

# Analiza duktilnosti lameliranih drvenih nosača male visine

---

Čizmar, Dean; Damjanović, Domagoj; Pavković, Krunoslav; Rajčić, Vlatka

Source / Izvornik: **Građevinar, 2014, 66, 395 - 406**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:980494>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-06**

Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)



Primljen / Received: 22.5.2013.

Ispravljen / Corrected: 3.5.2014.

Prihvaćen / Accepted: 15.5.2014.

Dostupno online / Available online: 10.6.2014.

# Analiza duktilnosti lameliranih drvenih nosača male visine

## Autori:



Dr.sc. **Dean Čizmar**, dipl.ing.građ.  
Tehničko Veleučilište u Zagrebu  
Graditeljski odjel  
[dcizmar@tvz.hr](mailto:dcizmar@tvz.hr)



Doc.dr.sc. **Domagoj Damjanović**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište u Zagrebu  
Građevinski fakultet  
[ddomagoj@grad.hr](mailto:ddomagoj@grad.hr)



Dr.sc. **Krunoslav Pavković**, dipl.ing.građ.  
Tehničko Veleučilište u Zagrebu  
Graditeljski odjel  
[krunoslav.pavkovic@tvz.hr](mailto:krunoslav.pavkovic@tvz.hr)



Prof.dr.sc. **Vlatka Rajčić**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište u Zagrebu  
Građevinski fakultet  
[vrajcic@grad.hr](mailto:vrajcic@grad.hr)

Izvorni znanstveni rad

[Dean Čizmar](#), [Domagoj Damjanović](#), [Krunoslav Pavković](#), [Vlatka Rajčić](#)

## Analiza duktilnosti lameliranih drvenih nosača male visine

Svrha je rada analizirati odnosno utvrditi primjenjivost modela koji uzimaju u obzir duktilnost drvenih elemenata pri savijanju. Ispitani su i prikazani gredni elementi male visine, dakle elementi kod kojih je raspon višestruko veći od visine. Osim ispitivanja grednih elemenata, dani su rezultati ispitivanja mehaničkih karakteristika osnovnog materijala i prikazana su ispitivanja provedena metodom konačnih elemenata (numerički modeli). Numerički modeli napravljeni su u programskom paketu Abaqus.

### Ključne riječi:

duktilnost materijala, drveni elementi, duktilnost pri savijanju, eksperimentalna ispitivanja, kohezijska interakcija

Original scientific paper

[Dean Čizmar](#), [Domagoj Damjanović](#), [Krunoslav Pavković](#), [Vlatka Rajčić](#)

## Ductility analysis of laminated timber beams of small section height

The purpose of this paper is to analyze and determine the applicability of the models that take into account the ductility of timber elements in bending. Beam elements whose span is many times higher than the height are experimentally tested. In addition to the tested beam elements, paper presents the mechanical properties of the timber material and the results obtained by finite element method (numerical models). Numerical models are made in the software package Abaqus.

### Key words:

ductility of material, timber elements, ductility in bending, cohesion interaction

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

[Dean Čizmar](#), [Domagoj Damjanović](#), [Krunoslav Pavković](#), [Vlatka Rajčić](#)

## Duktilitätsanalyse von Schichtholzträgern kleiner Querschnittshöhen

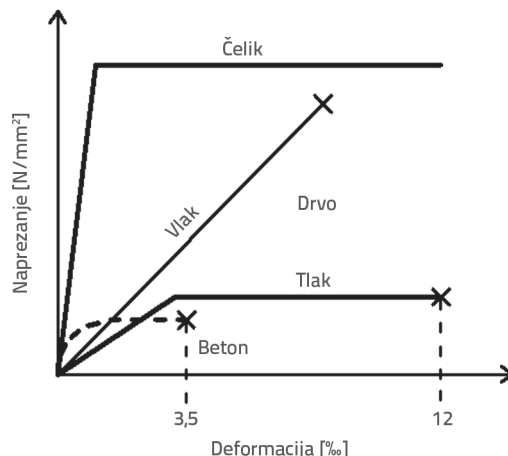
Das Ziel der vorliegenden Arbeit besteht in der Analyse und Ermittlung der Anwendbarkeit von Modellen, die Duktilitätseigenschaften von Holzelementen unter Biegeinflüssen in Betracht ziehen. Balkenträger, deren Spannweite die Querschnittshöhe mehrfach überschreitet, sind betrachtet und experimentell untersucht worden. Darüber hinaus sind mechanische Eigenschaften des Holzmaterials und mit der Finite-Elemente-Methode erhaltene Resultate dargestellt. Die entsprechenden numerischen Modelle sind im Softwareprogramm Abaqus erstellt worden.

### Schlüsselwörter:

Materialduktilität, Holzelemente, Biegeduktilität, kohäsive Wechselwirkung

### 1. Uvod

Duktilnost je poželjno mehaničko svojstvo jer duktilna konstrukcija ima svojevrsnu "rezervu" nosivosti, odnosno prije loma se javljaju relativno velike plastične deformacije. Također je sa stajališta robusnosti i pouzdanosti duktilnost poželjna, odnosno smatra se da duktilne konstrukcije mogu imati veću pouzdanost i robusnost od krutih [1-3]. Proračun prema teoriji plastičnosti je čest u čeličnim konstrukcijama, međutim u drvenim konstrukcijama se u pravilu pri proračunu otpornosti elementa na savijanje računa isključivo pretpostavljajući elastično ponašanje materijala do loma. Stvarno ponašanje drva uslijed savijanja je vrlo kompleksno jer drvo ima različite vrijednosti tlačnih i vlačnih čvrstoća paralelno s vlakancima (slika 1.). Kompleksno ponašanje je posljedica razlika u vrijednostima modula elastičnosti te razlika u konstitutivnim zakonima za tlak i vlak paralelno s vlakancima. Ako se promatra element opterećen samo momentom savijanja (ne uzimajući u obzir stabilnost) koji uzrokuje naprezanja značajno manja od vrijednosti vlačne i tlačne čvrstoće (slika 2.a), tada je raspodjela naprezanja u poprečnom presjeku paralelno s vlakancima linearna, a neutralna os prolazi kroz težište poprečnog presjeka (klasični inženjerski pristup). U slučaju kada se promatra stvarno ponašanje (bilinearni konstitutivni zakon) (slika 2.b), neutralna os se nalazi ispod težišta presjeka. Daljnjim povećanjem momenta savijanja u rubnim vlakancima se doseže vrijednost tlačne čvrstoće paralelno s vlakancima (slika 2.c). Nakon što je dostignuta tlačna čvrstoća paralelno s vlakancima, materijal se počinje plastificirati u tlačnoj zoni uz istovremeno povećanje vlačnih naprezanja. Konačno, (slika 2.d) dosezanjem vlačne čvrstoće paralelno s vlakancima dolazi do popuštanja vlakancima u vlačnoj zoni i otkazivanja otpornosti poprečnog presjeka.



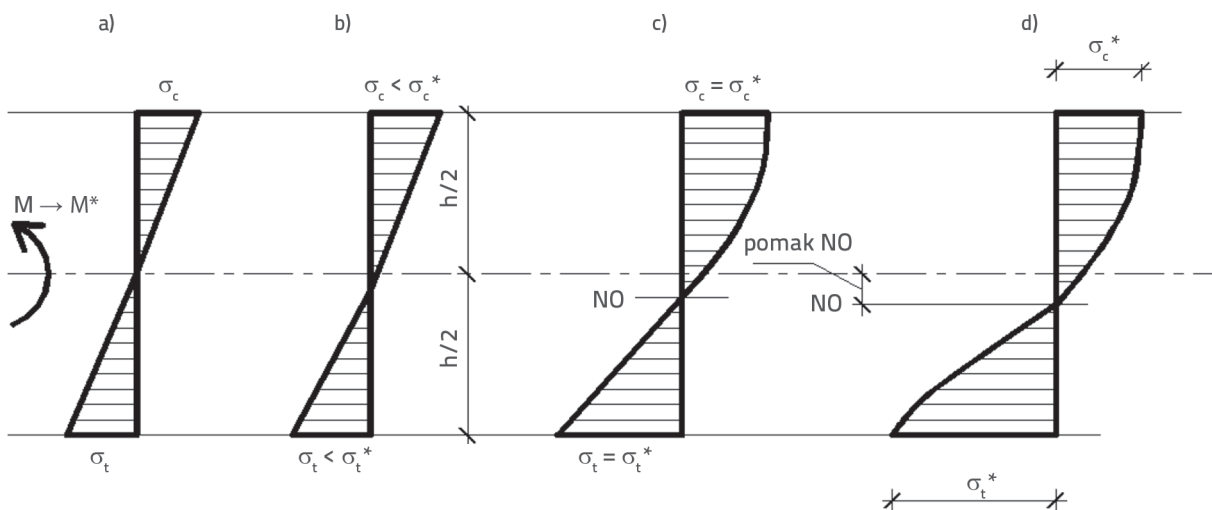
Slika 1. Idealizirani dijagram naprezanje-deformacija za drvo, beton i čelik

### 2. Stanje područja istraživanja

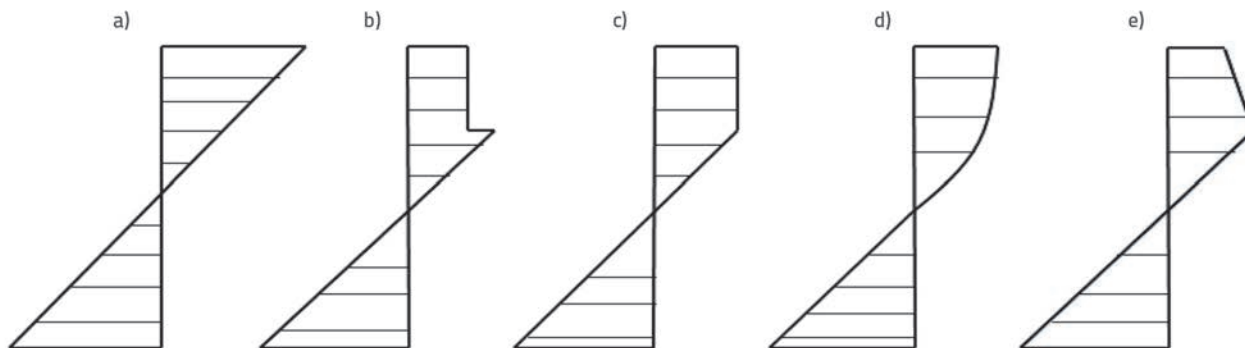
Moment savijanja  $M_{el}$  pri kojemu dolazi do loma presjeka prema klasičnoj teoriji elastičnosti, iznosi:

$$M_{el} = \frac{1}{6} \cdot \sigma \cdot b \cdot h^2 \tag{1}$$

gdje je  $\sigma$  proračunska vrijednost čvrstoće na savijanje,  $b$  širina poprečnog presjeka,  $h$  visina poprečnog presjeka. Proračunska vrijednost momenta savijanja  $M_{el}$  je u pravilu manja od stvarne nosivosti zato što se u proračunu ne uzima nelinearna raspodjela naprezanja koja je očita zbog činjenice da su moduli elastičnosti i konstitutivni zakoni pri tlaku i vlaku paralelno s vlakancima različiti. Ovo ponašanje je kompleksno te je niz istraživača [4-9] pretpostavilo različitu raspodjelu naprezanja duž poprečnog presjeka elementa. Zajedničko za



Slika 2. Ponašanje drvenog elementa izloženog čistom savijanju: a) klasični inženjerski pristup; b) bilinearni konstitutivni zakon; c) bilinearni konstitutivni zakon – plastifikacija tlačne zone; d) bilinearni konstitutivni zakon – lom presjeka u vlačnoj zoni



Slika 3. Različiti modeli raspodjele napreznja uslijed savijanja: a) elastični; b) Moe [4]; c) Nwkoye [5]; d) Zakic [6]; e) Bazan [7]

sve razmatrane modele jest postojanje parametra  $n$  koji se definira na sljedeći način:

$$n = \frac{f_{||}^t}{f_{||}^c} \tag{2}$$

gdje  $f_{||}^t$  predstavlja vlačnu čvrstoću paralelno s vlakancima, a  $f_{||}^c$  tlačnu čvrstoću paralelno s vlakancima.

Moment otpornosti na savijanje  $M_u$  prema [4] određuje se prema izrazu (3):

$$M_u = \frac{1}{6} \cdot f_{||}^c \cdot b \cdot h^2 [c \cdot \alpha \cdot (4 - \alpha) + (1 - \alpha)^2] \tag{3}$$

Prema Moeu [4], tlačna napreznja su konstantna do određene visine, nakon čega dolazi do skoka napreznja. Nakon skoka, napreznja su linearno promjenjiva, a neutralna os se podudara s težištem presjeka. Model ovisi o koeficijentima  $c$  i  $\alpha$  čije vrijednosti nisu striktno navedene u literaturi.

U radu Nwkoyea [5] pretpostavljeno je da su tlačna napreznja konstantna do određene visine, a nakon toga je krivulja

napreznja linearno promjenjiva. Neutralna os ne prolazi kroz težište presjeka, a moment otpornosti na savijanje se računa prema izrazu (4):

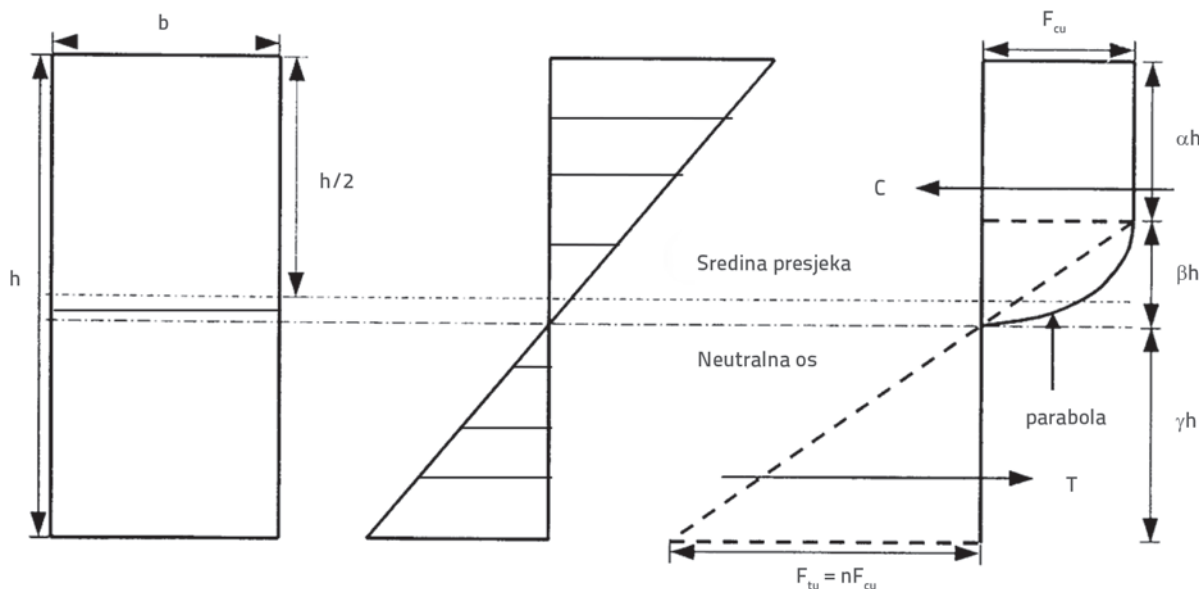
$$M_u = \frac{1}{6} \cdot f_{||}^c \cdot b \cdot h^2 \frac{(3 \cdot n - 1)}{(n + 1)} \tag{4}$$

Zakić [6] je pretpostavio da se raspodjela tlačnih napreznja može aproksimirati s krivuljom drugog stupnja, dok su vlačna napreznja linearno promjenjiva. Također, jedna od osnovnih pretpostavki je ta da neutralna os ne prolazi kroz težište poprečnog presjeka. Tada se moment otpornosti na savijanje računa prema:

$$M_u = \frac{1}{6} \cdot f_{||}^c \cdot b \cdot h^2 \left[ \frac{22,5 \cdot n^2 + 32 \cdot n}{(3 \cdot n + 4)^2} \right] \tag{5}$$

Bazan [7] je pretpostavio drugačiju raspodjelu napreznja. Prema njegovoj pretpostavci, i tlačna i vlačna napreznja su linearno promjenjiva, a izraz za moment savijanja glasi:

$$M_u = \frac{1}{6} \cdot f_{||}^c \cdot b \cdot h^2 \frac{(3 \cdot n)}{(n + 2)} \tag{6}$$



Slika 4. Raspodjela napreznja prema [8]

Zaw i ostali [8] pretpostavili su raspodjelu tlačnih naprezanja koja su konstantna do određene visine poprečnog presjeka, a zatim odgovaraju krivulji drugog stupnja. Vlačna naprezanja su linearno promjenjiva, a neutralna os se pomiče prema vlačnom rubu. Izraz za moment savijanja glasi:

$$M_u = \frac{1}{6} \cdot f_{\parallel}^c \cdot b \cdot h^2 \cdot \left( \frac{27 \cdot n^4 + 72 \cdot n^3 + 36 \cdot n^2 - 6}{9 \cdot n^4 + 36 \cdot n^3 + 48 \cdot n^2 + 24 \cdot n + 4} \right) \quad (7)$$

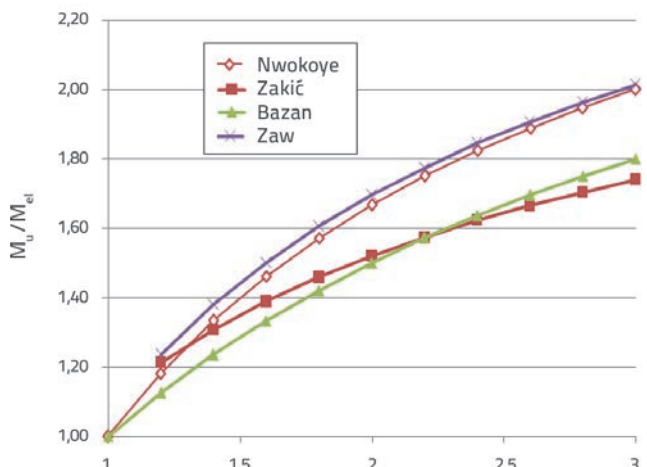
Buchanan [9] je pretpostavio sličan model kao i Bazan [7], ali je ovdje uveden koeficijent  $c$  koji ovisi ne samo o odnosu vlačne i tlačne čvrstoće već i o promjenjivom, odnosno opadajućem modulu elastičnosti u tlačnoj zoni koji se opisuje koeficijentom  $m$ .

$$M_u = \frac{1}{6} \cdot f_{\parallel}^c \cdot b \cdot h^2 \left[ \frac{n + c \cdot (2 \cdot n - 1)}{(n + c)} \right] \quad (8)$$

$$c = \sqrt{1 - m \cdot (n^2 - 1)} \quad (9)$$

Zbog velike nepouzdanosti i nedostatka podataka vezano uz proračun promjenjivog modula elastičnosti, taj model nije analiziran u ovom radu.

Na slici 5. prikazana su četiri razmatrana modela u ovisnosti o vrijednosti  $n$ , odnosno u ovisnosti o odnosu vlačne i tlačne čvrstoće.  $M_u$  predstavlja plastični moment otpornosti dok  $M_{el}$  predstavlja moment otpornosti prema teoriji elastičnosti. Bazanov [7] i Nwokoyeov [4] model vrijede i za slučaj kada je  $n = 1$ , a ostali modeli vrijede samo za slučajeve kad je  $n > 1$ . Zakičev [6] i Bazanov [7] model daju manje vrijednosti momenta otpornosti nego ostala dva modela. Na slici 5. prikazani su svi razmatrani modeli.



Slika 5. Odnos  $M_u/M_{el}$  kao funkcija omjera vlačne i tlačne čvrstoće drva paralelno s vlakancima

### 3. Eksperimentalna ispitivanja

#### 3.1. Uvod

U Laboratoriju za ispitivanje konstrukcija Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu provedena su eksperimentalna ispitivanja čiji je cilj bio ocijeniti postojeće modele, te na osnovi provedenih ispitivanja ocijeniti razinu duktilnosti drva kao građevnog materijala. Ispitivanje je koncipirano na način da su razmatrana 3 velika uzorka drva klase GL24h (ukupne duljine 420 cm) koji su izloženi savijanju. Osim tih ispitivanja, koja čine središnji dio provedenih ispitivanja, ispitani su i manji uzorci napravljeni iz osnovnog materijala (slika 6.). Manji uzorci su ispitivani na savijanje (10 uzoraka), tlak okomito na vlakanca (9 uzoraka), tlak paralelno s vlakancima (9 uzoraka), vlak paralelno s vlakancima (9 uzoraka), te uzorci za ispitivanje čvrstoće na posmik (9 uzoraka).



Slika 6. Pripremljeni mali uzorci za ispitivanje

#### 3.2. Ispitivanje osnovnog materijala

Ispitivanjem malih uzoraka dobiveni su rezultati koji su statistički obrađeni te modificirani odgovarajućim koeficijentima kojima su uzeti u obzir: nedostaci u drvu, vlažnost drva, utjecaj veličine uzorka (*size effect factor*) te brzina prirasta opterećenja.

Obradom dobivenih rezultata dobivene su srednje čvrstoće drva: čvrstoća na vlak paralelno s vlakancima  $f_{\parallel}^t = 42,82 \text{ N/mm}^2$ , čvrstoća na tlak paralelno s vlakancima  $f_{\parallel}^c = 36,75 \text{ N/mm}^2$ .

mm<sup>2</sup>, čvrstoća na tlak okomito na vlakanca  $f_{\perp}^c = 3,15 \text{ N/mm}^2$ , posmična čvrstoća  $f_{sh} = 2,83 \text{ N/mm}^2$ , čvrstoća na savijanje  $f_m = 37,68 \text{ N/mm}^2$ . Također, ispitivanjem malih uzoraka na savijanje, dobiven je modul elastičnosti paralelno s vlakancima  $E_L = 12740 \text{ N/mm}^2$ .

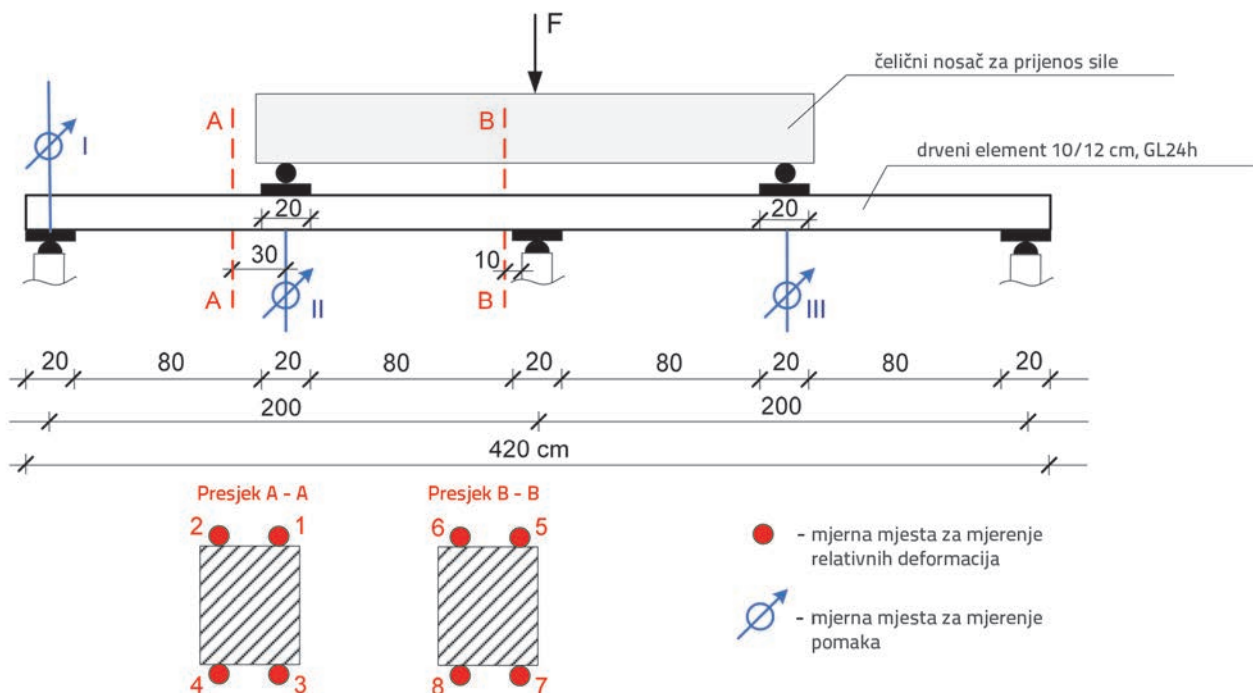
### 3.3. Priprema eksperimentalnih ispitivanja

Za potrebe eksperimentalnih ispitivanja uzoraka izloženih savijanju pripremljena su tri uzorka klase GL24h, duljine 600 cm (420 cm za ispitivanje na savijanje elemenata, a ostatak za izradu uzoraka osnovnog materijala), poprečnog presjeka dimenzija  $b/h = 10/12 \text{ cm}$ . Cilj je ispitivanja modela grede s dva raspona izložene savijanju bio taj da se analizira ponašanje drva u zoni ležaja i u polju. Klasa drva je određena prema normi HRN EN 338:2006, a ispitivanje je provedeno prema normi EN 408:2006 [10]. Na slici 7. prikazana je skica ispitivanog nosača. Prije ispitivanja mjerena je vlažnost svakog nosača na nekoliko pozicija radi kontrole mogućeg utjecaja na mehaničke karakteristike. Pozicije na kojima je mjerena vlažnost su lijevi ležaj nosača, polje između lijevog i središnjeg ležaja, središnji ležaj nosača, polje između središnjeg ležaja i desni ležaj nosača. Na slici 7. i u tablici 1. prikazane su mjerne pozicije za mjerenje pomaka i relativnih deformacija. Mjerna pozicija označena rimskim brojem I. predstavlja vertikalni pomak na prvom ležaju nosača koji je mjereno sa svrhom kontrole rubnih uvjeta. Mjerne pozicije II. i III. predstavljaju vertikalne pomake nosača u polovinama raspona. Mjerni presjeci označeni slovima A-A i B-B predstavljaju presjeke u kojima su mjerene relativne deformacije nosača. U svakom od

presjeka mjerena je relativna deformacija u tlačnoj i u vlačnoj zoni, dakle za presjek A-A relativne deformacije gornje zone označene su brojevima 1 i 2, a za donju zonu brojevima 3 i 4. U presjeku B-B mjerna mjesta za mjerenje relativne deformacije gornje zone su označene brojevima 5 i 6, a donje sa 7 i 8. Treba napomenuti da su eksperimentalna ispitivanja provedena prema normi HRN EN 380:2006 [11]. Svi uzorci su ispitivani do loma s time da su uzorci opterećeni do 40 % vrijednosti sile loma, koja je dobivena prethodnim analizama. Nakon dosezanja 40 % vrijednosti sile loma, uzorak je rasterećen. U idućem ciklusu uzorak je ponovno opterećen do vrijednosti 40 % sile loma, koja je držana konstantnom 60 sekundi te je nakon toga opterećenje postupno povećavano do loma. Brzina prirasta opterećenja povezana je uz veličinu progiba (kontrola pomaka) i postavljena na 0,2 mm/min. Na slici 8 prikazan je nosač neposredno prije početka ispitivanja.

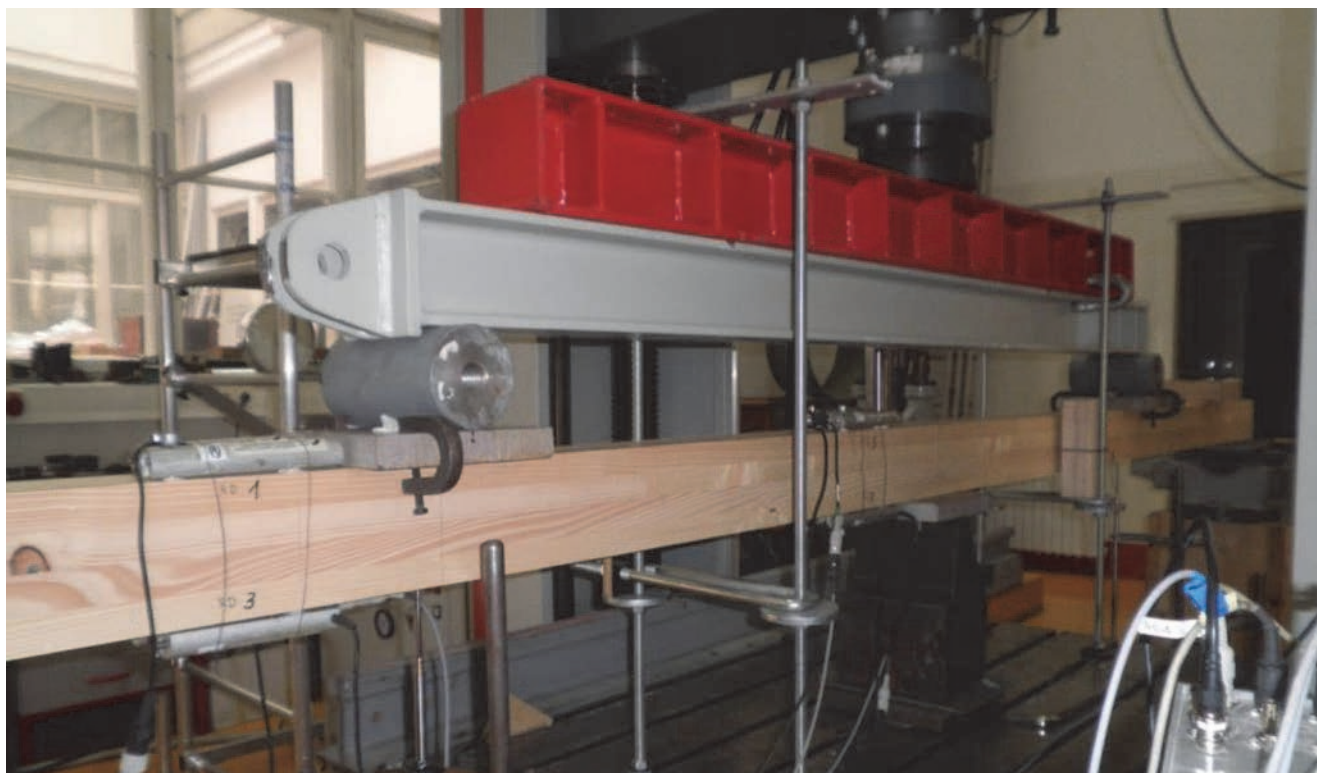
Tablica 1. Popis mjernih mjesta

Mjerna mjesta	Mjerena vrijednost
I.	Vertikalni pomak lijevog ležaja [mm]
II.	Vertikalni pomak u L/2 lijevog raspona [mm]
III.	Vertikalni pomak u L/2 desnog raspona [mm]
1, 2	Relativna deformacija u gornjoj zoni presjeka A [%]
3, 4	Relativna deformacija u donjoj zoni presjeka A [%]
5, 6	Relativna deformacija u gornjoj zoni presjeka B [%]
7, 8	Relativna deformacija u donjoj zoni presjeka B [%]



Slika 7. Skica mjernih mjesta



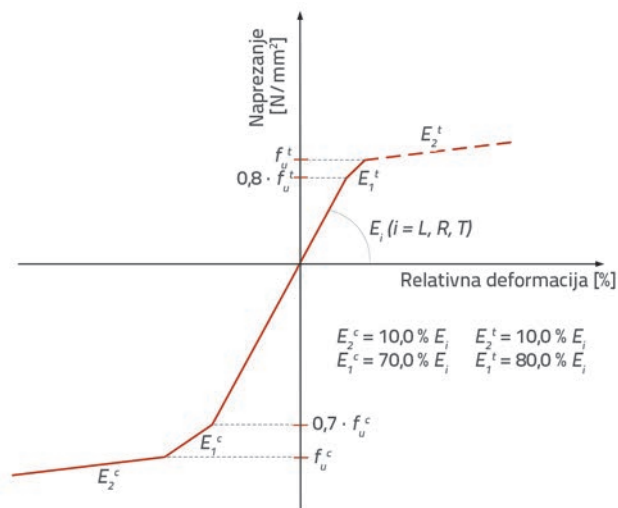


Slika 8. Nosač neposredno prije ispitivanja

#### 4. Istraživanje na modelu metodom konačnih elemenata

##### 4.1. Uvod

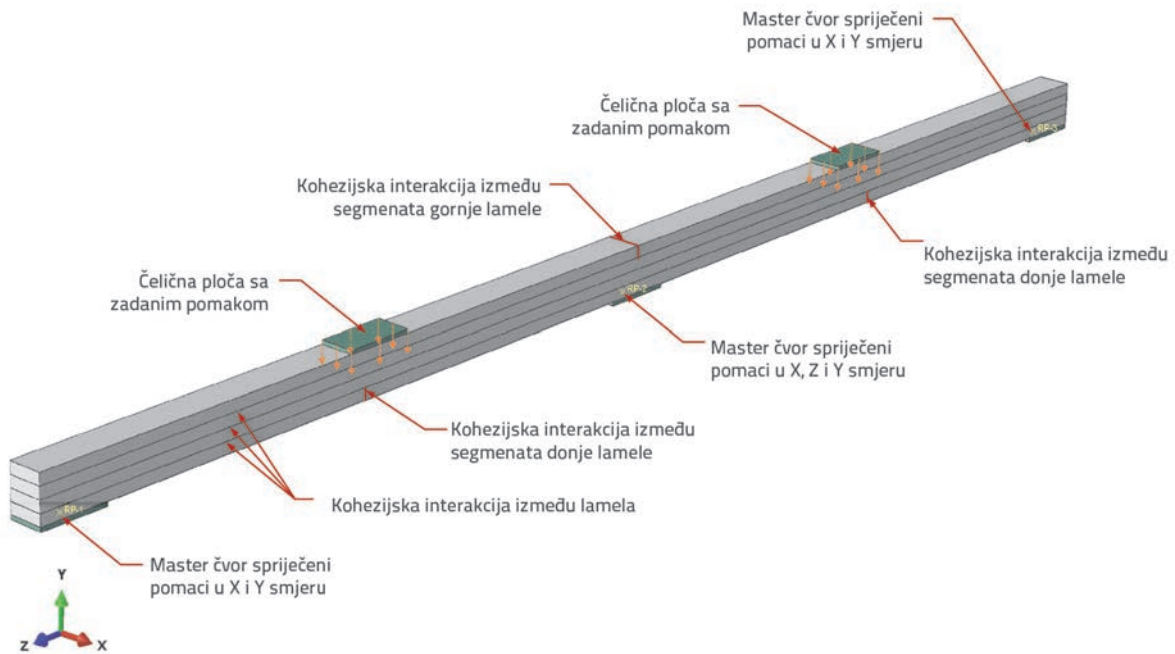
Metodom konačnih elemenata provedena je analiza na modelu geometrijskih veličina kao veliki uzorci za eksperimentalna ispitivanja. Provedena analiza metodom konačnih elemenata napravljena je u programskom paketu Abaqus/CAE ver 9.10 s UMAT podrutinom. Mehaničke karakteristike čvrstoće drva preuzete su iz eksperimentalnih ispitivanja na malim uzorcima. Čvrstoća na vlak okomito na vlakanca, budući da nije ispitivana u sklopu eksperimentalnih istraživanja, preuzeta je iz dostupne literature [12],  $f_{\perp}^t = 0,38 \text{ N/mm}^2$ . U navedenoj literaturi provedeno je ispitivanje na drvu koje je raslo u istim klimatskim uvjetima te je bilo iste kvalitete i vrste. Prema dobivenom modulu elastičnosti  $E_L = 12740 \text{ N/mm}^2$  te prema zapreminskoj masi drva određene eksperimentalnim istraživanjima, usvojene su vrijednosti modula elastičnosti i posmika te Poissonovog koeficijenta iz dostupne literature [13-18]. Mehaničke vrijednosti za svaki pojedini smjer dobivene su kao prosječne vrijednosti  $E_L = 12563,50 \text{ N/mm}^2$ ,  $E_R = 902,90 \text{ N/mm}^2$ ,  $E_T = 542,91 \text{ N/mm}^2$ ,  $G_{LR} = 742,68 \text{ N/mm}^2$ ,  $G_{LT} = 660,95 \text{ N/mm}^2$ ,  $G_{RT} = 67,32 \text{ N/mm}^2$ ,  $\nu_{LR} = 0,41$ ,  $\nu_{LT} = 0,505$ ,  $\nu_{RT} = 0,495$ . Radni dijagram drva opisan UMAT podrutinom prikazan je grafički za normalna naprezanja na slici 9.



Slika 9. Radni dijagram drva definiran UMAT podrutinom

##### 4.2. Rubni uvjeti, geometrija i analiza grednog elementa metodom konačnih elemenata

Za modeliranje drvenog grednog elementa i čeličnih ploča korišteni su C3D20 konačni elementi definirani sa 20 točaka. Prethodno definirane mehaničke karakteristike drva implementirane su zajedno s izvedenicom Hillovog kriterija putem UMAT podrutine u programsku podršku Abaqus. UMAT podrutina (s kriterijem popuštanja izvedenim iz Hillovog



Slika 10. Prikaz modela grednog elementa s rubnim uvjetima

koja kvalitetno opisuje modove otkazivanja drva opisana je u radu [19]. Model grednog elementa napravljen je na način da je svaka lamela debljine 4 cm zasebno modelirana. Četiri modelirane lamele međusobno su spojene pomoću kohezijske interakcije kontaktnih površina tako da tvore gredni element poprečnog presjeka 10 cm × 12 cm. Uz navedeno, donja i gornja lamela su podijeljene na segmente, a segmenti su međusobno spojeni pomoću kohezijske interakcije. Opisani složeni numerički model napravljen je u svrhu dobivanja složениh modova otkazivanja grednog elementa uslijed vlačnih, tlačnih i posmičnih naprezanja te delaminacije. Rubni uvjeti grednog elementa modelirani su pomoću čeličnih ploča istih dimenzija kao i u eksperimentalnim ispitivanjima (20 cm × 10 cm.). Ploče su modelirane idealno elastično s modulom elastičnosti  $E = 210000 \text{ N/mm}^2$  i Poissonovim koeficijentom  $\nu = 0,3$ . Numerički model grednog elementa s rubnim uvjetima prikazan je na slici 10.

Za modeliranje kontaktnih ploha između čeličnih ploča i drvenog elementa uzeta je u obzir apsolutna krutost za normalna naprezanja, te mogućnost tangencijalnog klizanja dviju ploha uz koeficijent trenja. Koeficijent trenja primijenjen za kontakt drvo-čelik preuzet je iz dostupne literature [20]  $\mu = 0,25$ . Analiza modela je provedena nelinearnom analizom s uključenom geometrijskom i materijalnom nelinearnosti. Za kontrolu pomaka usvojena je Newtonova metoda s automatskom kontrolom prirasta. Maksimalni korak prirasta pomaka ograničen je na 0,1 mm, s time da je početni postavlján na 0,02 mm.

### 4.3. Kohezijska interakcija između dviju ploha

Zajedno s UMAT podrutinom kohezijska interakcija između kontaktnih površina uzeta je u obzir za definiranje ponašanja

i otkazivanje drva. Formulacija kohezijske interakcije je vrlo slična kohezijskim elementima s mogućnosti otvaranja i širenja pukotine. Kohezijska interakcija je definirana koeficijentom krutosti  $E_i^0$  ( $i=1,2,3$ , što se odnosi na smjerove normale i dva posmična smjera), čvrstoćom kohezijske interakcije  $\sigma_i^0$  te energijom potrebnom za otkazivanje kohezijske interakcije  $G_i^0$ . Na slici 11. prikazano je ponašanje otvaranja i otkazivanja kohezijske interakcije koje se sastoji od elastične deformacije, početka otkazivanja i linearne degradacije krutosti kohezijske površine. Početak deformacije kohezijske površine može se prikazati kao  $\delta_i^0 = \sigma_i^0 / E_i^0$ . Koeficijent kohezijske krutosti u ovom radu usvojen je vrijednosti  $E_i^0 = 10.000 \text{ N/mm}$  i nije u direktnoj vezi s mehaničkim karakteristikama drva. Do početka otkazivanja kohezijske interakcije dolazi kada je zadovoljen kriterij otkazivanja. Za promatrani problem usvojen je kriterij sume kvadrata normalnih naprezanja, a može se zapisati:

$$1 = \left\langle \frac{\sigma_1}{\sigma_1^0} \right\rangle^2 + \left\langle \frac{\sigma_2}{\sigma_2^0} \right\rangle^2 + \left\langle \frac{\sigma_3}{\sigma_3^0} \right\rangle^2 \quad (10)$$

gdje  $\langle \sigma_i \rangle$  označava da otkazivanje može nastupiti samo u slučaju vlačnih naprezanja. Otkazivanje kohezijske interakcije za jedan od glavnih smjerova može se izraziti pomoću energije loma koja je jednaka površni ispod krivulje prikazane na slici 11. Korištenjem energije loma može se zapisati da je ukupna deformacija u trenutku potpunog otkazivanja jednaka  $\delta_i^k = 2G_i^0 / \sigma_i^0$ . Otkazivanje kohezijske interakcije predstavlja degradaciju koeficijenta krutosti i može se zapisati pomoću koeficijenta oštećenja:

$$d_c = \frac{\delta_m^k (\delta_m^{\max} - \delta_m^0)}{\delta_m^{\max} (\delta_m^k - \delta_m^0)}, \quad d_c \in [0,1] \quad (11)$$

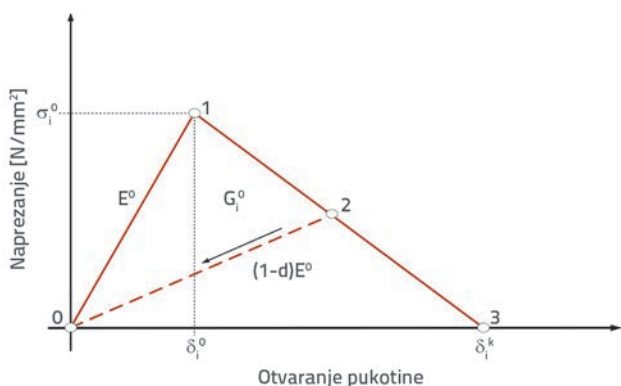


gdje su  $\delta_m^{\max}$  ukupna najveća deformacija za sve smjerove,  $\delta_m^0$  je deformacija u trenutku početka otkazivanja i  $\delta_m^k$  ukupna deformacija u trenutku potpunog otkazivanja kohezijske interakcije.

Jednadžbe konstitucije za složeno stanje otvaranja pukotine definirane su:

$$\sigma = D_{sr} \delta_r$$

$$D_{sr} = \begin{cases} \bar{\delta}_{sr} E^0 & \leftarrow \delta_m^{\max} \leq \delta_m^0 \\ \bar{\delta}_{sr} \left[ (1-d)E^0 + E^0 d \bar{\delta}_{s1} \frac{\langle -\delta_1 \rangle}{-\delta_1} \right] & \leftarrow \delta_m^0 \leq \delta_m^{\max} \leq \delta_m^k \\ E^0 \bar{\delta}_{sr} \bar{\delta}_{s1} \frac{\langle -\delta_1 \rangle}{-\delta_1} & \leftarrow \delta_m^{\max} \geq \delta_m^k \end{cases} \quad (12)$$

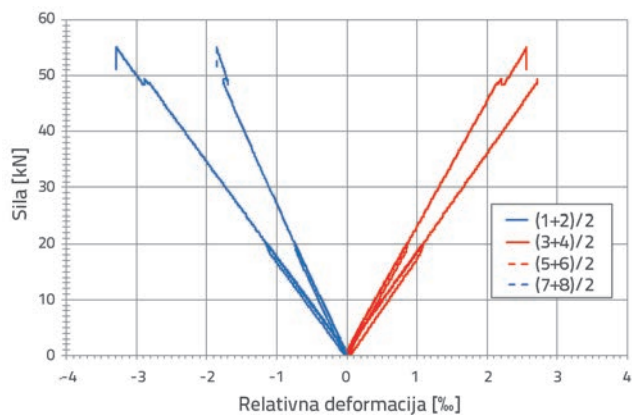


Slika 11. Bilinearno ponašanje kohezijske interakcije

## 5. Rezultati istraživanja

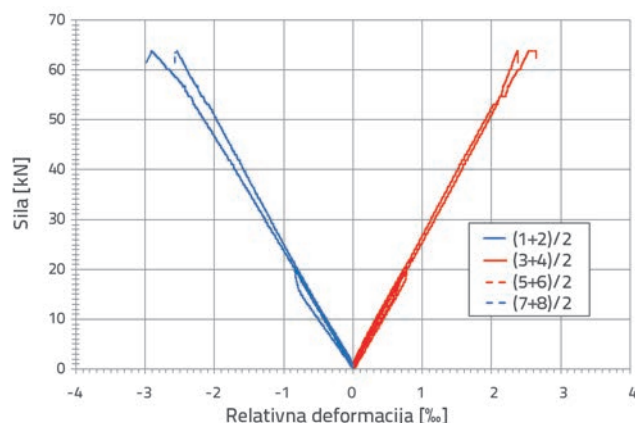
### 5.1. Rezultati eksperimentalnih istraživanja

Svi nosači su probno opterećivani do vrijednosti sile koja odgovara iznosu od 40 % procijenjene vrijednosti sile loma (dakle vrijednosti od 20 kN).

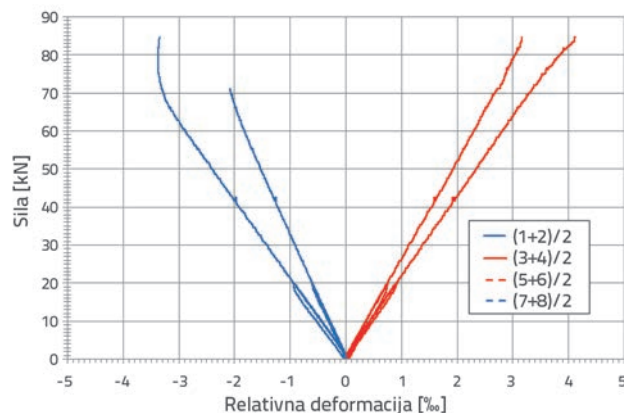


Slika 12. Dijagram sila – relativna deformacija, uzorak GR1 (mjerna mjesta: 1 i 2 gornja zona - polje, 3 i 4 donja zona - polje, gornja zona - ležaj 5 i 6 te donja zona - ležaj 7 i 8)

Tri priložena dijagrama (slike 12., 13. i 14.) prikazuju izmjerene vrijednosti relativnih deformacija u prvom polju te u blizini lijevog ležaja nosača (sukladno slici 7. i tablici 1.). Osim izmjerenih vrijednosti deformacija, proračunate su i prikazane srednje vrijednosti u pojedinoj zoni. Priloženi dijagrami pokazuju da se sva tri nosača u vlačnoj zoni ponašaju elastično do loma, što je i očekivano. U tlačnoj zoni jedino u slučaju uzorka GR3 zabilježena je plastifikacija u polju te na jednom mjernom mjestu na ležaju. Na slikama 15., 16. i 17. prikazani su vertikalni pomaci na mjernim pozicijama I, II, III i IV. Iz priloženih dijagrama se također može zaključiti da je odnos sila-pomak (mjerna mjesta II i III) gotovo linearan do loma.

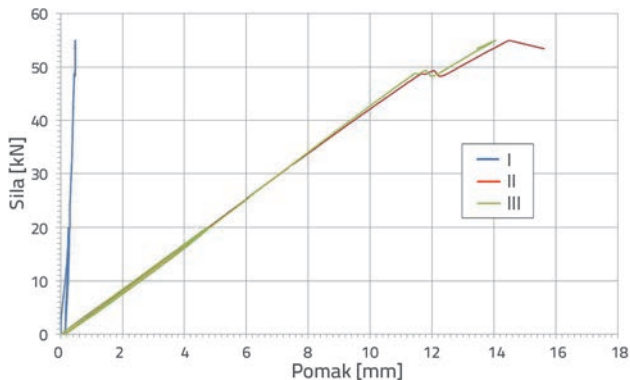


Slika 13. Dijagram sila – relativna deformacija uzorak GR2 (mjesta: 1 i 2 gornja zona - polje, 3 i 4 donja zona - polje, gornja zona - ležaj 5 i 6 te donja zona - ležaj 7 i 8)

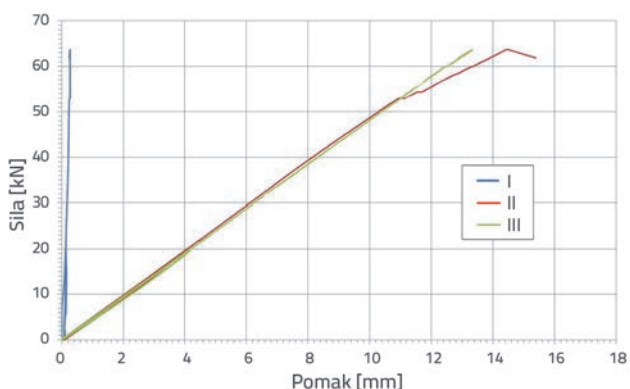


Slika 14. Dijagram sila – relativna deformacija, uzorak GR3 (mjerna mjesta: 1 i 2 gornja zona - polje, 3 i 4 donja zona - polje, gornja zona - ležaj 5 i 6 te donja zona - ležaj 7 i 8)

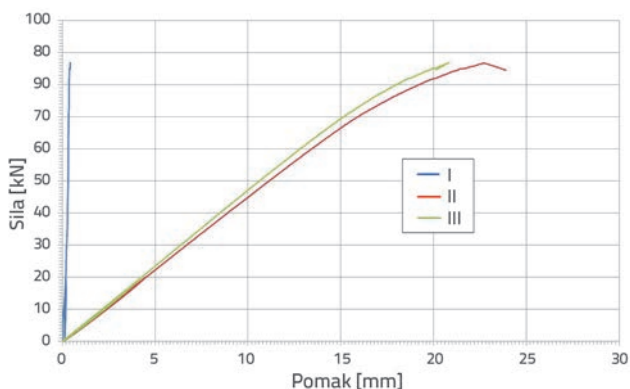
Sila pri kojoj je došlo do loma uzorka GR1 iznosila je 56,94 kN. Nakon što je dostignuta ova vrijednost, došlo je do naglog pada sile i loma uzorka na mjestu zupčastog spoja lamele te daljnjeg širenja pukotina oko područja spoja donje lamele u prvom polju nosača u vlačnoj zoni (slika 18. i 19.)



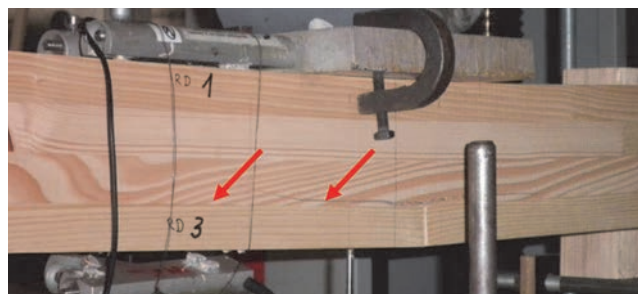
Slika 15. Dijagram sila – pomak uzorak GR1 (mjerna mjesta I – lijevi ležaj, II – sredina prvog polja, III – sredina drugog polja)



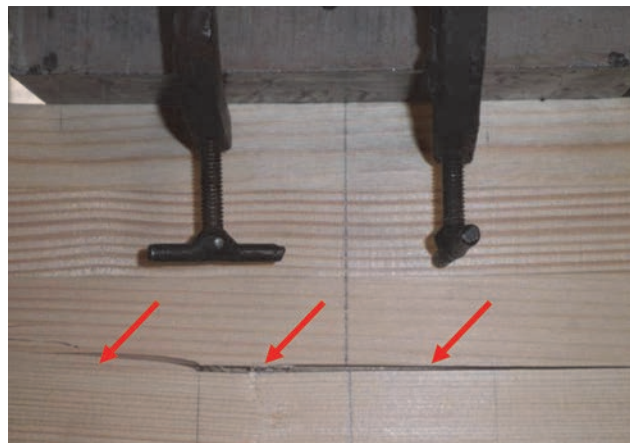
Slika 16. Dijagram sila – pomak uzorak GR2 (mjerna mjesta I – lijevi ležaj, II – sredina prvog polja, III – sredina drugog polja)



Slika 17. Dijagram sila – pomak uzorak GR3 (mjerna mjesta I – lijevi ležaj, II – sredina prvog polja, III – sredina drugog polja)

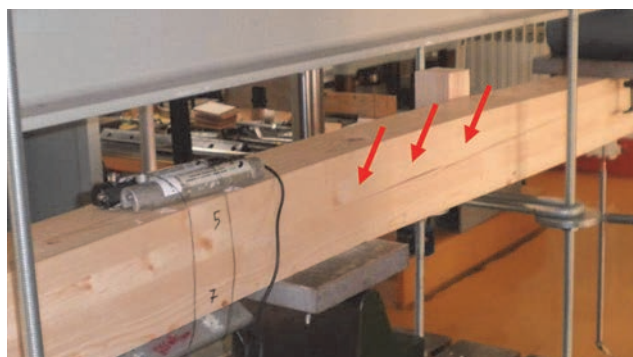


Slika 18. Način otkazivanja uzorka GR1

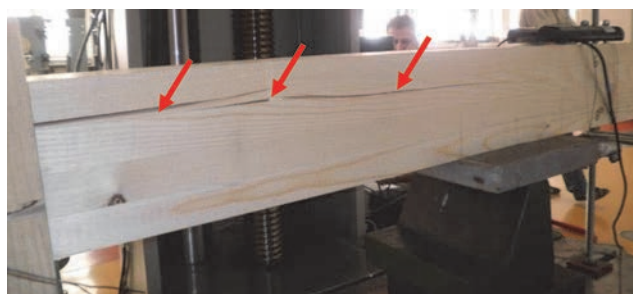


Slika 19. Pukotine u vlačnoj zoni uzorka GR1

Nosač br. 2 (oznaka GR2) ispitivan je prema istom režimu kao i prvi nosač, a do otkazivanja je došlo pri sili od 68,55 kN. Iz priloženih fotografija može se vidjeti oblik otkazivanja ovog nosača – lom u blizini središnjeg ležaja. Nastale uzdužne pukotine upućuju na to da se radi o posmičnom lomu nosača paralelno sa smjerom vlakana. Te pukotine odnosno način otkazivanja ujedno su i posljedica promjene nagiba vlakana (slike 20 i 21.). Naprezanje od savijanja u trenutku loma iznosi 44,9 MPa što uvelike premašuje srednju normiranu vrijednost čvrstoće na savijanje (proračunane iz tablično dane karakteristične vrijednosti). S druge strane, posmično naprezanje na mjestu unosa sile iznosi oko 84 % srednje normirane čvrstoće na posmik (proračunane iz tablično dane karakteristične vrijednosti) što upućuje na premalu nosivost na posmik ovog uzorka.

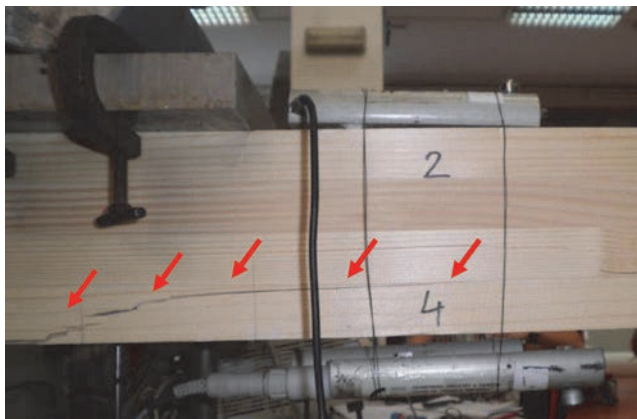


Slika 20. Način otkazivanja uzorka GR2

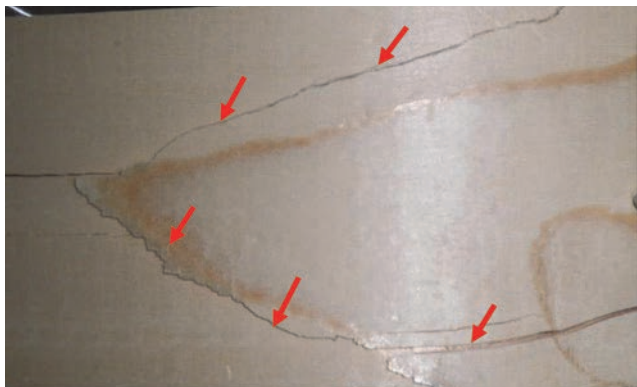


Slika 21. Posmične pukotine na uzorku GR2

Treći, tj. zadnji uzorak (GR3) otkazao je u zoni oko područja unosa sile, odnosno oko lijevog ležaja (slike 22. i 23.) pri sili od 86,89 kN. Vrijednost sile premašuje očekivanu nosivost na savijanje, odnosno uslijed djelovanja sile ovog intenziteta vrijednost normalnog naprezanja od savijanja iznosi 56,95 MPa. To je 81 % više od očekivane računске vrijednosti čvrstoće na savijanje, tj. srednje vrijednosti čvrstoće koja je proračunana na osnovi karakteristične vrijednosti čvrstoće na savijanje (tablična vrijednost) i pripadajućeg koeficijenta varijacije.



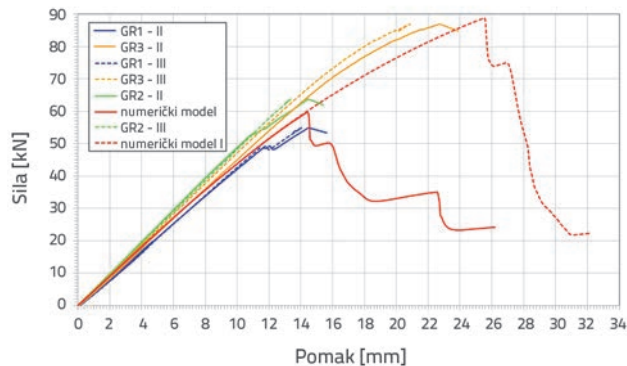
Slika 22. Način otkazivanja uzorka GR3



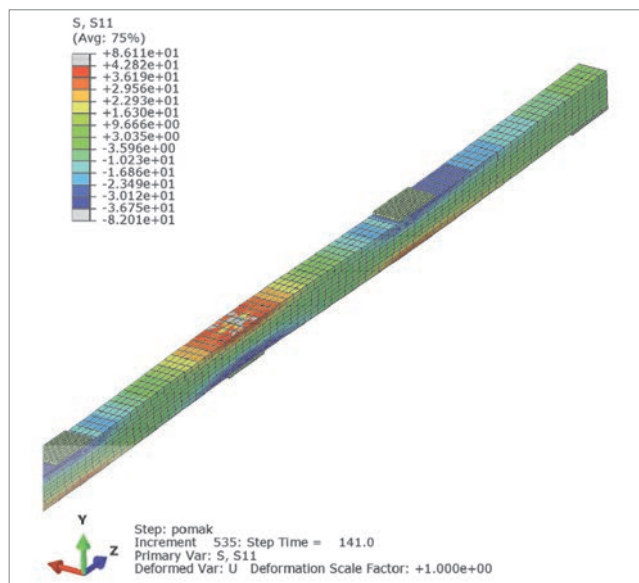
Slika 23. Vlačna zona (donji rub nosača) uzorka GR3

### 5.2. Rezultati numeričkog modela

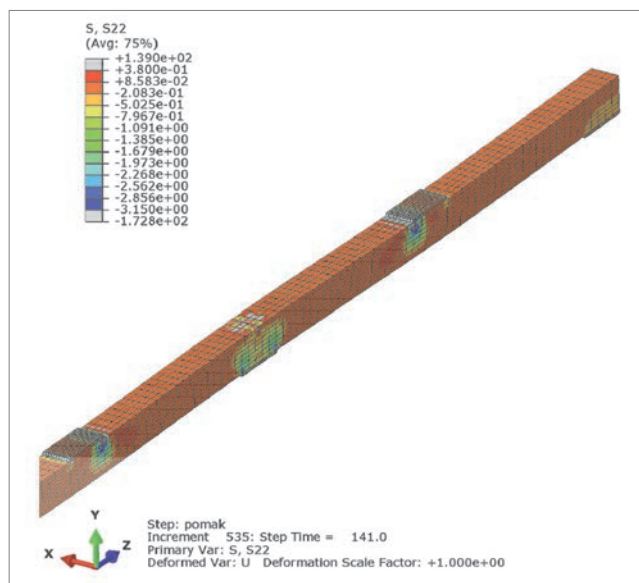
Provedena analiza metodom konačnih elemenata pokazala je dobro podudaranje s eksperimentalnim ispitivanjima. Prikaz pomaka u sredini raspona u odnosu na primijenjenu silu dan je u grafikonu na slici 24. zajedno s rezultatima eksperimentalnih ispitivanja radi lakše usporedbe. Dobivena maksimalna sila numeričkim modelom iznosi  $F_{max} = 59,56$  kN (na ovoj sili dolazi do otkazivanja uzorka i naglog pada opterećenja). U nastavku rada dana su naprezanja i modovi otkazivanja numeričkog modela u trenutku maksimalne sile, redom: S11 naprezanja u smjeru vlakancu (slika 25.), S22 naprezanja u radijalnom smjeru (slika 26.) i S33 naprezanja u tangencijalnom smjeru (slika 27.).



Slika 24. Usporedba pomaka dobivenih eksperimentalnim ispitivanjem i numeričkim modelom

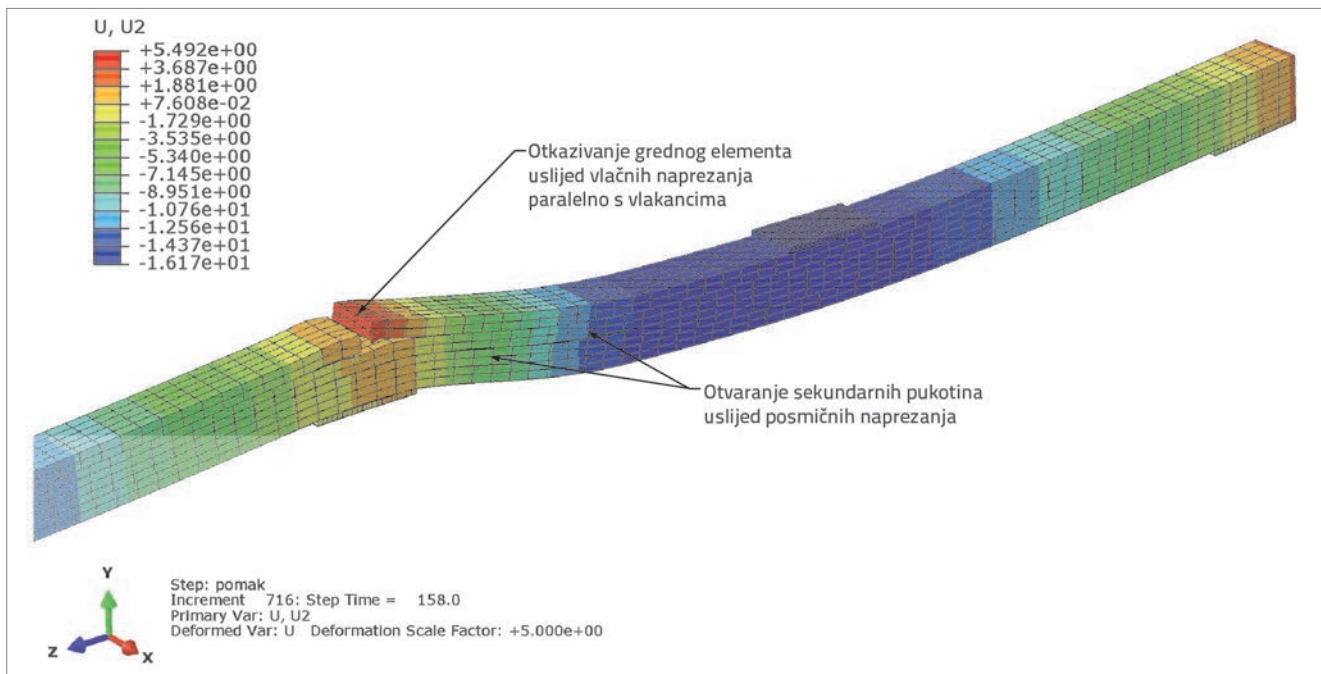


Slika 25. Naprezanja S11 u trenutku maksimalne sile



Slika 26. Naprezanja S22 u trenutku maksimalne sile





Slika 27. Prikaz modova otkazivanja grednog elementa

Analizom dobivenih rezultata metodom konačnih elemenata može se zaključiti da do otkazivanja grednih elemenata dolazi ponajprije uslijed momenta savijanja u području srednjeg oslonca i sredine dva raspona. Na mjestima maksimalnih momenata dolazi do otkazivanja lamele uslijed vlačnih naprezanja paralelno s vlakancima. Otkazivanje je nastupilo uslijed vlačnog naprezanja i to bez duktilnog karaktera. Nakon prvog početnog otkazivanja gornje lamele na ležaju, odnosno donje ako se radi o otkazivanju u sredini raspona, dolazi do delaminacije, odnosno do međusobnog odvajanja lamela što je prikazano na slici 27. Slični modovi otkazivanja primijećeni su i prilikom eksperimentalnih ispitivanja te se može zaključiti da numerički modeli dobro opisuju ispitivane gredne elemente. Paralelno s modelom grede s mehaničkim karakteristikama drva dobivenim eksperimentalnim ispitivanjima na malim uzorcima, napravljen je model grede (označen kao numerički model II) na kojem je usvojena vlačna čvrstoća dvostruko veća od tlačne čvrstoće paralelno s vlakancima:  $f_{II}^t = 73,50 \text{ N/mm}^2$ . Svrha je toga modela usporediti duktilnosti te verificirati dane teorijske izraze za duktilnosti drvenih grednih elemenata. Rezultati navedenog modela s povećanom vlačnom čvrstoćom prikazani su na slici 24. Dobiveni rezultati pokazuju da postoji mala duktilnost  $D=1,30$  dobivena prema radu [19] koja proizlazi iz deformacija u tlačnoj zoni, međutim radi se o znatno manjim veličinama od onih koje se dobivaju teorijskim izrazima. Nadalje, potrebno je naglasiti da je i posmična čvrstoća u ovom numeričkom modelu povećana i to dvostruko  $f_{sh} = 5,66 \text{ N/mm}^2$ , jer je utvrđeno da model otkazuje uslijed posmičnih naprezanja te da dolazi do potpune delaminacije grednog elementa (krti lom).

#### 4. Zaključak

Svrha ovog istraživanja bila je analizirati odnosno utvrditi primjenjivost modela koji uzimaju u obzir duktilnost drva pri savijanju. Rezultati dobiveni eksperimentalnim ispitivanjem upućuju na činjenicu da je čvrstoća na savijanje bila veća od normirane, te da su uzorci u konačnici otkazali uslijed posmičnih naprezanja (2 uzorka). Treći uzorak je otkazao u području unosa sile uslijed savijanja. Modovi otkazivanja dobiveni eksperimentalnim ispitivanjem upućuju na činjenicu da postoji vrlo mala razlika u vrijednosti sile loma i pripadajućih modova otkazivanja. Dobiveni rezultati dokazuju elastično ponašanje do loma. Uspoređujući radove [4-9] s dobivenim rezultatima može se zaključiti da oni ne opisuju realno otkazivanje drvenog grednog elementa.

Analizirani modeli metodom konačnih elemenata također upućuju na krto ponašanje. Numerički model I pokazuje da ne postoji duktilnost. Minimalna duktilnost ( $D = 1,3$ ) zabilježena je na modelu II, dakle kod nosača koji su izvedeni od kvalitetnijeg drva, odnosno u kojima je vrijednost vlačne čvrstoće paralelno s vlakancima dvostruko veća od tlačne čvrstoće paralelno s vlakancima. Ovaj model ima i vrlo visoku vrijednost posmične čvrstoće. Treba istaknuti da je prilikom analize modela s povećanom vlačnom čvrstoćom, a nepromijenjenom posmičnom čvrstoćom drva, također došlo do krtog otkazivanja delaminacijom uslijed posmičnih naprezanja.

Slijedom navedenog može se zaključiti da modeli koji uzimaju u obzir duktilnost pri savijanju nisu primjenjivi, odnosno da je duktilnost pri savijanju zanemariva. Istovremeno postoji velika mogućnost otkazivanja nosača uslijed posmika što nedvojbeno rezultira krtim lomom.

## LITERATURA

- [1] Kirkegaard, P. H., Sorensen, J. D., Čizmar, D., & Rajčić, V.: System reliability of timber structures with ductile behaviour. *Engineering Structures*, 33, pp. 3093-3098, 2011.
- [2] Rajčić, V., Čizmar, D., Kirkegaard, P. H., Sørensen, J. D.: Robustness analysis of big span glulam truss structure. In *Structures and architecture*. London : CRC Press, 458-465, 2010.
- [3] Čizmar, D., Rajčić, V., Kirkegaard, P.H., Sorensen, J.D.: Probabilistička ocjena robusnosti konstrukcija, *GRAĐEVINAR* 63 (2011) 5, pp. 431-439
- [4] Moe, J.: The mechanism of failure of wood in bending. *Publication International Association for Bridge & Structural Engineering*, 21, pp. 163-178, 1961.
- [5] Nwokoye, D. N.: An investigation into an ultimate beam theory for rectangular timber beams - solid and laminated. *Timber research and development association (TRADA)*, 1972.
- [6] Zakić, B.: *Plasticity in wood*. Serbian Academy of Sciences and Arts, 2003.
- [7] Bazan, I. M.: *Ultimate Bending Strength of Timber Beams*. Nova Scotia Tech. College, Halifax, 1980.
- [8] Zaw, K. M., Mohamed, Z., Seleh, A. B., & Baker, S. A.: A modified stress model to predict the ultimate bending strength of solid timber beams using plastic approach. *Kejuruteraan Awam*, 17, pp. 30-45, 2005.
- [9] Buchanan, A. H.: Bending strength of lumber. *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, 116, pp. 1213-1229, 1990.
- [10] Hrvatska norma HRN EN 408: Drvene konstrukcije – Konstrukcijsko drvo i lijepljeno lamelirano drvo – Određivanje fizikalnih i mehaničkih svojstava (EN 408:2003). Zagreb, 2006.
- [11] Hrvatska norma HRN EN 380: Drvene konstrukcije – Metode ispitivanja – Opća načela za ispitivanje statičkim opterećenjem (EN 380:1993). Zagreb. 2006.
- [12] Haiman, M.: *Analiza sigurnosti lameliranih nosača*, disertacija, Građevinski fakultet 2001, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb.
- [13] Bodig, J., Jane, A.B.: *Mechanics of Wood and Wood Composites* 1982, New York: Van Nostrand Reinhold Company. 712.
- [14] Carrington, H.: The elastic constants of spruce. *Philosophical Magazine*, 1923. 45, pp. 1055-1057.
- [15] Jenkin, C.F.: *Report on materials used in the construction of aircraft and aircraft engines*, 1920, Her Majesty's Stationery Office: London, pp. 95-131.
- [16] Doyle, D.V., Drow, J.T., McBurney, R.S.: Elastic properties of wood. The Young's Moduli, Moduli of Rigidity, and Poisson's Ratios of Balsa and Quipo (1528). The Elastic Properties of Wood. The Moduli of Rigidity of Sitka Spruce and heir Relations to Moisture Content (1528-A). The Elastic roperties of Wood. Young's Moduli and Poisson's Ratio of Sitka Spruce and Their Relations to Moisture Content (1528-B). *Forest Products Laboratory*, 1945. 41, 15, 38.
- [17] European Committe for Stardardization (CEN), EN 1194:1999 in Timber structures - Glued laminated timber - Strength classes and determination of characteristic values 1999, CEN. Brussels, Belgium.
- [18] European Committe for Stardardization (CEN), EN 338:2003 in Structural timber - Strength classes 2003, CEN. Brussels, Belgium.
- [19] Pavković, K., Haiman, M., Meštović, M., Rajčić, V.: Rješenje čvora rešetke spajalom velikog promjera, *GRAĐEVINAR* 65 (2013) 10, pp. 869-878
- [20] Xu, B., H., et al., Numerical and experimental analyses of multiple-dowel steel-to-timber joints in tension perpendicular to grain. *Engineering Structures*, 2009. 31, pp. 2357-2367.