, Julien i Klaassen, Allen, Lin, Yalin, itd. Jednadžbe autora koje se odnose na procjenu dimenzija dina prikazane su u tablici 1. [13, 18, 25, 27, 39-42].

**Tablica 1. Ovisnosti duljine dine  $\lambda$  [m] i visine dine  $\eta$  [m] o dubini toka  $h$  [m] prema empirijskim modelima**

Model	Duljina dine $\lambda$ [m]	Visina dine $\eta$ [m]
Yalin (1964.)	5·h	0,167·h
Neill (1969.)	1,3 - 7·h	0,14 - 0,6·h
Allen (1970.)	1,16·h <sup>1,55</sup>	0,086·h <sup>1,19</sup>
Jackson (1976.)	4 - 9·h	0,2·h
Yalin (1977.)	2· $\pi$ ·h	/
Fredsøe (1982.)	/	0,285·h
van Rijn (1984.)	7,3·h	/
Prent (1998.)	1,29 - 4,70·h	0,05 - 0,24·h
Gabel (1993.)	6,42·h - 0,27	0,36·h - 0,026
Garde - Isaac (1993.)	4,737·h	/
Julien - Klaassen (1995.)	$2,5 \cdot \eta \cdot \left(\frac{h}{d_{50}}\right)^{0,3}$	$2,5 \cdot h \cdot \left(\frac{d_{50}}{h}\right)^{0,3}$
Mohrig - Smith (1996.)	/	0,247·h + 0,0156
Prent - Hickin (2001.a)	2,523·h - 0,656	0,215·h - 0,163
Prent - Hickin (2001.b)	2,853·h - 1,238	0,178·h - 0,091
Saad i dr. (2001.)	/	0,1·h
Kassem (2003.)	99·h <sup>1,45</sup>	0,427·h <sup>0,57</sup>
Ali i dr. (2010.a)	7,636·h	0,19·h
Ali i dr. (2010.b)	2,4·h	0,0902·h

Za empirijske ovisnosti iz tablice 1. napravljena je usporedba i prikazan odnos sa stvarno izmjerenim podacima tijekom prikupljenih mjerenja na terenu. Usporedba je izvedena za empirijsku ovisnost geometrije dina o dubini toka: ovisnost visine dina o dubini toka  $\eta = f(h)$ , duljine dina o dubini toka  $\lambda = f(h)$ . Modeli iz kojih su prikupljeni podaci su: Gabelov model [30], model Alia i dr. [26] te model Prentia-Hickina [25]. Tijekom izvođenja terenskih ispitivanja Gabel je mjerio karakteristike polja dina na rijeci Calamus (Nebraska, SAD) u razdoblju od 1984. do 1986. Protok je varirao od 0,82 m<sup>3</sup>/s do 2,03 m<sup>3</sup>/s. Prilikom istraživanja opažene su dine čije su prosječne duljine bile u rasponu od 2,0 m do 4,2 m, a prosječne visine u rasponu od 0,1 m do 0,2 m. Strmost dina  $\eta/\lambda$  varirala je od 0,05 do 0,065. Ali i drugi mjerili su karakteristike polja dina na rijeci Nil tijekom dva razdoblja: u kolovozu 2008. i studenom 2009. Brzina toka varirala je u rasponu od 0,31 m/s do 0,61 m/s za prvo razdoblje

i u rasponu od 0,62 m/s do 0,80 m/s za drugo razdoblje. Dubina toka varirala je u rasponu od 3,5 m do 7,0 m za prvo razdoblje i u rasponu od 2,5 m do 7,5 m za drugo. Prilikom istraživanja opažene su dine čije su prosječne duljine za prvo razdoblje bile u rasponu od 3 m do 70 m, a za drugo u rasponu od 3 m do 50 m. Prosječne visine za prvo razdoblje bile su u rasponu od 0,1 m do 1,8 m, a za drugo u rasponu od 0,1 m do 1,5 m. Prent i Hickin mjerili su karakteristike polja dina na dvije dionice rijeke Lillooet (Britanska Kolumbija, Kanada), pri čemu je protok varirao u rasponu od 40 m<sup>3</sup>/s do 425 m<sup>3</sup>/s. Brzina toka varirala je u rasponu od 0,6 m/s do 1,38 m/s za dionicu A i u rasponu od 0,60 m/s do 1,56 m/s za dionicu B. Dubina toka varirala je u rasponu od 1,0 m do 4,6 m za dionicu A i u rasponu od 1,0 m do 4,2 m za dionicu B. Prilikom istraživanja opažene su dine čije su prosječne duljine za dionicu A bile u rasponu od 2 m do 21 m, a za dionicu B u rasponu od 2,4 m do 14,6 m. Prosječne visine za dionicu A bile su u rasponu od 0,08 m do 0,96 m, a za dionicu B u rasponu od 0,09 m do 0,67 m. Strmost dina za dionicu A bila je u rasponu od 0,02 do 0,10, a za dionicu B u rasponu od 0,02 do 0,09. Dijagramom na slici 3. prikazana je ovisnost duljine dina o dubini toka za mjerene podatke i empirijske ovisnosti.



**Slika 3. Ovisnost duljine dine o dubini toka; usporedba mjerenja s proračunom iz empirijskih modela**

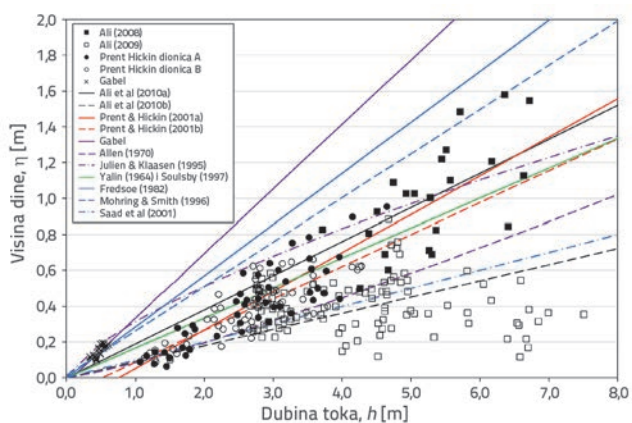
Vidljivo je da su podaci o duljini dina dobiveni mjerenjem grupirani u četiri podskupa:

1. Gabelova mjerenja koja obuhvaćaju podatke s male rijeke te ih karakteriziraju male opažene vrijednosti i mali rasap podataka
2. mjerenja Prenta i Hickina koja predstavljaju homogen skup za obje dionice na kojima su prikupljeni podaci
3. mjerenja Alia i dr. iz 2008. koja su karakterizirana velikim rasapom podataka i najvećim duljinama dina
4. mjerenja Alia i dr. iz 2009. koja ne pokazuju izražen trend već cijeli skup teži k srednjoj vrijednosti.

Promatrajući trend za mjerene podatke, može se zaključiti da Gabelovi podaci i podaci Alia i dr. iz 2008. prate jedinstven trend. Taj trend vrlo dobro opisuju modeli Alia i suradnika te van Rijna, koji ujedno pokazuju i najveći prirast duljine dina s dubinom

toka. Sličan zaključak se može izvesti i za podatke Alija i dr. iz 2009. g. te podatke Prenta i Hickina za obje dionice. Njihov trend vrlo dobro opisuju modeli izvedeni na temelju tih podataka te Allenov model. Može se primijetiti da mjereni podaci zatvaraju rubove područja opisanog empirijskim modelima. Jednadžbe koje pokazuju najmanji i najveći prirast duljine dine s dubinom toka koreliraju s izmjerenim skupovima podataka, dok ostali modeli ne pokazuju korelaciju s mjerenjima.

Dijagramom na slici 4. prikazana je ovisnost visine dina o dubini toka za mjerene podatke i empirijske ovisnosti. Taj dijagram pokazuje znatno veće rasipanje podataka nego što je slučaj za duljinu dina, ponajprije zbog manjga raspona vrijednosti i nepovoljnijeg načina mjerenja. Vidljivo je da su podaci o visini dina dobiveni mjerenjem grupirani u četiri podskupa slična onima za duljinu. Svi modeli, u manjoj ili većoj mjeri, pokazuju korelaciju s mjerenim podacima. Gabelov, Fredsøov te model Mohriga i Smitha koreliraju isključivo s Gabelovim mjerenjima, dok svi ostali koreliraju sa svim ostalim skupovima mjerenja. Promatrajući trend za mjerene podatke, može se zaključiti da podaci Alija i dr. iz 2008. i podaci Prenta i Hickina prate jedinstven trend koji dobro opisuje niz modela. Gabelov skup podataka odudara od ostalih, pokazujući veliki prirast visine dina s dubinom toka, kao što je pokazano i za duljine. Podaci Alija i dr. iz 2009. ne pokazuju izražen trend već cijeli skup teži k srednjoj vrijednosti te se nalazi izvan područja obuhvaćenog empirijskim modelima.



Slika 4. Ovisnost visine dine o dubini toka; usporedba mjerenja s proračunom iz empirijskih modela

Zajedničko svim empirijskim modelima jest to da predviđaju neprekidan rast dimenzija dina s porastom dubine toka, tj. ne postoji faktor koji bi ograničavao beskonačan rast dina. Također se može primijetiti da je većina metoda opisana linearnim odnosom jer su izvedene na malom skupu podataka koji ne sadrži raspon varijacija prisutan u tokovima u prirodi. Usporedba korelacije izračunanih dimenzija dina empirijskim modelima  $X_{izr}$  s dostupnim izmjerenim podacima  $X_{mj}$  analizirana je upotrebom koeficijenta varijacije  $V$  koji predstavlja relativnu mjeru disperzije skupa podataka (tablica 2.). Koeficijent varijacije računski izražava omjer standardne devijacije i

aritmetičke sredine skupa podataka, a za podatke o dinamici izračunan je kao:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100 = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_{izr} - x_{mj})^2}{N}}}{\bar{X}} \cdot 100 \quad [\%] \quad (10)$$

gdje su:

$\sigma$  - standardna devijacija skupa izmjerenih podataka oko empirijskih vrijednosti [m]

$\bar{X}$  - srednja vrijednost skupa izmjerenih podataka [m]

$N$  - broj podataka u skupu [-].

Analiza odstupanja procjene dimenzija dina empirijskim modelima i mjerenja pokazuje da postoji znatna razlika između metoda, kao što i za pojedine metode postoji vrlo velika razlika gleda li se koeficijent varijacije za procjenu duljine ili visine dina. Poseban slučaj predstavljaju metode Neilla, Jacksona, Prenta te Ikeda-Iseya koje laboratorijski uvjeti u kojima su izvedene toliko ograničavaju u primjeni da za dubine toka veće od 0,5 m daju negativne vrijednosti duljine ili visine dina. Stoga su i koeficijenti varijacije za te metode mnogo veći u usporedbi s onima koji procjenjuju pozitivan prirast duljine dina s dubinom toka. Usporedivši ostale metode, koeficijent varijacije je za procjenu duljine dine kreće u granicama od 81 % do 156 %, dok metoda Kassema predstavlja *outlier*. Za procjenu visine dine je koeficijent varijacije u granicama od 54 % do 208 %, dok metoda Allena predstavlja *outlier*. Navedeni koeficijenti varijacije usporedivi su s onima korištenim za metode pronosa nanosa, gdje se odstupanje u granicama do 200 % smatra prihvatljivim. U tablici 2. prikazan je koeficijent varijacije empirijski izračunanih dimenzija dina oko izmjerenih vrijednosti.

Usporede li se modeli koji sadrže jednadžbe za procjenu i duljine i visine dine, vidljivo je da najmanje odstupanje pokazuje model Allena koji najbolje opisuje i duljinu i visinu dina. Slijede ga metode koje su izvedene na temelju prikazanih mjerenih podataka Prenta i Hickina te Alija i suradnika za podatke iz 2009. Istraživanje Alija i suradnika važno je jer su karakteristike dionice Nila na kojoj su istraživali karakteristike polja dina vrlo slične rijeci Dravi u smislu veličine materijala korita, brzine i dubine toka te protoka te se rezultati mogu usporediti i primijeniti u hrvatskoj praksi [43]. Ali i suradnici istraživanjem su pokazali da se za različite trenutke mjerenja geometrije dina mogu primijeniti bitno različite empirijske jednadžbe, pa tako za prvu skupinu mjerenja za duljinu dine najbolje odgovara jednadžba koja se poklapa s van Rijnovim modelom u području mjerenih varijabli, dok za visinu dine najbolje odgovara jednadžba koja se preklapa s Kassemovim modelom u području mjerenih varijabli. Za drugu skupinu mjerenja za duljinu dine najbolje odgovara jednadžba koja se poklapa s Allenovim modelom, dok za visinu dine najbolje odgovara jednadžba koja se poklapa sa Saadovim modelom. Prikazana varijabilnost između izmjerenih

i izračunanih vrijednosti proizlazi iz manjkavosti empirijskih modela jer ne sadrže parametre neovisne o lokaciji istraživanja koji bi omogućili njihovu univerzalnu primjenjivost.

Ovako postavljene ovisnosti koje opisuju karakteristike dina isključivo ovisno o dubini toka, zanemarujući pritom sedimentološke procese, ustalile su se u praksi zbog jednostavnosti primjene. U stvarnosti je neposredni generator morfo-dinamičkih procesa u koritu pronos vučenog nanosa i brzina kretanja čestica koje ga tvore, tj. kompleksna interakcija turbulentnog toka, pronosa nanosa i karakteristika dina između kojih postoji sustav povratnih veza. Pronos nanosa se kao neposredni generator nastanka dina rijetko može koristiti za procjenu njihovih karakteristika jer često nije moguće njegovo direktno mjerenje na predmetnoj lokaciji. Umjesto direktnih mjerenja kretanja nanosa koriste se empirijski modeli koji ne otkrivaju suptilnu morfo-dinamiku koja se odvija pri migraciji dina. Stoga je za razumijevanje morfološkog razvoja korita uslijed migracije dina nužno kvantificirati kompleksna međusobna djelovanja turbulentnog toka, karakteristika dina i pronosa nanosa.

**Tablica 2. Koeficijent varijacije empirijski izračunanih dimenzija dina oko izmjerenih vrijednosti**

Model	$V(\lambda)$	$V(\eta)$
Ali i dr. (2010.a)	156	78
Ali i dr. (2010.b)	83	58
Prent-Hickin (2001.a)	83	74
Prent-Hickin (2001.b)	81	62
Gabel (1993.)	128	208
Allen (1970.)	81	54
Julien-Klaasen (1995.)	134	86
Yalin (1964.)	95	65
Yalin (1977.)	126	/
van Rijn (1984.)	155	/
Garde-Isaac (1993.)	90	/
Kassem (2003.)	6566	107
Fredsøe (1982.)	/	151
Mohrig-Smith (1996.)	/	123
Saad i dr. (2001.)	/	55
Allen (1984.)	/	25879
Neil (1969.)	348	598
Jackson (1976.)	393	85
Prent (1998.)	273	307
Ikeda-Iseya (1980.)	224	/

## 5. Brzina pokretnog dna

ADCP je učinkovit i pouzdan uređaj za mjerenje polja brzine, a njegove karakteristike posebno dolaze do izražaja kada je potrebno mjeriti pri izrazito nestacionarnim uvjetima tečenja,

što je za konvencionalne metode složen zadatak. Najvažnije prednosti ovakve metode mjerenja su brza i prilagodljiva metodologija te mjerenje trodimenzionalnog vektora brzine. ADCP mjeri relativnu brzinu toka  $v_{V,REL}$  u odnosu na svoje apsolutno kretanje  $v_B$ . Za izračun apsolutne brzine toka  $v_{V,APS}$  potrebno je oduzeti vektor kretanja instrumenta (tj. brodice na koju je montiran)  $v_B$  od izmjerenog relativnog vektora brzine toka  $v_{V,REL}$ :

$$\overline{v_{V,APS}} = \overline{v_{V,REL}} - \overline{v_B} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (11)$$

Vektor putanje brodice  $v_B$  može se izračunati iz Dopplerovog pomaka akustičke zrake reflektirane od riječnog korita, pod uvjetom da je korito nepokretno [44]. Vektor brzine kretanja brodice izračunan navedenom metodom može biti otklonjen ako se dno korita nalazi u pokretu uslijed kretanja vučenog nanosa, što je često slučaj kod pješčanih korita. Promatra li se fiksni ADCP uređaj koji snima polje brzine nad pokretnim dnom, vidljivo je da on kretanje čestica pokretnog dna  $v_{PD}$  tumači kao fiktivno uzvodno kretanje ADCP-a. Na ovaj način kretanje nanosa utječe na izračun apsolutne brzine toka  $v_{V,APS}$  tako što je dodatno umanjuje za vektor brzine pokretnog dna (slika 5.). To umanjivanje apsolutnog vektora brzine toka u pješčanim koritima prepoznata je pojava u znanosti. Pojava pogreške uslijed otklona izmjerene brzine brodice može se eliminirati upotrebom globalnog pozicijskog sustava (GPS) za mjerenje apsolutne brzine brodice. Apsolutna brzina kretanja brodice računa se iz dvije sukcesivne GPS pozicije u vidu vektora koji predstavlja smjer brodice u intervalu  $\Delta t$ . Uparivanjem GPS-a s ADCP-jem može se izračunati brzina pokretnog dna prema izrazu:

$$\overline{v_{PD}} = \overline{v_{B,GGA}} - \overline{v_{B,BTM}} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (12)$$

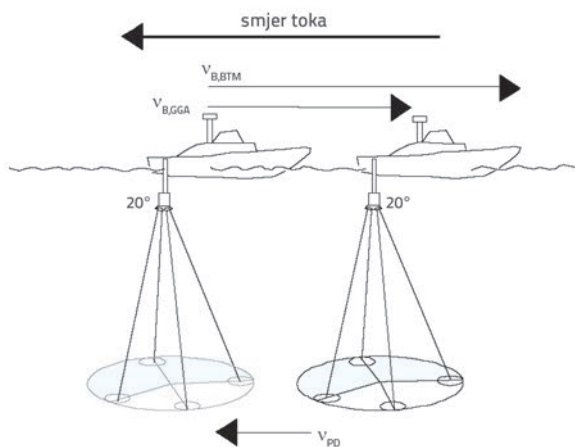
gdje su:

- $\overline{v_{PD}}$  - vektor brzine pokretnog dna
- $\overline{v_{B,GGA}}$  - vektor stvarnog kretanja brodice snimljen GPS-om
- $\overline{v_{B,BTM}}$  - vektor kretanja brodice nad dnom snimljen ADCP metodom praćenja dna [45-50].

Rennie je pomoću ADCP-a uspješno mjerio brzinu pokretnog dna te potvrdio da je za njezinu pouzdanu procjenu iz polja brzine snimljene ADCP-jem potreban veliki uzorak mjerenja. Uzorkovanje polja brzine usrednjio je u intervalima trajanja 5 s i ustanovio da je potrebno 300 uzoraka za pouzdanu procjenu, što predstavlja 25-minutni interval snimanja. Na temelju prikupljenih podataka ispitao je korelaciju brzine pokretnog dna  $v_{PD}$  s posmičnim naprezanjem  $\tau_0$  i jediničnim pronosom vučenog nanosa  $q_b$ , lako pojedinačni rezultati pokazuju veliku raspršenost, usrednjene vrijednosti pokazuju izrazit trend poklapanja za



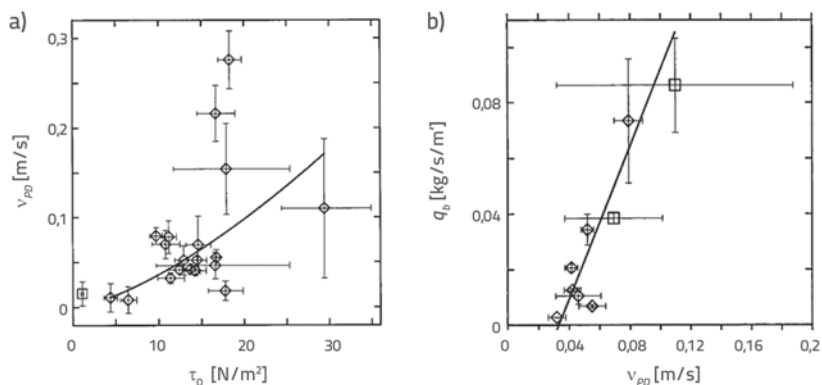
ovisnost  $q_b$  o  $v_{PD}$  [51]. Dijagrami na slici 6. korelaciju brzine pokretnog dna s posmičnim naprezanjem i pronosom nanosa iz Renniejeve analize.



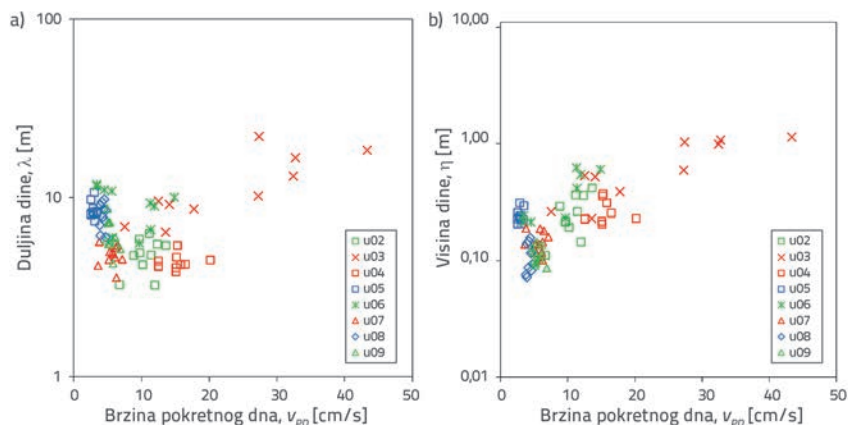
Slika 5. Skica kretanja brodice pri uvjetima pokretnog dna [49]

Korelacija između  $v_{PD}$  i  $q_b$  (slika 6.a) jača je od one između  $v_{PD}$  i  $\tau_0$  (slika 6.b), što je i očekivano jer je posmično naprezanje mjera usrednjenih karakteristika toka dok pronos vučenog nanosa odražava i utjecaj uzvodne prihrane nanosa, rasporeda čestica i fluktuacija u toku. S obzirom na to, posmično naprezanje nije značajno korelirano niti s pronosom vučenog nanosa. Prilikom istraživanja utjecaja posmičnog naprezanja na brzinu pokretnog dna i pronos vučenog nanosa pokazalo se da u obje ovisnosti posmično naprezanje figurira s eksponentom  $\sim 1.5$ . Rennie je zaključio da se stoga pronos nanosa ne može pouzdano procijeniti čak ni uz točnu procjenu srednjeg profilskog posmičnog naprezanja, ali se može procijeniti iz mjerenja lokalne brzine pokretnog dna [52]. Izračun brzine kretanja brodice je najjednostavniji upotrebom *bottom-track* metode koja je ugrađeno svojstvo ADCP-a u svrhu određivanja njegovog kretanja nad dnom. Vektor putanje brodice  $v_b$  izračunan ovom metodom točniji je od izračuna vektora brzine toka [53]. Najveća prednost upotrebe ove metode za izračun kretanja brodice jest to što što mjerenja dijele zajednički koordinatni sustav s mjerenjima vektora brzine toka te eventualne pogreške u radu kompasa pod utjecajem promjena u magnetnom polju ne utječu na relativan odnos ova dva izmjerena vektora. Uvođenje pogreške u mjerenja zbog

rada kompasa dolazi do izražaja kada on služi za transformaciju podataka u koordinatni sustav pravog sjevera radi uparivanja s podacima iz GPS-a [50]. *Bottom-track* metoda također rezultira manjim kratkoročnim šumovima u mjerenju od GPS-a, što rezultira točnijim podacima u uvjetima mjerenja s brodice u pokretu [53]. Navedene karakteristike ADCP-a pokazuju da mjerenja pomoću njega mogu biti izvedena brzo, efikasno i prilagodljivo hidrološko-hidrauličkim uvjetima, ali i da mogu sadržavati sustavne pogreške čija mjera nije jasno određena. Na temelju analiza provedenih u ovom radu pokazano je da bi se uvođenjem mjerenja brzine pokretnog dna u standardni hidrološki monitoring povećalo razumijevanje procesa pronosa nanosa i njegovog utjecaja na otpore tečenju. Ova dopuna mjerenja omogućila bi usmjeravanje fokusa istraživanja morfo-dinamičkih procesa u prirodni vodotoci na generatore procesa umjesto na posljedice. Brzina pokretnog dna kao nezavisna varijabla u empirijskim modelima za procjenu karakteristika polja dina trebala bi rezultirati jačom i pouzdanijom ovisnošću od one temeljene na usrednjenim parametrima toka. Pristup opisa fenomena morfo-dinamike dina na osnovi brzine pokretnog dna jednako je učinkovit i pouzdan kao mjerenje pronosa nanosa, a temelji se na modeliranju tečenja profilski usrednjenim vrijednostima i procesa kretanja čestica na razini



Slika 6. Ovisnost: a) posmičnog naprezanja i brzine pokretnog dna; b) brzine pokretnog dna i pronosa vučenog nanosa [51]



Slika 7. Ovisnost: a) brzine pokretnog dna i duljine dina; b) visine dina za rijeku Dravu

individualne čestice direktnim mjerenjem njenog kretanja, tj. brzine pokretnog dna. Istraživanje dinamike dina provedeno na rijeci Dravi kod Nemetina u razdoblju od 2009. do 2014. [54] upućuje na dobar opis fenomenologije. Pri tome je korišten ADCP za mjerenje brzine pokretnog dna rijeke Drave dvjema metodama:

- mjerenje profila brzine na kontrolnim profilima u trajanju od 6 minuta kako bi se dobio reprezentativni uzorak
- mjerenje uzdužnog profila geometrije polja dina duž matice toka uz istovremeno mjerenje profila brzine.

Obrada i analiza navedenih mjerenja prikazana je na slici 7. Ovisnost je prikazana kroz usrednjene vrijednosti geometrije dina (duljine i visine) i brzine pokretnog dna za svaki kontrolni profil tijekom mjerenja u02 – u09.

Korelacija geometrije dina i brzine pokretnog dna na rijeci Dravi upućuje na postojanje sustava povratnih veza u interakciji oblika polja dina i kretanja nanosa koji ih generira, što je u suprotnosti s empirijskim modelima prikazanim u pregledu dosadašnjih spoznaja. Tradicionalni pristup koji se temelji na modelima s parametrima toka kao što je dubina i brzina toka ne može opisati ovakvu izrazito nestacionarnu dinamiku nastanka dina jer je njihova primjena ograničena uvjetima u kojima su ispitivane, a što podrazumijeva stacionarno i jednoliko tečenje. U jednolikom tečenju intenzitet svih parametara toka raste s protokom, što je u prirodi izuzetno rijetka pojava. Brzina pokretnog dna kao neposredna mjera kretanja vučenog nanosa ima potencijal za opću upotrebu kao nezavisna hidraulička varijabla. Ona nastaje kao posljedica uvlačenja čestica nanosa u tok turbulentnim brisajima, što je čini neovisnom o profilski usrednjenim parametrima toka koji su karakteristični za svaku riječnu

dionicu. Korelaciju brzine pokretnog dna s geometrijom polja dina potrebno je istražiti pri različitim hidrološkim i hidrauličkim uvjetima u prirodnim vodotocima kako bi se potvrdila hipoteza o njenoj općoj primjenjivosti u praksi.

## 6. Zaključak

Iako je poznata važnost migrirajućih dina za morfodinamiku riječnog okoliša u geomorfologiji, hidraulici i sedimentologiji, do sada nisu definirani opći teoretski pristupi kojima bi se mogle predvidjeti njihove dimenzije te utjecaj polja dina na pripadno polje tečenja. Provedenim analizama tradicionalnih modela za proračun geometrije dina kvantificirana je njihova nepouzdanost pri procjeni karakteristika polja dina izmjerenih u prirodi, gdje je pokazano da odstupanje može višestruko premašiti stvarne dimenzije dina. Simplifikacija fizikalnih procesa koja je zastupljena takvim metodama čini ih neupotrebljivim pri uvjetima koji se ne podudaraju s onima u kojima su metode izvedene. Autori predlažu da se interakcija dina s trenutnim poljem toka opiše upotrebom brzine pokretnog dna koju je moguće izračunati posredno iz istovremenih mjerenja profila brzine toka i apsolutnog kretanja brodice odakle se obavlja mjerenje. Pristup brzine pokretnog dna je jednako učinkovit i pouzdan kao tradicionalne metode a temelji se na teoriji kretanja nanosa na razini individualne čestice gdje turbulentni brisaji uvlače čestice nanosa u tok i tako uvjetuju kretanje vučenog nanosa. Brzina pokretnog dna kao neposredna mjera kretanja vučenog nanosa ima potencijal za opću upotrebu kao nezavisna hidraulička varijabla, no njenu primjenjivost treba istražiti pri različitim hidrološkim i hidrauličkim uvjetima u prirodnim vodotocima.

## LITERATURA

- [1] Mazumder, R.: Sediment transport, aqueous bedform stability and morphodynamics under unidirectional current: a brief overview, *Journal of African Earth Sciences*, 36 (2003), pp. 1-14, [https://doi.org/10.1016/S0899-5362\(03\)00018-6](https://doi.org/10.1016/S0899-5362(03)00018-6)
- [2] McLean, S.R.: The stability of ripples and dunes, *Earth-Science Reviews*, 29 (1990) 1-4, pp. 131-144, [https://doi.org/10.1016/0012-8252\(0\)90022-N](https://doi.org/10.1016/0012-8252(0)90022-N)
- [3] Omidyeganeh, M., Piomelli, U.: Large eddies in the flow over dunes, *Seventh International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP7)*, Ottawa, Canada, University of Ottawa, July 28 - 31, 2011.
- [4] Best, J.: The fluid dynamics of river dunes: A review and some future research directions, *Journal of Geophysical Research*, 110 (2005), pp. F04S02, PP 21
- [5] Dinehart, R.L.: Bedform movement recorded by sequential single-beam surveys in tidal rivers, *Journal of Hydrology*, 258 (2002), pp. 25-39, [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(01\)00558-3](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(01)00558-3).
- [6] Motamedi, A., Afzalimehr, H., Gallichand, J., Abadi, E.F.N.: Lee Angle Effects in Near Bed Turbulence: An Experimental Study on Low and Sharp Angle Dunes, *International Journal of Hydraulic Engineering*, 1 (2012) 6, pp. 68-74.
- [7] Allen, J.R.L.: Sedimentary Structures - Their Character and Physical Basis Volume I, *Developments in Sedimentology*, 30A (1982), pp. 593.
- [8] Ashley, G.M.: Classification of large-scale subaqueous bedforms; a new look at an old problem, *Journal of Sedimentary Research*, 60 (1990) 1, pp. 160-172.
- [9] Venditti, J.G., Bennett, S.J.: Spectral analysis of turbulent flow and suspended sediment transport over fixed dunes, *Journal of Geophysical Research*, 105 (2000) C9, pp. 22035-22047.
- [10] Rauen, W.B., Lin, B., Falconer, R.A.: Modelling ripple development under non-uniform flow and sediment supply-limited conditions in a laboratory flume, *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 82 (2009), pp. 452-460, <https://doi.org/10.1016/j.ecss.2009.02.015>
- [11] Chanson, H.: *The Hydraulics of Open Channel Flow: An Introduction*, Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, Great Britain, 2004.
- [12] Henning, M., Aberle, J., Coleman, S.E.: Analysis of 3D-bed form migration rates, *River Flow, Braunschweig, Germany, Bundesanstalt für Wasserbau*, pp. 879-885, 2010.
- [13] Clunie, T.M.: *Flow Over Fluvial Bedforms*, Auckland, The University of Auckland, pp. Pages, 2012.
- [14] Coleman, S.: *Experimental Investigations of Sandy Riverbed Morphology*, *Experimental Methods in Hydraulic Research*, eds. P. Rowinski, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, pp. 1-27, 2011, [https://doi.org/10.1007/978-3-642-17475-9\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-642-17475-9_1)
- [15] Paarlberg, A.J., Dohmen-Janssen C. M., Hulscher S. J. M. H., Termes P.: A parameterization of flow separation over subaqueous dunes, *Water Resources Research*, 43 (2007), pp. W12417, 10 PP.

- [16] Holmes, R.R., Garcia, M.H.: Flow over bedforms in a large sand-bed river: A field investigation, *Journal of Hydraulic Research*, 46 (2008) 3, pp. 322-333.
- [17] Chen, J., Wang, Z., Li, M., Wei, T., Chen, Z.: Bedform characteristics during falling flood stage and morphodynamic interpretation of the middle-lower Changjiang (Yangtze) River channel, China, *Geomorphology*, 147-148 (2012), pp. 18-26, <https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2011.06.042>
- [18] van Rijn, L.C.: Sediment Transport, Part III: Bed Forms and Alluvial Roughness, *Journal of Hydraulic Engineering*, 110 (1984) 12, pp. 1733-1754.
- [19] Venditti, J.G., Church, M.A., Bennett, S.J.: Morphodynamics of small-scale superimposed sand waves over migrating dune bed forms, *Water Resources Research*, 41 (2005), <https://doi.org/10.1029/2004wr003461>
- [20] Fredsøe, J.: Shape and Dimensions of Stationary Dunes in Rivers, *Journal of the Hydraulics Division*, 108 (1982) 8, pp. 932-947.
- [21] Kostaschuk, R., Villard, P.: Flow and sediment transport over large subaqueous dunes: Fraser River, Canada, *Sedimentology*, 43 (1996), pp. 849-863, <https://doi.org/10.1111/j.1365-3091.1996.tb01506.x>
- [22] Lin, C.-Y.M.: Bedform migration in rivers, Burnaby, Simon Fraser University, Master Thesis, 2011.
- [23] van den Berg, J.H.: Bedform migration and bed-load transport in some rivers and tidal environments, *Sedimentology*, 34 (1987), pp. 681-698, <https://doi.org/10.1111/j.1365-3091.1987.tb00794.x>
- [24] Simons, D.B., Richardson, E.V., Nordin, C.F.: Bedload equation for ripples and dunes, U.S. Geological Survey Paper 462-H, Washington D. C., 1965.
- [25] Prent, M.T.H., Hickin, E.J.: Annual regime of bedforms, roughness and flow resistance, Lillooet River, British Columbia, BC, *Geomorphology*, 41 (2001), pp. 369-390, [https://doi.org/10.1016/S0169-555X\(01\)00068-X](https://doi.org/10.1016/S0169-555X(01)00068-X)
- [26] Ali, M., Attia, K., El Bahrawy, A.: Bed Form Types and Dimensions at El Ekhsas Gauge Station From Field Measurements, *Nile Basin Water Science & Engineering Journal*, 3 (2010) 3, pp. 14-25.
- [27] van Rijn, L.C.: Sediment Transport, Part I: Bed Load Transport, *Journal of Hydraulic Engineering*, 110 (1984) 10, pp. 1431-1456.
- [28] Shields, A.F.: Anwendung der Aehnlichkeitsmechanik und der Turbulenzforschung auf die Geschiebebewegung, Berlin, Technical University Berlin, 1936.
- [29] Jackson, R.G.: Sedimentological and fluid-dynamic implications of the turbulent bursting phenomenon in geophysical flows, *Journal of Fluid Mechanics*, 77 (1976), pp. 531-560, <https://doi.org/10.1017/S0022112076002243>
- [30] Gabel, S.L.: Geometry and kinematics of dunes during steady and unsteady flows in the Calamus River, Nebraska, USA, *Sedimentology*, 40 (1993) 2, pp. 237-269.
- [31] Babakaiff, S.C.: Flow Hydraulics, Bedforms And Macro turbulence Of Squamish River Estuary, British Columbia, Simon Fraser University, 1993.
- [32] Stow, D.A.V., Hernández-Molina, J., Llave, E., Sayago-Gil, M., Río, V.D., Branson, A.: Bedform-velocity matrix: The estimation of bottom current velocity from bedform observations, *Geology*, 37 (2009) 4, pp. 327-330.
- [33] Giri, S., Shimizu, Y.: Numerical computation of sand dune migration with free surface flow, *Water Resources Research*, 42 (2006) 10, <https://doi.org/10.1029/2005WR004588>
- [34] Nelson, J.M., Shreve, R.L., McLean, S.R., Drake, T.G.: Role of Near-Bed Turbulence Structure in Bed Load Transport and Bed Form Mechanics, *Water Resources Research*, 31 (2010) 8, pp. 2071-2086.
- [35] Lončar, G., Carević, D., Bekić, D., Babić, M., Grbić, N., Pranjic, V.: Analiza morfodinamičke stabilnosti poprečnog profila šljunčane plaže, *GRAĐEVINAR*, 68 (2016) 2, pp. 113-124, <https://doi.org/10.14256/JCE.1472.2015>
- [36] Kostaschuk, R.: A field study of turbulence and sediment dynamics over subaqueous dunes with flow separation, *Sedimentology*, 47 (2000), pp. 519-531, <https://doi.org/10.1046/j.1365-3091.2000.00303.x>
- [37] Termini, D., Sammartano, V.: Experimental Analysis of Relations Between Coherent Turbulent Structures and Formation of Bedforms, *Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics*, 55 (2008) 3-4, pp. 125-143.
- [38] Diplas, P., Dancey, C.L., Celik, A.O., Valyrakis, M., Greer, K., Akar, T.: The Role of Impulse on the Initiation of Particle Movement Under Turbulent Flow Conditions, *Science*, 322 (2008) 5902, pp. 717-720.
- [39] Carling, P.A., Götz, E., Orr, H.G., Radecki-Pawlik, A.: The morphodynamics of fluvial sand dunes in the River Rhine, near Mainz, Germany. I. Sedimentology and morphology, *Sedimentology*, 47 (2000), pp. 227-252, <https://doi.org/10.1046/j.1365-3091.2000.00290.x>
- [40] Garde, R.J.: River Morphology, New Age International (P) Ltd., Publishers, New Delhi, 2006.
- [41] Garcia, M.H.: Sedimentation Engineering: Processes, Measurements, Modeling, and Practice, M. H. Garcia, editor, American Society of Civil Engineers, Reston, Virginia, 2008, <https://doi.org/10.1061/9780784408148>
- [42] Yalin, M.S.: Mechanics of Sediment Transport, Elsevier, New York, 1977.
- [43] Gilja, G., Bekić, D., Oskoruš, D.: Processing of Suspended Sediment Concentration Measurements on Drava River, Proceedings of International Symposium on Water Management and Hydraulic Engineering, Ohrid, Republic of Macedonia, pp. 181-191, 2009.
- [44] Simpson, M.R.: Discharge Measurements Using a Broad-Band Acoustic Doppler Current Profiler, U.S. Geological Survey, Sacramento, California, 2001.
- [45] Mueller, D.S., Wagner, C.R.: Measuring discharge with acoustic Doppler current profilers from a moving boat, U.S. Geological Survey Techniques and Methods 3A-22USGS, Reston, Virginia, pp. 72, 2009.
- [46] Rennie, C.D., Rainville, F., Kashyap, S.: Improved Estimation of ADCP Apparent Bed-Load Velocity Using a Real-Time Kalman Filter, *Journal of Hydraulic Engineering*, 133 (2007) 12, pp. 1337-1344.
- [47] Rennie, C.D., Rainville, F.: Case Study of Precision of GPS Differential Correction Strategies: Influence on ADCP Velocity and Discharge Estimates, *Journal of Hydraulic Engineering*, 132 (2006) 3, pp. 225-234.
- [48] Wagner, C.R., Mueller, D.S.: Comparison of bottom-track to global positioning system referenced discharges measured using an acoustic Doppler current profiler, *Journal of Hydrology*, 401 (2011), pp. 250-258, <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2011.02.025>
- [49] Villard, P.V., Church, M.A., Kostaschuk R.: Estimating bed load in sand-bed channels using bottom tracking from an acoustic Doppler profiler. In: M. D. In: Blum, Marriott, S. B. (Eds.), *Fluvial sedimentology VII*, editor. Kingston-upon-Thames, UK: International Association of Sedimentologists, Blackwell, pp. 197-209, 2005.
- [50] Gilja, G., Bekić, D., Kuspilić, N.: Comparison of flow velocity vectors collected by using RTK-GPS and bottom-tracking as a reference on a boat mounted ADCP, Current events in hydraulic engineering, eds. J. M. Sawicki & P. Zima, Gdansk University of Technology, Gdansk, pp. 123-135, 2011.
- [51] Rennie, C.D., Millar, R.G., Church, M.A.: Measurement of Bed Load Velocity using an Acoustic Doppler Current Profiler, *Journal of Hydraulic Engineering*, 128 (2002) 5, pp. 473-783.
- [52] Rennie, C.D., Millar, R.G.: Measurement of the spatial distribution of fluvial bedload transport velocity in both sand and gravel, *Earth Surface Processes and Landforms*, 29 (2004), pp. 1173-1193, <https://doi.org/10.1002/esp.1074>
- [53] Gordon, R.L.: Acoustic Doppler Current Profiler: Principles of Operation - A Practical Primer, RD Instruments, San Diego, California, 1996.
- [54] Gilja, G.: Utjecaj brzine pokretnog dna na migraciju 2D superponiranih dina [Doktorska disertacija], Zagreb, Sveučilište u Zagrebu Građevinski fakultet, 2014.