

# Simulacija toplinskog toka u betonu

---

**Mikulić, Dunja; Milovanović, Bojan; Gabrijel, Ivan**

*Source / Izvornik:* **Građevinar, 2010, 62, 941 - 950**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:776014>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-20**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)



# Simulacija toplinskog toka u betonu

Dunja Mikulić, Bojan Milovanović, Ivan Gabrijel

## Ključne riječi

masivni beton,  
toplinski tok,  
temperaturno polje,  
Schmidtova metoda,  
metoda konačnih  
elemenata,  
utjecajni parametri

## Key words

mass concrete,  
heat flow,  
temperature range,  
Schmidt method,  
finite element method,  
influence parameters

## Mots clés

béton de masse,  
flux calorifique,  
variations de température,  
méthode de Schmidt,  
méthode des éléments finis,  
paramètres d'influence

## Ключевые слова

массивный бетон,  
тепловой поток,  
температурное поле,  
метод Шмидта,  
метод конечных  
элементов,  
влияющие параметры

## Schlüsselworte

Massivbeton,  
Wärmefluss,  
Temperaturfeld,  
Verfahren von Schmidt,  
Methode der endlichen  
Elemente,  
Einflussparameter

D. Mikulić, B. Milovanović, I. Gabrijel

Izvorni znanstveni rad

## Simulacija toplinskog toka u betonu

U radu je prikazana metodologija i metode koje se upotrebljavaju za predviđanje temperaturnog polja u masivnom betonu. Prikazana je teorijska podloga Schmidtove numeričke metode i metode konačnih elemenata te način određivanja ulaznih parametara za proračun. Napravljena je analiza slučaja uz variranje utjecajnih parametara materijala, uvjeta i tehnologije betoniranja kako bi se optimirala tehnologija građenja u cilju smanjenja rizika od pojave pukotina, nastalih od topline.

D. Mikulić, B. Milovanović, I. Gabrijel

Original scientific paper

## Simulation of heat flow in concrete

The methodology and methods used in estimating temperature field in mass concrete are presented. Theoretical background for the Schmidt numerical method and the finite element method are given, and the way in which input parameters are defined is shown. The case study, involving variation of influence parameters from materials, concreting requirements and concreting technology, was conducted so that the construction technology can be optimised by reducing the heat-induced cracking hazard.

D. Mikulić, B. Milovanović, I. Gabrijel

Ouvrage scientifique original

## Simulation de flux calorifique dans le béton

La méthodologie et les méthodes utilisées dans l'estimation des variations de température dans le béton de masse sont présentées. Les bases théoriques de la méthode numérique de Schmidt et de la méthode des éléments finis sont fournies, et la manière dans laquelle les paramètres d'entrée sont définis est présentée. L'étude de cas, avec la variation des paramètres d'influence pour les matériaux, les exigences de bétonnage et la technologie de bétonnage, a été conduite dans le but d'optimiser la technologie de construction en réduisant le hasard de fissuration due à la température.

Д. Микулич, Б. Милованович, И. Габријел

Оригинална научна работа

## Симуляция теплового потока в бетоне

В работе приведены методология и методы, используемые для прогнозирования температурного поля в массивном бетоне. Приведено теоретическое обоснование цифрового метода Шмидта и метода конечных элементов, а также способ определения входных параметров для расчета. Выполнен анализ случая при варьировании влияющих параметров материала, условий и технологии бетонирования для оптимизации технологии строительства с целью снижения риска появления трещин, вызванных теплотой.

D. Mikulić, B. Milovanović, I. Gabrijel

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

## Simulierung des Wärmeflusses im Beton

Im Artikel sind Methodologie und Methoden dargestellt die für die Vorhersage des Temperaturfeldes im Massivbeton genutzt werden. Dargestellt ist die theoretische Unterlage des numerischen Verfahrens von Schmidt und der Methode der endlichen Elemente, sowie die Art und Weise der Festlegung der Eingangsparameter für die Berechnung. Hergestellt ist eine Analyse des Falls mit Änderung der Einflussparameter des Baustoffs, der Bedingungen und der Technologie des Betonierens um die Technologie des Bauens zu optimieren, mit dem Ziel das Risiko der Erscheinung von wärmeverursachten Rissen zu mindern.

Autori: Prof. dr. sc. **Dunja Mikulić**, dipl. ing. fizike; **Bojan Milovanović**, dipl. ing. građ.; **Ivan Gabrijel**, dipl. ing. građ.; Zavod za materijale, Sveučilište u Zagrebu Građevinski fakultet, Zagreb

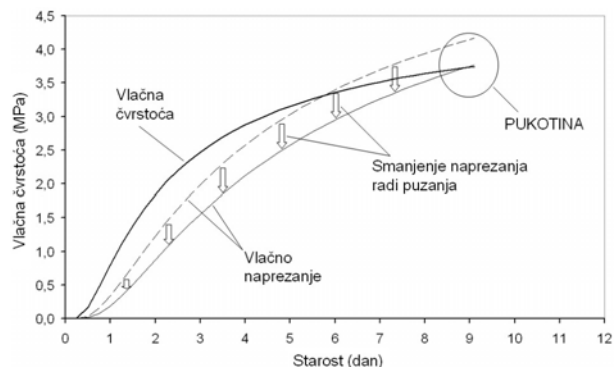
## 1 Uvod

Uz masivni beton vezani su problemi velike količine topline hidratacije i prateća pojava pukotina u betonskim elementima. Jedan od najvećih izazova u projektiranju konstrukcija od masivnog betona je izbjegavanje pojave pukotina upotrebom materijala optimalnih svojstava, optimiranjem tehnologije betoniranja bez obzira na dimenzije betonskog elementa i vremenske uvjete betoniranja.

Nastanak toplinskih napreznja u mladom betonu uvjetovan je osim parametara toplinske analize i vremenski promjenjivim parametrima mehaničkih svojstva u vremenu očvršćivanja betona. U masivnom betonu toplinska djelovanja izazivaju toplinske deformacije koje uzrokuju:

- direktna unutarnja napreznja zbog temperaturnog gradijenta koji nastaje zagrijavanjem unutrašnjosti bloka u procesu hidratacije i gubljenjem topline u hladniji okoliš te sprječivosti toplinskih deformacija bloka.
- indirektna unutarnja napreznja uzrokovana nejednolikim puzanjem betona po visini presjeka kao posljedica nejednolike distribucije temperature i vrijednosti vlastite težine po visini bloka.

Nastala vlačna napreznja uslijed toplinskih djelovanja, mogu prijeći vrijednost vlačne čvrstoće i tako izazvati pojavu pukotina (slika 1.). Posljedično se ugrožava nosivost, uporabivost i trajnost građevine.



Slika 1. Shema razvoja vlačnih napreznja i vlačne čvrstoće betona [1].

Toplinska analiza i prateća pojava pukotina izrazito je nelinearan problem za bilo koji praktični slučaj, što je posljedica promjenjivosti:

- *rubnih uvjeta* – zbog promjenjive vanjske temperature, utjecaja vjetera, radijacije
- *svojstava betona u vremenu* - mijenjaju se parametri puzanja, modul elastičnosti, vlačna čvrstoća, koeficijent toplinske deformacije, specifični toplinski kapacitet, toplinska provodljivost, temperatura betona, itd.

- *svojstava betona s obzirom na položaj u prostoru* - nejednolikost strukture utječe na pojavu lokalnih procesa koji u konačnosti mogu značajno utjecati na nastanak pukotina.
- *uvjeta izvedbe* - uvjetuje složeno stanje distribucije temperature uslijed izvedbe novog bloka na stari, još potpuno neohlađeni blok. Izvjesni podbačaji u kvaliteti izvedbe zbog moguće segregacije betona zbog prisustva zrna agregata do promjera 100 mm.

Glavni indikator nastanka toplinskih pukotina u masivnom betonu je generirana toplina nastala procesom hidratacije cementa, a temperaturno polje je uvjetovano geometrijom betonskih blokova, fizikalnim i toplinskim svojstvima betona i promjenjivim uvjetima okoliša.

Kod projektiranja tehnologije izvedbe betonskih konstrukcija postavljeni su i zahtjevi koji se sastoje od dva osnovna uvjeta. Temeljem iskustva i laboratorijskih istraživanja utvrđena je maksimalna temperatura koju beton smije postići s obzirom na proces hidratacije i utjecaje temperature na konačnu čvrstoću  $T_{\max} = 65$  °C. Drugi je uvjet znatno složeniji i odnosi se na temperaturni gradijent, koji se formira od unutrašnjosti prema površini betona (slika 1.). Iskustveno je utvrđeno da do pojave pukotina u površinskom sloju betona neće doći ukoliko temperaturni gradijent ( $dT/dx$ ) ne bude veći od 25 °C/25 cm. Ugrađivanje betona pri vanjskim temperaturama nižim od 5 °C ili višim od 30 °C smatra se betoniranjem u posebnim uvjetima [1, 2, 3, 4, 5]. Da bi se ostvarili navedeni temperaturni zahtjevi, potrebno je provesti toplinsku analizu betonskog bloka s rubnim uvjetima koji odgovaraju stvarnom stanju pri izvedbi bloka.

## 2 Toplinska analiza

Osnovni matematički izraz kojim se određuje distribucija temperature u čvrstom tijelu koje sadrži unutarnji izvor topline razvio je Fourier [6, 7]. Ako je materijal gustoće  $\rho$  i specifičnog toplinskog kapaciteta  $c$  homogen i izotropan vrijedi izraz:

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

gdje je  $\lambda$  toplinska provodljivost,  $T$  temperatura i  $x, y, z$  su koordinate u Kartezijevom koordinatnom sustavu,  $t$  vrijeme.  $q$  toplina generirana u unutrašnjosti diferencijalnog elementa u jedinici vremena. Izraz (1) se može prikazati i u obliku:

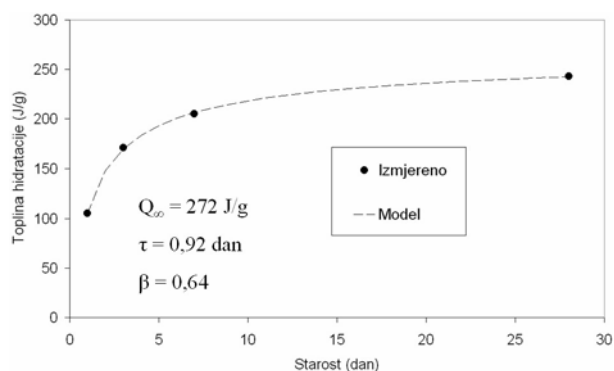
$$\lambda \nabla^2 T + q = \rho \cdot c \cdot \dot{T} \quad (2)$$

U masivnom betonu, prirast generirane količine topline  $q$  povezan je s adijabatskim porastom temperature kao posljedicom hidratacije cementa. Metode koje kvantifi-

ciraju toplinu hidratacije cementa tvore osnovnu komponentu svih načina i metoda rješavanja gore predstavljenog matematičkog problema. Generiranje topline hidratacije cementa može se opisati troparametarskim eksponencijalnim modelom [8]:

$$Q(t) = Q_{\infty} * e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)^{\beta}} \quad (3)$$

gdje je  $Q(t)$  toplina hidratacije koja će se osloboditi do vremena  $t$ ,  $Q_{\infty}$  je ukupna toplina hidratacije koja će se osloboditi do kraja procesa hidratacije cementa,  $\tau$  je vremenski parametar, točka infleksije, a  $\beta$  koeficijent zakrivljenosti krivulje. Parametri modela  $Q_{\infty}$ ,  $\tau$  i  $\beta$  mogu se odrediti prilagodbom krivulje rezultatima mjerenja topline hidratacije cementa iz adijabatske krivulje cementa, odnosno eksperimentalnim mjerenjem oslobađanja topline hidratacije cementa i/ili betona (slika 2.).



Slika 2. Prilagodba krivulje troparametarskog modela podacima izmjerene topline hidratacije metodom otapanja za cement CEM III/B 32,5 N-SR/LH [2]

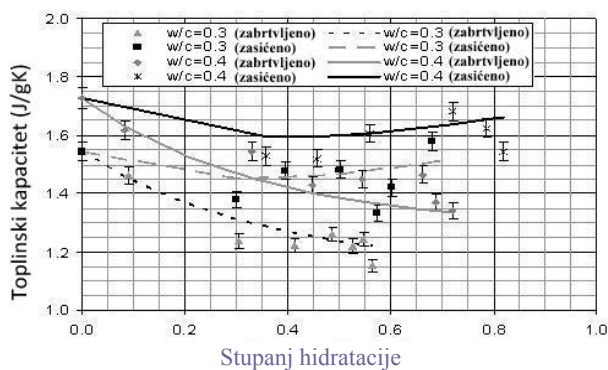
Beton je materijal koji mijenja svoja svojstva tijekom očvršćivanja, što je osobito izraženo unutar prvih nekoliko dana. Razvoj mehaničkih svojstava, poput tlačne i vlačne čvrstoće te modula elastičnosti betona uzima se u obzir prilikom analize toplinskih naprezanja, dok se vrijednosti toplinskih svojstava poput toplinske provodljivosti i specifičnog toplinskog kapaciteta uzimaju kao konstante i to one za očvrslu beton [9,10,11,12].

Novija istraživanja u svijetu potvrđuju da su pri upotrebi modela za predviđanje utjecaja razvoja topline hidratacije, neovisno radi li se o pojednostavljenom jednodimenzionalnom ili potpuno razvijenom trodimenzionalnom toplinskom prijenosu, kritični ulazni podaci termo-fizikalna svojstva betona i to kao funkcija vremena.

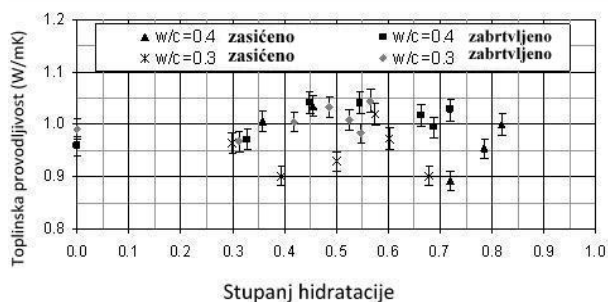
Ta svojstva ovise o omjeru pojedinih sastojaka betonske mješavine, o termo-fizikalnim svojstvima agregata i svojstvima veziva u hidratizirajućoj cementnoj pasti. Rezultate prethodnih mjerenja specifičnog toplinskoga

kapaciteta i toplinske provodljivosti te toplinske difuzivnosti za cementne materijale saželi su de Schutter i Taerwe [13, 14], te je provedeno i nekoliko dodatnih istraživanja [15, 16, 17, 18, 19, 20]. Većina novijih istraživanja usmjerena su na toplinsku provodljivost, pri čemu dobivene vrijednosti za svojstva hidratizirajuće cementne paste još uvijek pokazuju znatno raspršenje rezultata

Bentz [21] u svom istraživanju, mjeri toplinski kapacitet i toplinsku provodljivost cementne paste u svježem stanju pa do starosti od 28 dana i pri tome varira uvjete njegovanja i v/c omjer. Razvija analitičke izraze za procjenu toplinskog kapaciteta i toplinske provodljivosti kao funkcije stupnja hidratacije. Rezultati ispitivanja promjene specifičnog toplinskog kapaciteta i toplinske provodljivosti cementne paste dani su na slikama 3. i 4.

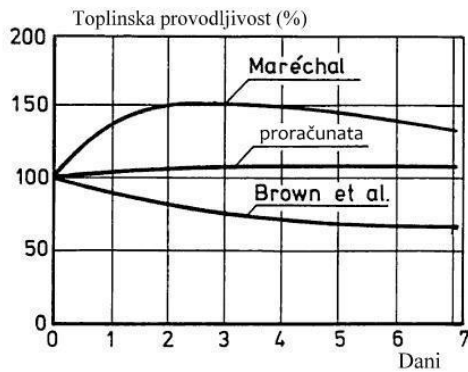


Slika 3. Izmjereni specifični toplinski kapacitet cementne paste kao funkcija stupnja hidratacije, ovisno o uvjetima njegovanja [21]



Slika 4. Izmjerene vrijednosti toplinske provodljivosti cementne paste kao funkcije stupnja hidratacije [21]

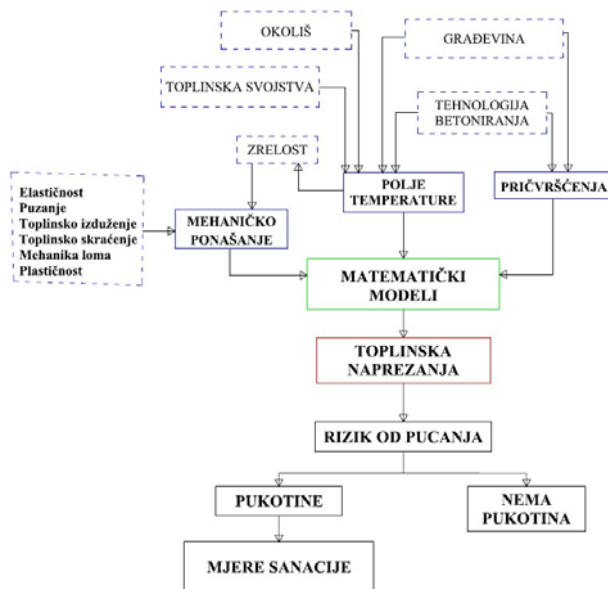
Marechal [22] dolazi do zaključka da se toplinska provodljivost cementne paste poveća do 50 % u prva četiri dana starosti betona, s druge strane Brown i Hundt [14] su primijetili da se toplinska provodljivost betona smanjuje za 20 % do 30 %. Analitička procjena transformacije cementa i vode u gel provedena na osnovi modela za porozne materijale nije otkrila značajniji pad toplinske provodljivosti betona [23], dapače slaže se s istraživanjima Morabita [20] i Marechala [22] (slika 5.).



Slika 5. Promjena toplinske provodljivosti betona u ovisnosti o vremenu [14]

### 3 Metode rješavanja problema toplinskog toka

Najvažniji parametri koji utječu na razvoj toplinskih naprežanja u mladom betonu prikazani su u dijagramu na slici 6. [31].



Slika 6. Shematski prikaz parametara koji utječu na toplinska naprežanja i pojavu pukotina u mladom betonu

Predviđanje polja temperatura kao i polja naprežanja unutar betonskih elemenata su nužna zbog sprječavanja pojave pukotina koje mogu prouzročiti konstrukcijske i trajnosne probleme konstrukcije tijekom njezinog uporabnog vijeka. Opisani problem rješava se termo-mehaničkom analizom problema, pri čemu se prihvaća pretpostavka da polje temperature utječe na polje naprežanja, ali obrnuti utjecaj je zanemariv [32]. Zbog toga proračun se dijeli u dva dijela, na proračun polja temperatura koje služi kao ulazni podatak za proračun polja naprežanja i rizika pojave pukotina. U ovom radu pažnja je posvećena prikazu metoda proračuna polja temperatura i toplinskog toka.

#### 3.1 Schmidtova metoda

Za rješavanje matematičkog problema (1) prikazanog u poglavlju 2 ne postoji rješenje u zatvorenom obliku.

Kao najjednostavnija metoda za rješavanje koristi se Schmidtova numerička metoda koja se temelji na teoremu da je u promatranom tijelu, podijeljenom na jednake elemente, i uz istodobno zadovoljenje fizikalnih ograničenja, temperatura promatranog inkrementa na kraju vremenskog intervala jednaka srednjoj temperaturi dvaju susjednih elemenata na početku istog vremenskog intervala [33].

Tom je metodom omogućena kontrola maksimalne temperature i temperaturnog gradijenta koji se javlja u masivnom betonu uslijed ekstremnih početnih uvjeta i uvjeta okoline omogućena je analiza raznih parametara tehnologije izvedbe, kao što su visina blokova, početna temperatura betona, količina cementa, vrsta cementa, te temperatura okoline. Kod Schmidtove metode potrebno je poznavati tri svojstva materijala, adijabatski temperaturni rast, gustoću i toplinsku difuzivnost materijala.

Fizikalna podloga metode definirana je na slijedeći način:

$$\Delta t = \frac{(\Delta x)^2}{2\alpha^2} \quad (4)$$

gdje je  $\Delta t$  vremenski interval,  $\Delta x = h/n$  dužina elementa ( $h$  - visina betonskog bloka,  $n$  - broj elemenata ili slojeva na koje je betonski blok podijeljen), a  $\alpha^2$  ( $m^2/h$ ) - toplinska difuzivnost definirana sljedećim izrazom:

$$\alpha^2 = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \quad (5)$$

gdje je  $\lambda$  ( $W/m/K$ ) toplinska provodljivost,  $c$  ( $J/kg/K$ ) je specifični toplinski kapacitet, a  $\rho$  ( $kg/m^3$ ) je gustoća betona

Proračun temperature prostornog inkrementa u određenom vremenskom intervalu dobiva se uprosječivanjem temperatura dvaju susjednih inkremenata iz prethodnog vremenskog intervala. Ako su  $T_p$ ,  $T_q$  i  $T_r$  temperature triju susjednih inkremenata u vremenu  $t_1$ , tada za vrijeme  $t_2$  vrijedi izraz:

$$T_q + \Delta T_q = \frac{1}{2} \cdot (T_p + T_r) \quad (6)$$

Temperatura tla, zraka, početna temperatura bloka, vrijeme ugradnje bloka na blok i visina bloka su početni uvjeti koji se određuju na početku simulacije. Temperatura zraka se može mijenjati od koraka do koraka neovisno o načinu simulacije. Kada je poznata toplina hidratacije cementa  $Q(t)$ , odredi se porast temperature prema izrazu:

$$\Delta T_q(t) = Q(t) \cdot \frac{m_c}{\rho \cdot c} \quad (7)$$

gdje je  $\Delta T(t)$  adijabatski porast temperature ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $m_c$  masa cementa ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ),  $\rho$  gustoća betona ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ) i  $c$  specifični toplinski kapacitet betona ( $\text{J}/\text{kg}^{\circ}\text{C}$ ).

Rezultati proračuna Schmidtovom metodom odstupaju od rezultata eksperimentalnih mjerenja temperature u betonskim blokovima manjih dimenzija što se objašnjava činjenicom da se radi o jednodimenzijском proračunu koji se temelji na principu superpozicije. Za betonske elemente velikih dimenzija Schmidtova metoda relativno točno predviđa vrijednost maksimalne temperature i trenutak u vremenu kad se maksimalna temperatura dostiže, ali je potrebno napomenuti da su te vrijednosti redovito precijenjene u usporedbi s mjerenjima i višedimenzionalnim simulacijama tako da postoji određeni stupanj sigurnosti [34].

### 3.2 Formulacija metode konačnih elemenata za toplinsku analizu

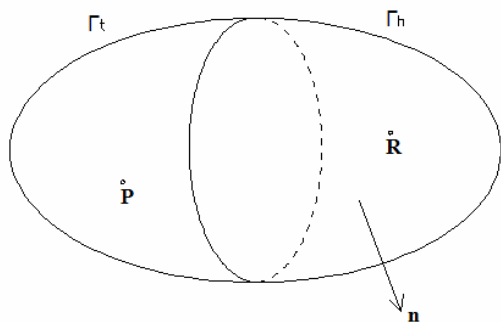
Postoji mnogo pristupa za formulaciju metode konačnih elemenata u rješavanju raspodjele temperature u masivnom betonu, a najčešće se primjenjuje onaj Souza Lime [7].

Razmatra se tijelo s dva različita rubna uvjeta:  $\Gamma_t$  gdje je određena temperatura i  $\Gamma_h$  s uvjetom rubne konvekcije (slika 7.). Za točku  $P$  koja pripada  $\Gamma_t$ , za stacionarno stanje vrijedi:

$$T = f(P) \quad (8)$$

a za točku  $R$  koja pripada  $\Gamma_h$ , za stacionarno stanje vrijedi:

$$h_c \frac{\partial T}{\partial n} = g(R) - h_c \cdot T \quad (9)$$



Slika 7. Rubni uvjeti (temperatura na  $\Gamma_t$  i konvekcija na  $\Gamma_h$ ) [7]

Razmatra se funkcija  $\Phi$ , koja se naziva interpolacijska funkcija koja je kontinuirana na području prikazanom na slici 7., a najčešće ima oblik polinoma. Uvjet je da je  $\Phi = 0$  na granici  $\Gamma_t$ . Nema uvjeta za  $\Phi$  na granici  $\Gamma_h$ .

Za nestacionarno stanje Fourierov zakon glasi:

$$\lambda \nabla^2 T + q = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (10)$$

gdje su  $T$  i  $q$  funkcije vremena.

Primjenom teorema o divergenciji dobiva se:

$$\begin{aligned} \lambda \int_V \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV + h_c \int_{\Gamma_h} \Phi T dS = \\ = \int_V \Phi q dV + \int_{\Gamma_h} \Phi g dS - \rho \cdot c \int_V \Phi \frac{\partial T}{\partial t} dV \end{aligned} \quad (11)$$

To u matricnom obliku izgleda:

$$[\lambda] \{T\} = \{q\} - [c] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} \quad (12)$$

gdje je  $[c]$  matrica specifičnog toplinskog kapaciteta ( $n \times n$ ):

$$c_{ij} = \rho \cdot c \int_V \Phi_i \Phi_j dV \quad (13)$$

Ako se promatra mali vremenski interval  $\Delta t$ , vrijedi:

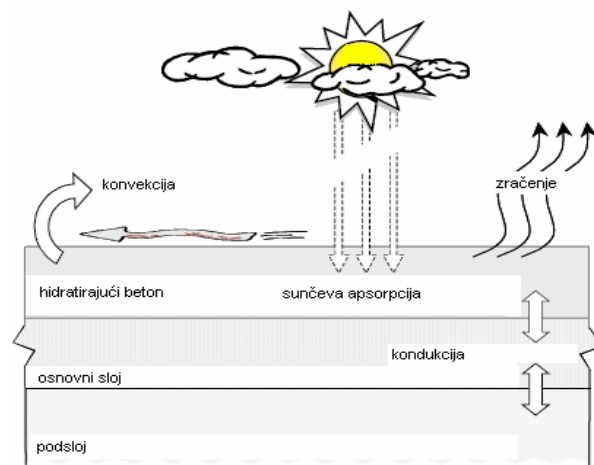
$$\left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} = \frac{1}{\Delta T} [\{T(t)\} - \{T(t - \Delta t)\}] \quad (14)$$

te ako se uvrsti izraz (14) u (12) dobiva se:

$$\left( [\lambda] + \frac{1}{\Delta T} [c] \right) \{T(t)\} = \{q\} + \frac{1}{\Delta T} [c] \{T(t - \Delta t)\} \quad (15)$$

Počevši od poznate početne temperature, za prvi korak  $\Delta t$  izračuna se  $T(\Delta t)$ , nakon čega je poznata temperatura nakon vremena  $\Delta t$ . Tada se za drugi korak zadaje  $\Delta t$  i nastavlja se proračun dok nije poznata raspodjela temperature u vremenu.

Za toplinski proračun konstrukcija od masivnog betona važni su rubni uvjeti, prikazani na slici 8.



Slika 8. Izmjenjivanje topline s okolinom [11]

Početni uvjeti su definirani distribucijom temperature u betonu u vremenu nula, trenutku betoniranja kao poznatom funkcijom prostora

$$T(x, y, z, t = 0) = f(x, y, z) \quad (16)$$

Mogu se definirati tri granična uvjeta:

I. Propisana temperatura na granici:

$$T(x, y, z, t) = f(x, y, z, t) \quad x, y, z \text{ na } \Gamma_t \quad (17)$$

II. Propisano provođenje topline na granici:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z, t) = q_n(x, y, z, t) \quad x, y, z \text{ na } \Gamma_q \quad (18)$$

gdje je  $q_n$  poznati toplinski tok u točki  $(x, y, z)$  a  $n$  je normala na granicu.

III. Propisano strujanje na granici: - brzina prijenosa topline strujanjem između površine betonskog bloka i zraka dana je definirana je jednadžbom

$$h_c \frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z, t) = h_c(T_e - T_s) = g(x, y, z, t) - h_c \cdot T_s$$

$$x, y, z \text{ na } \Gamma_h \quad (19)$$

gdje je  $h_c$  koeficijent prijenosa topline strujanjem,  $T_e$  je poznata temperatura zraka,  $T_s$  je temperature površine betona,  $g(x, y, z, t) = hT_e$ , a  $\Gamma_h$  je dio granice preko koje se događa prijenos topline strujanjem.

Kod konstrukcija od masivnog betona dominantan utjecaj imaju granični uvjeti I i III, dakle temperaturne granice i prijenos topline strujanjem [7]

#### 4 Eksperimentalni i teorijski primjeri

##### 4.1 Primjer proračuna polja temperatura

U Zavodu za materijale Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu izrađeni su proračuni za mnoge masivne betone u inozemstvu i u Republici Hrvatskoj. Proračuni temperaturnih promjena u betonu u adijabatskim uvjetima provedeni su primjenom računalnog programa TEMHID [35] koji se temelji na Schmidtovoj numeričkoj metodi te programskog paketa DIANA [36, 37], također su provedena i mjerenja temperature u betonskim blokovima za vrijeme betoniranja u svrhu kontrole procesa betoniranja (slike 9.a i 9.b).

U nastavku je dan primjer proračuna razvoja temperaturnog polja u masivnim betonskim blokovima. Proračun je proveden za dvije različite vrste cementa:

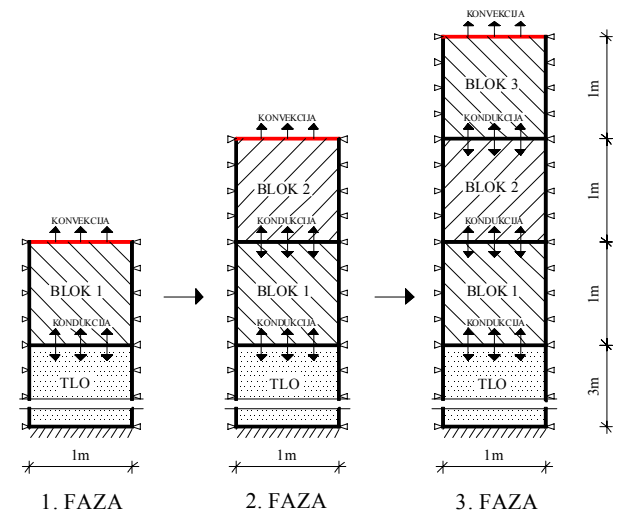
CEM II/A-S 42,5R i cement niske topline hidratacije CEMIII/B 32,5N-SR/LH.



Slika 9. Mjerenje razvoja temperature tijekom betoniranja

Za svaku od navedenih vrsta cementa provedeno je osam proračuna s ciljem provjere predviđenih uvjeta i tehnologije betoniranja (tablica 3.).

Za svaku varijantu proračunan je toplinski tok za tri sloja koji se betoniraju jedan na drugi nakon vremena  $t_b$ . Tako da se do vremena  $t_b$  betonski blok koji se sastoji od jednog sloja, od vremena  $t_b$  do  $2t_b$  betonski blok se sastoji od 2 sloja, a nakon vremena  $2t_b$  betonski blok se sastoji od tri sloja visina  $h$  (slika 10.).



Slika 10. Shematski prikaz modela rabljenog pri proračunu

Toplina hidratacije za oba cementa određena je laboratorijskim ispitivanjem metodom otapanja, a rezultati su prikazani u tablici 1.

Tablica 1. Izmjerena toplina hidratacije

Vrijeme [dan]	Generirana toplina hidratacije [J/g]	
	Vrsta cementa:	
	CEM II/A-S 42,5R	CEM III/B 32,5N-SR/LH
3	301	186
7	338	230
28	394	274

Fizikalna i toplinska svojstva betona i svojstva temeljnog tla definirana su u tablici 2. Svojstva su uzeta u proračun kao konstantne vrijednosti zbog jednostavnosti proračuna Schmidtomovom metodom.

Tablica 2. Fizikalna i toplinska svojstva betona i tla

Materijal	Gustoća $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Toplinska provodljivost $\lambda$ [W/mK]	Specifični toplinski kapacitet $c$ [J/kgK]
Beton	2400	2	1000
Temeljno tlo	1500	2	1000

Na granici između betona i zraka toplina se prenosi strujanjem, dok se utjecaj zračenja zanemaruje. Pretpostavljen je konstantni koeficijent prijenosa topline strujanjem  $h_c = 6,0 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ . Temperatura tla na dubini od 3 m je prihvaćena kao konstanta i iznosi  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ .

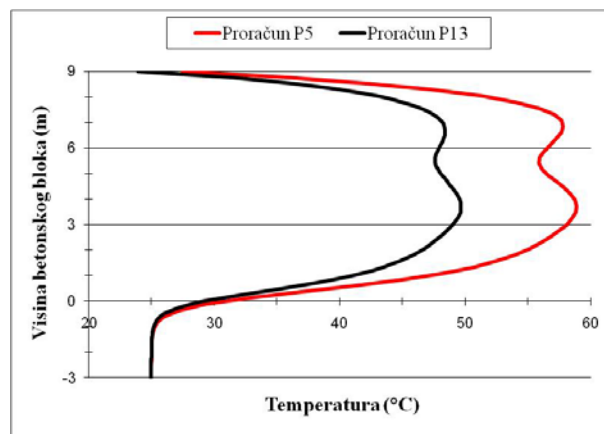
Rezultati proračuna karakterizirani maksimalnom temperaturom i najvećim temperaturnim gradijentima prikazani su u tablici 3.

U tablici 3.  $h$  je visina betonskog bloka,  $T_0$  je početna temperatura betona,  $T_{e,min}$  i  $T_{e,max}$  su minimalne i maksimalne temperature okoliša,  $m_c$  je masa cementa u m<sup>3</sup> betona,  $t_b$  je vrijeme između betoniranja dva susjedna bloka,  $T_{max}$  je maksimalna temperatura u betonu postignuta u trenutku  $t$  nakon betoniranja bloka 1,  $maxgradT$  je maksimalni temperaturni gradijent postignut u trenutku  $t_{grad}$  nakon betoniranja bloka 1.

Tablica 3. Ulazni parametri i rezultati proračuna [37]

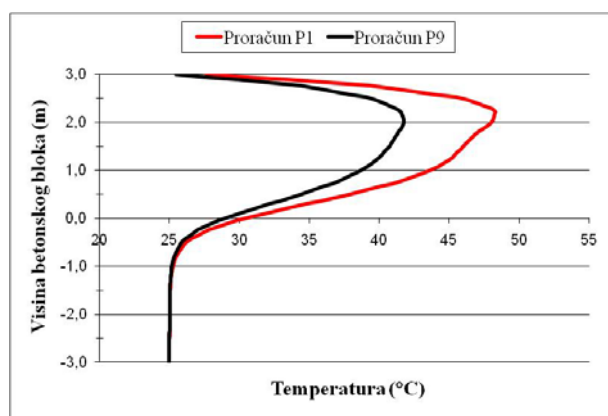
Proračun	$h$	$T_0$	$T_{e,min} - T_{e,max}$	$m_c$	$t_b$	$T_{max}$	$t$	$maxgradT$	$t_{grad}$
	[m]	[ $^\circ\text{C}$ ]	[ $^\circ\text{C}$ ]	[kg]	[dani]	[ $^\circ\text{C}$ ]	[dani]	[ $^\circ\text{C}/25\text{cm}$ ]	[dani]
<b>CEM II/A-S 42,5 R</b>									
P1	1	25	15 - 30	250	3	<b>48,58</b>	9,4	<b>12,15</b>	8,6
P2	1	25	15 - 30	250	7	<b>44,13</b>	16,4	<b>11,23</b>	16,6
P3	1	15	5 - 20	250	3	<b>38,51</b>	9,4	<b>12,12</b>	8,6
P4	1	15	5 - 20	250	7	<b>34,03</b>	16,5	<b>11,20</b>	16,6
P5	3	25	15 - 30	250	3	<b>58,91</b>	12,4	<b>11,88</b>	8,6
P6	3	25	15 - 30	250	7	<b>57,31</b>	13,8	<b>11,88</b>	16,6
P7	3	15	5 - 20	250	3	<b>48,89</b>	12,5	<b>11,84</b>	8,6
P8	3	15	5 - 20	250	7	<b>47,28</b>	13,8	<b>11,84</b>	16,6
<b>CEM III/B 32,5 N-SR/LH</b>									
P9	1	25	15 - 30	250	3	<b>41,99</b>	10,4	<b>9,31</b>	9,6
P10	1	25	15 - 30	250	7	<b>38,06</b>	17,4	<b>8,47</b>	17,6
P11	1	15	5 - 20	250	3	<b>31,97</b>	10,4	<b>9,30</b>	9,6
P12	1	15	5 - 20	250	7	<b>28,00</b>	17,4	<b>8,45</b>	17,6
P13	3	25	15 - 30	250	3	<b>49,69</b>	13,6	<b>8,69</b>	9,6
P14	3	25	15 - 30	250	7	<b>48,15</b>	17,2	<b>8,68</b>	17,6
P15	3	15	5 - 20	250	3	<b>39,69</b>	13,6	<b>8,67</b>	9,6
P16	3	15	5 - 20	250	7	<b>38,13</b>	17,2	<b>8,66</b>	17,6

Grafički prikaz distribucije temperature po visini betonskog bloka (slike 11. i 12.) dan je za trenutak u kojem je postignuta maksimalna temperatura  $T_{max}$  (slučajevi P5 i P13 iz tablice 3) i maksimalni temperaturni gradijent  $maxgradT$  (slučajevi P1 i P9 iz tablice 3.).

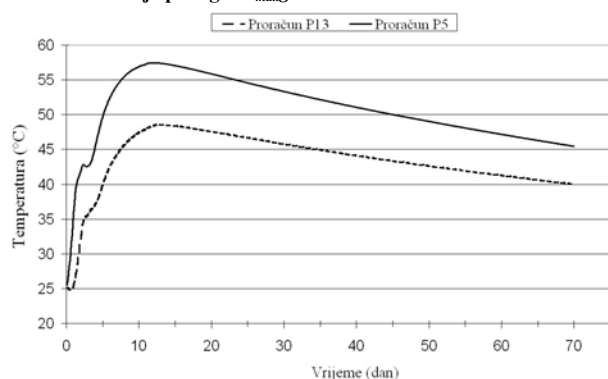
Slika 11. Distribucija temperature po visini bloka u trenutku  $t$  kad je postignuto  $T_{max}$ 

Grafički prikaz promjene temperature u vremenu za čvor u kojem se pojavila  $T_{max}$  (slučajevi P5 i P13 iz tablice 3.) prikazan je na slici 13., dok je na slici 14. prikazana promjena temperature u vremenu za čvor na površini bloka 3 i čvor na dubini od 25 cm ispod površine bloka 3, čvorove između kojih se javlja najveći temperaturni gradijent  $maxgradT$  (slučajevi P1 i P9 iz tablice 3.).

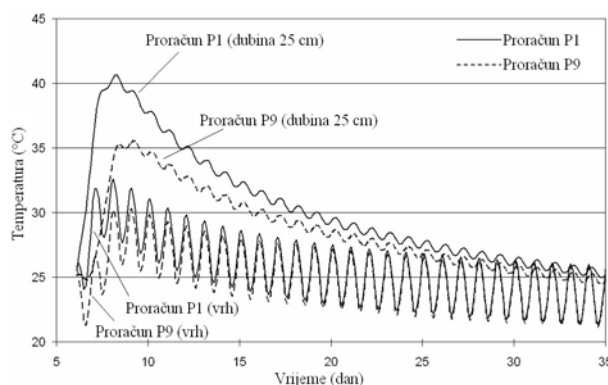




Slika 12. Distribucija temperature po visini bloka u trenutku  $t_{grad}$  kad je postignut  $max_{grad} T$



Slika 13. Promjena temperature u vremenu za čvor u kojem je postignuta  $T_{max}$



Slika 14. Promjena temperature u vremenu za čvorove s  $max_{grad} T$

#### 4.2. Analiza rezultata proračuna polja temperatura

Na osnovu višegodišnjeg iskustva i velike baze rezultata proračuna za različite uvjete betoniranja, tehnologije gradnje i vrste betonskih mješavina iz proračuna Schmidtomovom metodom i metodom konačnih elemenata u programskom paketu DIANA mogu se izvesti slijedeće konstatacije:

- Utjecaj početne temperature ugradnje

Porast početne temperature betona od 1 °C uvjetuje porast maksimalne temperature u bloku od 1 do 1,2 °C.

- Utjecaj količine cementa

Povećanje količine cementa od 10 kg/m<sup>3</sup> uvjetuje porast maksimalne temperature za 1 °C. Maksimalni temperaturni gradijent raste s porastom količine cementa na kubični metar betona.

- Utjecaj visine bloka

Maksimalna temperatura bloka povećava se znatnije promjenom visine bloka od 1,0 m na 2,0 m. Kod cementa niske topline hidratacije maksimalna temperatura raste za 4 °C. Porast maksimalne temperature kod promjene visine bloka s 2,0 m na 3,0 i 4,0 m je manji. Maksimalni temperaturni gradijent se neznatno mijenja s promjenom visine bloka.

- Utjecaj za vremenskih razmaka ugradnje bloka na blok

Promjena razmaka ugradnje bloka na blok od 1 na 3 i 7 dana dovodi do male promjene maksimalne temperature od 1 do 3 °C. Maksimalni temperaturni gradijent se ne mijenja s promjenom vremenskog razmaka ugradnje bloka na blok.

- Utjecaj temperature okoline

Konstantna dnevna temperatura okoline uzrokuje konstantni temperaturni gradijent (6 – 7°C/ 25 cm) za različite visine blokova i različite razmake ugradnje bloka na blok. Ako se temperatura okoline mijenja za 15°C, maksimalni temperaturni gradijent se mijenja za 11 do 12°C / 25 cm za sve visine blokova i vremena ugradnje.

U uvjetima povećanja temperature betona bez disipacije (ako je betonski element u oplati koja je dobar toplinski izolator), povećanje maksimalne temperature može biti znatno veće, pa nakon skidanja oplata može doći do „temperaturnog šoka“ i pucanja elemenata. Ovo je česti slučaj kod nepažljivog njegovanja betona u okolnostima većih dnevnih temperaturnih razlika.

## 5 Zaključak

Glavna zadaća kod projektiranja i izvođenja konstrukcija od masivnog betona, kao što su primjerice masivne betonske brane, je da konstrukcija u svom uporabnom vijeku ostane monolitna i da se spriječi pojava pukotina koje smanjuju uporabni vijek konstrukcije. Glavni ulazni parametar i inicijator nastanka toplinskih pukotina u masivnom betonu je generirana toplina nastala procesom hidratacije. Iz tog razloga su bitni proračuni polja temperatura i polja naprezanja kojima se može predvidjeti toplinsko ponašanje betona te optimizacija tehnologije građenja kako bi se smanjio rizik pojave pukotina. Proračune je potrebno napraviti s izmjerenim svojstvima

materijala koji će se rabiti tijekom betoniranja. Jednako tako važno je provesti mjerenja stvarne temperature koja se javlja u betonskim blokovima tijekom betoniranja zbog kontrole  $T_{max}$  i  $maxgradT$ .

Osnovna karakteristika po kojoj se masivni beton razlikuje od „običnog“ betona je njegovo toplinsko ponašanje. Proveden je niz proračuna s različitim parametrima: visina bloka, vremenski razmak između ugradnje bloka na blok, početna temperatura betona kod ugradnje, vanjska temperatura i vrsta cementa i na temelju dobivenih

rješenja proračuna odredio se utjecaj pojedinih parametara na iznose maksimalnih temperatura i maksimalnih temperaturnih gradijenata koji se pojavljuju u betonu.

Mogućnost unaprijednja proračuna postoji u definiranju fizikalnih i toplinskih svojstava materijala u ovisnosti o vremenu odnosno stupnju hidratacije cementa. Jednako tako potrebno je posvetiti pozornost i modelima materijala i matematičkih metoda za predviđanje polja naprezanja u betonu i procjene rizika od pojave pukotina.

### Zahvala

Opisano istraživanje je provedeno u sklopu znanstvenog projekta „Od nano do makrostrukture betona“, 082-0822161-2990, koji je financiran od strane Ministarstva znanosti obrazovanja i športa Republike Hrvatske, na čemu autorice i autor zahvaljuju.

### LITERATURA

- [1] Ukrainczyk, V.; Mikulić, D.: *Temperature promjene u masivnom betonu brane Hemrin u Iraku*, Građevinar, Zagreb, 12, pp. 517-522., 1980.
- [2] Uzelac, S.; Gabrijel, I.; Mikulić, D.: *Temperature Changes in Mass Concrete of the Hydro Power Plant Lešće in Croatia*; Maximizing the benefits of Hydropower proceedings, Sutton: Aqua-Media International, 2006
- [3] Ukrainczyk, V.; Mikulić, D.; Mekhile, Y.: *Cracks in mass concrete at early ages in Haditha dam, Commission Internationale des Grands Barrages*, Lausanne, pp. 557-570., 1985
- [4] Mikulić, D.; Stipanović, I.: *Analiza temperaturnog toka u betonu*, I. simpozij Računalstvo u graditeljstvu: Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 239-244, 2003.
- [5] Mikulić, D.; Gabrijel, I.; Uzelac, S.: *Calculation of Temperature Changes in Mass Concrete of Hydro Power Plant*; Concrete Structures - Stimulators of development, SECON, 227-234. Zagreb, 2007
- [6] Galović, A.: *Termodinamika II*, Fakultet Strojarstva i Brodogradnje, Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2003.
- [7] Mehta, P. K.; Monteiro, P. J. M.: *Concrete: Microstructure, Properties and Materials*, The McGraw-Hill Companies Inc., New York, 2006.
- [8] Freiesleben Hansen, P.; Pedersen E. J.: *Maleinstrument til control af betons haeerding*, Nordisk Betong 1, Stockholm, 1977.
- [9] Van Breugel, K.: *Prediction of temperature development in hardening concrete*; Prevention of Thermal Cracking in Concrete at Early Ages, Report 15, R. Springenschmid, E&FN SPON, 1991
- [10] Van Breugel, K.: *Prediction of Temperature Development in Hardening Concrete*, RILEM Report 15, Prevention of Thermal Cracking in Concrete at Early Ages, Edited by R. Springenschmid, E & FN Spon, London, pp. 51- 75., 1998
- [11] Ruiz, J.; Schindler, A.; Rasmussen, R.; Kim, P.; Chang, G.: *Concrete temperature modeling and strength prediction using maturity concepts in the FHWA HIPERPAV software*, 7<sup>th</sup> International Conference on Concrete Pavements, Orlando, USA, 2001.
- [12] De Schutter, G.: *Thermal properties*, Early age cracking in cementitious systems, Report 25, A. Bentur, RILEM Publications, 2003.
- [13] De Schutter, G.; Taerwe, L.: *Specific heat and thermal diffusivity of hardening concrete*, Mag. Conc. Res. 47 (172), 203-208, 1995.
- [14] Springenschmid, R.: *Prevention of Thermal Cracking in Concrete*, E & FN Spon, London, 1998.
- [15] Bouguerra, A.; Laurent, J. P.; Goual, M. S.; Queneudec, M.: *The measurement of the thermal conductivity of solid aggregates using the transient plane source technique*, Phys D: Appl Phys 30:2900-2904, 1997.
- [16] Kim, K. H.; Jeon, S. E.; Kim, J. K.; Yang, S.: *An experimental study on thermal conductivity of concrete*, Cement Concrete Res 33: 363-371, 2003.
- [17] Gibbon, G. J.; Ballim, Y.: *Determination of the thermal conductivity of concrete during the early stages of hydration*, Mag Concrete Res 50(3):229-235, 1998.
- [18] Khan, A. A.; Cook, W. D.; Mitchell, D.: *Thermal properties and transient thermal analysis of structural members during hydration*, ACI Materials Journal 95 (3):293-303, 1998.
- [19] Mounanga, P.; Khelidj, A.; Bastian, G.: *Experimental study and modelling approaches for the thermal conductivity evolution of hydrating cement paste*, Advances in Cement Research 16 (3):95-103, 2004.
- [20] Morabito, P.: *Thermal properties of concrete: variations with the temperature and during the hydration phase*, BE96-3843/2001:18-4, 2001.
- [21] Bentz, D.P.: *Transient plane source measurements of the thermal properties of hydrating cement pastes*, National Institute of Standards and Technology, USA, 2007.
- [22] Maréchal, J.C.: *Conductivité Thermique des Matériaux du Bâtiment*, Annales de l'ITBTP, no. 185, pp. 435-442. 1963.
- [30] RILEM Technical Recommendation: *Testing of the Cracking Tendency of Concrete at Early Ages in the Cracking Frame Test*, Materials and Structures, pp. 461-464, 1997.

- [31] Emborg, M.; Westman, G.; Bernander, S.: *Assessment of the risk of thermal cracking in hardening high-strength concrete*, Utilization of High Strength Concrete: Proceedings: Symposium in Lillehammer, Norway. Oslo, 1054-1061. 1993.
- [32] De Borst, R., van den Boogaard, A.: *Finite element modeling of deformation and cracking in early-age concrete*, J. Eng. Mech Div., ASCE; 120(12): 2519-2534, 1994
- [33] ACI Committee 207: *Mass concrete*, Manual of American Concrete Institute, 2006.
- [34] Department of Civil & Environmental Engineering: *Placement of Mass Concrete for Cast-in-Place Concrete Piling*, San Jose State University, San Jose, 2008.
- [35] Krstulović, B.; Mikulić, D.: *Simulacija temperaturne promjene u masivnom betonu pomoću programa TEMHID*, Društvo za ispitivanje i istraživanje materijala i konstrukcija, XVII Kongres, Sarajevo, 1982.
- [36] Bošnjak, D.: *Self-Induced Cracking Problems in Hardening Concrete Structures* Doctoral thesis, department of Structural Engineering, The Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2000
- [37] Milovanović, B.; Mikulić, D.; Đurinek, M.; Uzelac, S.: *Finite Element Simulation of Temperature and Stress Development in Mass Concrete*, The proceedings of the first international conference on computational technologies in concrete structures, Daejeon, Južna Koreja: Techno-Press, 915-927, 2009.