

Tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih presjeka

Kišiček, Tomislav; Sorić, Zorislav; Galić, Josip

Source / Izvornik: **Građevinar, 2010, 62, 1001 - 1010**

Journal article, Published version

Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:520303>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-10**

Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,
University of Zagreb](#)



Tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih presjeka

Tomislav Kišiček, Zorislav Sorić, Josip Galić

Ključne riječi

armiranobetonski presjek,
razred betona,
HRN EN 1992,
savijanje,
dimenzioniranje,
čvrstoća betona

Key words

reinforced-concrete
profile,
concrete grade,
HRN EN 1992,
bending,
design,
concrete strength

Mots clés

profil en béton armé,
classe de béton,
HRN EN 1992,
flexion,
étude,
résistance de béton

Ключевые слова

железобетонное
сечение,
класс бетона,
HRN EN 1992,
изгиб, определение
размеров,
прочность бетона

Schlüsselworte

Stahlbetonquerschnitt,
Betonklasse,
HRN EN 1992,
Biegung,
Bemessung,
Betonfestigkeit

T. Kišiček, Z. Sorić, J. Galić

Prethodno priopćenje

Tablice za dimenzioniranje armiranobetonskih presjeka

Opisan je postupak proračuna parametara potrebnih za dimenzioniranje armiranobetonskih presjeka na savijanje. Objašnjava se potreba za izradom tablica za dimenzioniranje zbog toga što se u normama HRN EN 1992 pojavljuju betoni većeg razreda od C50/60 i zato što se u normama drugačije definiraju proračunske čvrstoće betona za sve razrede betona. Zato postojeće tablice nisu uporabive. U ovom su radu prikazane izrađene tablice za dimenzioniranje posebno za svaki razred betona.

T. Kišiček, Z. Sorić, J. Galić

Preliminary note

Tables for the design of reinforced-concrete profiles according

The procedure used for calculating parameters needed in the bending strength design of reinforced-concrete profiles is described. The need to prepare design tables is justified by the presence of concrete grades higher than C50/60 in HRN EN 1992, and also by different definition of the design strength of concrete as given in individual standards. That is why existing tables can not be used for higher grades of concrete. Design tables with separate presentation of each grade of concrete are given in the paper.

T. Kišiček, Z. Sorić, J. Galić

Note préliminaire

Les tableaux pour l'étude des profils en béton armé selon HRN EN 1992

Le procédé utilisé dans le calcul des paramètres nécessaires pour l'étude de la résistance à la flexion des profils en béton armé est décrit. La nécessité de préparer les tableaux d'étude est justifiée par la présence des classes de béton plus élevées que C50/60 dans la norme HRN EN 1992, et aussi par la définition différente de la résistance projetée de béton présentée dans les normes. C'est pourquoi les tableaux existants ne peuvent pas être utilisés pour les classes plus élevées de béton. Les tableaux d'étude préparés - avec la présentation séparée de chaque classe de béton - sont présentés dans l'ouvrage.

T. Кишечек, З. Сориц, Й. Галич

Предварительное сообщение

Таблицы для определения размеров железобетонных сечений

Описана процедура расчета параметров, необходимых для определения размеров железобетонных сечений, на изгиб. Объясняется необходимость составления таблиц для определения размеров в связи с тем, что в нормах HRN EN 1992 появляются бетоны более высокого класса, чем C50/60, а также в связи с тем, что в нормах по-иному определяются расчетные прочностные бетоны, для всех классов. Это значит что существующие таблицы не могут использоваться. В работе приведены таблицы, составленные для определения размеров, отдельно по каждому классу бетона.

T. Kišiček, Z. Sorić, J. Galić

Vorherige Mitteilung

Tabellen für die Bemessung von Stahlbetonquerschnitten nach HRN EN 1992

Beschrieben ist ein Berechnungsverfahren der Parameter für die Bemessung von Stahlbetonquerschnitten mit Biegebelastung. Man erklärt die Notwendigkeit der Herstellung der Bemessungstabellen weil in den Normen HRN EN 1992 Betone höherer Klasse als C50/60 auftreten und weil in den Normen rechnerische Festigkeiten des Betons andersartig definiert sind. Deswegen sind die bestehenden Tabellen für höhere Betonklassen nicht brauchbar. In diesem Artikel sind die hergestellten Bemessungstabellen abgedruckt für jede Betonklasse dargestellt.

Autori: Doc. dr. sc. **Tomislav Kišiček**, dipl. ing. građ.; prof. dr. sc. **Zorislav Sorić**, dipl. ing. građ.; mr. sc. **Josip Galić**, dipl. ing. građ., Sveučilište u Zagrebu Građevinski fakultet, Zagreb

1 Uvod

Tehničkim propisom za betonske konstrukcije (N.N. 139/09 i 14/10) propisuje se proračun armiranobetonskih konstrukcija prema nizovima normi HRN EN 1990, HRN EN 1991, HRN EN 1992, HRN EN 1997 i HRN EN 1998. Za razliku od norme niza HRN ENV 1992, norma niza HRN EN 1992 donosi nove razrede čvrstoća betona s različitim radnim dijagramima u odnosu na betone razreda C12/15 do razreda C50/60, a između ostalog i novu definiciju proračunske čvrstoće betona. Pojavljuju se novi razredi betona: C55/67, C60/75, C70/85, C80/95, C90/105. Promjenom proračunskog ($\sigma - \varepsilon$) dijagrama betona za nove razrede betona, ali i promjenom definicije proračunske tlačne čvrstoće betona dolazi do potrebe za izradom novih tablica za dimenzioniranje armiranobetonskih poprečnih presjeka na savijanje.

2 Proračunski dijagrami betona

U odnosu na normu HRN ENV 1992-1-1, u kojoj je vrijednost proračunske tlačne čvrstoće određena izrazom:

$$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_C \tag{1}$$

prema HRN EN 1992-1-1 vrijednost proračunske tlačne čvrstoće određuje se izrazom:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_C \tag{2}$$

gdje je γ_C parcijalni koeficijent sigurnosti za beton, α_{cc} , koeficijent kojim se u obzir uzimaju dugotrajni učinci na tlačnu čvrstoću i nepovoljni učinci koji su posljedica načina opterećivanja.

Vrijednost α_{cc} kreće se između 0,8 i 1,0 i utvrđuje se nacionalnim dodatkom. Preporučena vrijednost u izvorniku norme, a i usvojena u Hrvatskoj, jest $\alpha_{cc} = 1,0$. Značajke čvrstoće i deformacije betona dane su u tablici 1.

Za proračun poprečnih presjeka na savijanje smije se rabiti odnos naprezanje – relativna deformacija (proračunski dijagram betona), prikazan na slici 1.a), koji se sastoji od parabole i horizontalnog pravca. Takav se dijagram može prikazati sljedećim izrazima:

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{za } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \tag{3}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{za } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2} \tag{4}$$

gdje je n, eksponent prema tablici 1., ε_{c2} je relativna deformacija kad je dosegnuta čvrstoća betona (tablica 1.), dok je ε_{cu2} krajnja relativna deformacija prema tablici 1.

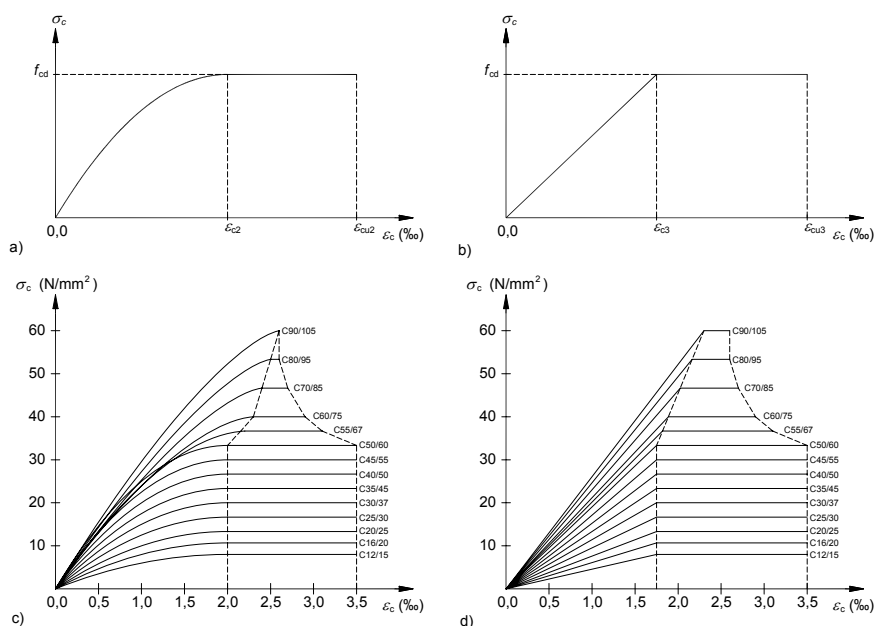
Dopuštena je i uporaba drugih pojednostavnjenih odnosa naprezanje – relativna deformacija ako su jednakovrijedni ili daju veću sigurnost od odnosa definiranog parabolom i horizontalnim pravcem. Takav je npr. bilinearni odnos prikazan na slici 1.b) s vrijednostima ε_{c3} i ε_{cu3} danim u tablici 1., a može se prikazati izrazima:

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c3}} \quad \text{za } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3} \tag{5}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{za } \varepsilon_{c3} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu3} \tag{6}$$

Tablica 1. Značajke čvrstoće i deformacije betona prema HRN EN 1992

	RAZREDI BETONA													
f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
f_{ctm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$f_{ctk;0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5
$f_{ctk;0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44
ε_{c1} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8
ε_{cu1} (‰)	3,5									3,2	3,0	2,8	2,8	2,8
ε_{c2} (‰)	2,0									2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
ε_{cu2} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6
n	2,0									1,75	1,6	1,45	1,4	1,4
ε_{c3} (‰)	1,75									1,8	1,9	2,0	2,2	2,3
ε_{cu3} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6



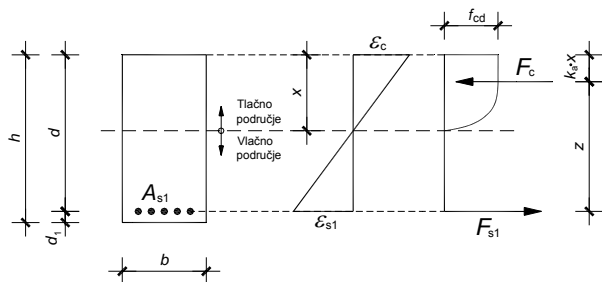
Slika 1. Proračunski dijagrami betona prema HRN EN 1992-1-1

Na slikama 1.c) i 1.d) prikazani su proračunski dijagrami betona u skladu s tablicom 1., i to za sve razrede betona, uz napomenu da je pri računanju proračunske tlačne čvrstoće betona upotrijebljen koeficijent $\alpha_{cc} = 1,0$ i parcijalni koeficijent sigurnosti za beton $\gamma_C = 1,5$.

3 Tablice za dimenzioniranje pravokutnih poprečnih presjeka na savijanje

3.1 Opis postupka proračuna

Tablice za proračun poprečnih presjeka na savijanje moraju se prilagoditi normama niza HRN EN 1992 i to zbog nove definicije proračunske tlačne čvrstoće betona u izrazu (2), a i zbog toga što radni dijagram koji vrijedi za betone razreda C12/15 do razreda C50/60 ne vrijedi za razrede betona: C55/67, C60/75, C70/85, C80/95, C90/105 jer se za svaki taj razred mijenjaju relativne deformacije ϵ_{c2} i ϵ_{cu2} (tablica 1.) te eksponent krivulje n iz izraza (3).



Slika 2. Pravokutni poprečni presjek s raspodjelom relativnih deformacija i naprezanja po visini presjeka te unutarnjim silama

Za jednostruko armirani presjek, kada se nosivost armature u tlačnom području ne uzima u obzir, vrijedi:

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} \quad (7)$$

Za određene relativne deformacije vlačne armature, ϵ_{s1} , i betona u tlačnom području, ϵ_c , određuje se položaj neutralne osi (visina tlačnog područja x):

$$x = \frac{|\epsilon_c|}{|\epsilon_c| + \epsilon_{s1}} \cdot d = \xi \cdot d \quad (8)$$

gdje je ξ koeficijent visine tlačnog područja.

Krak unutarnjih sila je:

$$z = d - k_a \cdot x = d - k_a \cdot (\xi \cdot d) = (1 - k_a \cdot \xi) \cdot d = \zeta \cdot d \quad (9)$$

gdje je ζ koeficijent kraka unutarnjih sila, tj. $z = \zeta \cdot d$.

Za dimenzioniranje presjeka rabi se uvjet ravnoteže:

$$M_{Ed} = M_{Rd} = F_c \cdot z = F_{s1} \cdot z \quad (10)$$

Iz sume horizontalnih sila ($\Sigma H = 0$) izlazi da je.

$$F_c = F_{s1} \quad (11)$$

gdje je F_c proračunska tlačna sila u betonu, a F_{s1} , proračunska vlačna sila u armaturi.

Za pravokutni poprečni presjek i radni dijagram betona prikazan na slici 1a), proračunska tlačna sila u betonu određuje se prema izrazu.

$$F_c = f_{cd} \cdot \alpha_v \cdot x \cdot b = f_{cd} \cdot \alpha_v \cdot (\xi \cdot d) \cdot b \quad (12)$$

Gdje je, f_{cd} , proračunska tlačna čvrstoća betona, dana izrazom (2), x je visina tlačnog područja betona, a b je širina poprečnog presjeka.

Koeficijent punoće proračunskog dijagrama betona, α_v , za beton s maksimalnom relativnom tlačnom deformacijom, ϵ_c , omjer je ploštine ispod proračunskog dijagrama betona i ploštine pravokutnika $f_{cd} \cdot \epsilon_c$. Udaljenost rezultante tlačnih naprezanja u betonu od tlačnog ruba ($k_a \cdot x$), definirana je koeficijentom položaja k_a koji se dobije proračunom udaljenosti težišta ploštine ispod proračunskog dijagrama betona (slika 2.).

Za betone razreda C12/15 do razreda C50/60 vrijede od prije poznati izrazi za koeficijent punoće proračunskog dijagrama i koeficijent položaja rezultante tlačnih naprezanja u betonu.

- Ako je $0 < \varepsilon_c \leq 0,002$:

$$\alpha_v = \frac{1000 \cdot \varepsilon_c (6 - 1000 \cdot \varepsilon_c)}{12}; k_a = \frac{8 - 1000 \cdot \varepsilon_c}{4(6 - 1000 \cdot \varepsilon_c)} \quad (13)$$

- Ako je $0,002 < \varepsilon_c \leq 0,0035$:

$$\alpha_v = \frac{3000 \cdot \varepsilon_c - 2}{3000 \cdot \varepsilon_c}; k_a = \frac{1000 \cdot \varepsilon_c (3000 \cdot \varepsilon_c - 4) + 2}{2000 \cdot \varepsilon_c (3000 \cdot \varepsilon_c - 2)} \quad (14)$$

Za betone razreda C55/67 do razreda C90/105, izrazi za koeficijent punoće i koeficijent položaja rezultante tlačnih napreznja, zbog različitih proračunskih dijagrama za svaki razred betona imaju složeniji oblik i njihov je izvod prikazan u nastavku. Ti izrazi vrijede i za betone razreda do C50/60.

Ploština ispod proračunskog dijagrama betona dobije se iz određenog integrala funkcija prikazanih izrazima (3) i (4), a za proračun koeficijenta položaja rezultante tlačnih napreznja potreban je i statički moment ploštine ispod proračunskog dijagrama. Izrazi za ploštine ispod proračunskoga radnoga dijagrama betona i za statičke momente tih ploština određeni su programom „Wolfram Mathematica 7.0“.

- Ako je $0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$, tada je koeficijent punoće proračunskog dijagrama betona:

$$\alpha_v = \frac{P_1}{f_{cd} \cdot \varepsilon_c} = \frac{\varepsilon_c - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^n \left(\frac{\varepsilon_c}{1+n} - \frac{\varepsilon_{c2}}{1+n}\right) - \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{1+n}\right)}{\varepsilon_c} \quad (15)$$

dok je koeficijent položaja rezultante tlačnih napreznja betona:

$$k_a = 1 - \frac{S_1}{P_1 \cdot \varepsilon_c} \quad (16)$$

gdje je P_1 ploština proračunskog dijagrama betona:

$$P_1 = f_{cd} \cdot \left[\varepsilon_c - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^n \left(\frac{\varepsilon_c}{1+n} - \frac{\varepsilon_{c2}}{1+n}\right) - \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{1+n}\right) \right] \quad (17)$$

eksponent n dan je u tablici 1., a statički moment te iste ploštine jest:

$$S_1 = f_{cd} \cdot \left[\frac{\varepsilon_c^2}{2} - \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_{c2}) \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^n (\varepsilon_{c2} + \varepsilon_c + n \cdot \varepsilon_c)}{2 + 3n + n^2} - \frac{\varepsilon_{c2}^2}{2 + 3n + n^2} \right] \quad (18)$$

- Ako je $\varepsilon_{c2} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$, tada je koeficijent punoće proračunskog dijagrama betona:

$$\alpha_v = \frac{P_2}{f_{cd} \cdot \varepsilon_c} = \frac{\varepsilon_{c2} - \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{1+n}\right) + (\varepsilon_c - \varepsilon_{c2})}{\varepsilon_c} \quad (19)$$

dok je koeficijent položaja rezultante tlačnih napreznja:

$$k_a = 1 - \frac{(S_2 + S_3)}{P_2 \cdot \varepsilon_c} \quad (20)$$

gdje je P_2 ploština proračunskog dijagrama betona:

$$P_2 = f_{cd} \cdot \left[\varepsilon_{c2} - \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{1+n}\right) + (\varepsilon_c - \varepsilon_{c2}) \right] \quad (21)$$

Statički moment ploštine proračunskog dijagrama betona do relativne deformacije betona ε_{c2} jest:

$$S_2 = f_{cd} \cdot \left[\frac{\varepsilon_{c2}^2}{2} - \frac{\varepsilon_{c2}^2}{2 + 3n + n^2} \right] \quad (22)$$

dok je statički moment ploštine proračunskog dijagrama betona ispod horizontalnog dijela dijagrama:

$$S_3 = f_{cd} \cdot \left[\frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_{c2})(\varepsilon_{c2} + \varepsilon_c)}{2} \right] \quad (23)$$

Proračunska vlačna sila u armaturi proračunava se s pomoću izraza:

$$F_{s1} = A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \quad (24)$$

Vlačno napreznje u armaturi, σ_{s1} , za bilinearni proračunski dijagram čelika iznosi:

$$\sigma_{s1} = \varepsilon_{s1} \cdot E_s \leq f_{yd} \quad (25)$$

gdje je modul elastičnosti čelika $E_s = 200000 \text{ N/mm}^2$, a proračunska je granica popuštanja čelika:

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s \quad (26)$$

Uvjet ravnoteže (10) može se napisati kao:

$$M_{Ed} = F_c \cdot z = f_{cd} \cdot \alpha_v \cdot (\xi \cdot d) \cdot b \cdot (\zeta \cdot d) = \mu_{Ed} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \quad (27)$$

Iz toga slijedi:

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \mu_{Rd} = \alpha_v \cdot \xi \cdot \zeta \quad (28)$$

Potrebna ploština armature dobije se iz izraza (10):

$$M_{Ed} = F_{s1} \cdot z = A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot (\zeta \cdot d) \quad (29)$$

odnosno:

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} \cdot (\zeta \cdot d)} \quad (30)$$

Potrebna se ploština armature također može odrediti iz sume horizontalnih sila u poprečnom presjeku (11):

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = f_{cd} \cdot \alpha_v \cdot (\xi \cdot d) \cdot b \quad (31)$$

pa je:

$$A_{s1} = \alpha_v \cdot \xi \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot d \cdot b = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot d \cdot b = \rho_1 \cdot d \cdot b \quad (32)$$

gdje je:

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b \cdot d} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} - \text{koeficijent armiranja vlačne armature}$$

$$\omega = \alpha_v \cdot \xi = \frac{A_{s1}}{b \cdot d} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{\mu_{Rd}}{\zeta} - \text{mehanički koeficijent armiranja}$$

Kako koeficijent visine tlačnog područja ξ , koeficijent kraka unutarnjih sila ζ , mehanički koeficijent armiranja ω , bezdimenzijska vrijednost momenta nosivosti μ_{Rd} , ovise samo o pretpostavljenim relativnim tlačnim deformacijama betona ε_c i armature ε_{s1} , mogu se načiniti tablice za praktično dimenzioniranje pravokutnih poprečnih presjeka opterećenih na savijanje.

U nastavku su prikazane tablice za dimenzioniranje betona razreda $\leq C50/60$ i za razrede betona: C55/67, C60/75, C70/85, C80/95 i C90/105 s maksimalnom relativnom deformacijom armature od $\varepsilon_{su} = 20\%$ koja odgovara čeličnoj armaturi B500B i B450C.

3.2 Tablice

Tablica 2. Betoni razreda $\leq C50/60$

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	μ_{Rd}	ω	α_v	k_a	ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	μ_{Rd}	ω	α_v	k_a
-0,1	20,0	0,005	0,998	0,000	0,000	0,049	0,335	-3,5	20,0	0,149	0,938	0,113	0,121	0,810	0,416
-0,2	20,0	0,010	0,997	0,001	0,001	0,097	0,336	-3,5	19,5	0,152	0,937	0,115	0,123	0,810	0,416
-0,3	20,0	0,015	0,995	0,002	0,002	0,143	0,338	-3,5	19,0	0,156	0,935	0,118	0,126	0,810	0,416
-0,4	20,0	0,020	0,993	0,004	0,004	0,187	0,339	-3,5	18,5	0,159	0,934	0,120	0,129	0,810	0,416
-0,5	20,0	0,024	0,992	0,006	0,006	0,229	0,341	-3,5	18,0	0,163	0,932	0,123	0,132	0,810	0,416
-0,6	20,0	0,029	0,990	0,008	0,008	0,270	0,343	-3,5	17,5	0,167	0,931	0,126	0,135	0,810	0,416
-0,7	20,0	0,034	0,988	0,010	0,010	0,309	0,344	-3,5	17,0	0,171	0,929	0,128	0,138	0,810	0,416
-0,8	20,0	0,038	0,987	0,013	0,013	0,347	0,346	-3,5	16,5	0,175	0,927	0,131	0,142	0,810	0,416
-0,9	20,0	0,043	0,985	0,016	0,016	0,383	0,348	-3,5	16,0	0,179	0,925	0,134	0,145	0,810	0,416
-1,0	20,0	0,048	0,983	0,020	0,020	0,417	0,350	-3,5	15,5	0,184	0,923	0,138	0,149	0,810	0,416
-1,1	20,0	0,052	0,982	0,023	0,023	0,449	0,352	-3,5	15,0	0,189	0,921	0,141	0,153	0,810	0,416
-1,2	20,0	0,057	0,980	0,027	0,027	0,480	0,354	-3,5	14,5	0,194	0,919	0,145	0,157	0,810	0,416
-1,3	20,0	0,061	0,978	0,030	0,031	0,509	0,356	-3,5	14,0	0,200	0,917	0,148	0,162	0,810	0,416
-1,4	20,0	0,065	0,977	0,034	0,035	0,537	0,359	-3,5	13,5	0,206	0,914	0,152	0,167	0,810	0,416
-1,5	20,0	0,070	0,975	0,038	0,039	0,563	0,361	-3,5	13,0	0,212	0,912	0,157	0,172	0,810	0,416
-1,6	20,0	0,074	0,973	0,042	0,043	0,587	0,364	-3,5	12,5	0,219	0,909	0,161	0,177	0,810	0,416
-1,7	20,0	0,078	0,971	0,046	0,048	0,609	0,366	-3,5	12,0	0,226	0,906	0,166	0,183	0,810	0,416
-1,8	20,0	0,083	0,970	0,050	0,052	0,630	0,369	-3,5	11,5	0,233	0,903	0,171	0,189	0,810	0,416
-1,9	20,0	0,087	0,968	0,055	0,056	0,649	0,372	-3,5	11,0	0,241	0,900	0,176	0,195	0,810	0,416
-2,0	20,0	0,091	0,966	0,059	0,061	0,667	0,375	-3,5	10,5	0,250	0,896	0,181	0,202	0,810	0,416
-2,1	20,0	0,095	0,964	0,063	0,065	0,683	0,378	-3,5	10,0	0,259	0,892	0,187	0,210	0,810	0,416
-2,2	20,0	0,099	0,962	0,066	0,069	0,697	0,381	-3,5	9,5	0,269	0,888	0,194	0,218	0,810	0,416
-2,3	20,0	0,103	0,960	0,070	0,073	0,710	0,385	-3,5	9,0	0,280	0,884	0,200	0,227	0,810	0,416
-2,4	20,0	0,107	0,958	0,074	0,077	0,722	0,388	-3,5	8,5	0,292	0,879	0,207	0,236	0,810	0,416
-2,5	20,0	0,111	0,957	0,078	0,081	0,733	0,391	-3,5	8,0	0,304	0,873	0,215	0,246	0,810	0,416
-2,6	20,0	0,115	0,955	0,082	0,086	0,744	0,394	-3,5	7,5	0,318	0,868	0,223	0,258	0,810	0,416
-2,7	20,0	0,119	0,953	0,085	0,090	0,753	0,397	-3,5	7,0	0,333	0,861	0,232	0,270	0,810	0,416
-2,8	20,0	0,123	0,951	0,089	0,094	0,762	0,400	-3,5	6,5	0,350	0,854	0,242	0,283	0,810	0,416
-2,9	20,0	0,127	0,949	0,093	0,098	0,770	0,402	-3,5	6,0	0,368	0,847	0,253	0,298	0,810	0,416
-3,0	20,0	0,130	0,947	0,096	0,101	0,778	0,405	-3,5	5,5	0,389	0,838	0,264	0,315	0,810	0,416
-3,1	20,0	0,134	0,945	0,100	0,105	0,785	0,407	-3,5	5,0	0,412	0,829	0,276	0,333	0,810	0,416
-3,2	20,0	0,138	0,944	0,103	0,109	0,792	0,410	-3,5	4,5	0,438	0,818	0,290	0,354	0,810	0,416
-3,3	20,0	0,142	0,942	0,106	0,113	0,798	0,412	-3,5	4,0	0,467	0,806	0,304	0,378	0,810	0,416
-3,4	20,0	0,145	0,940	0,110	0,117	0,804	0,414								

Tablica 7. Beton razreda C90/105

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	μ_{Rd}	ω	α_v	k_a	ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	μ_{Rd}	ω	α_v	k_a
-0.1	20,0	0,005	0,998	0,000	0,000	0,027	0,334	-2,6	18,0	0,126	0,955	0,070	0,074	0,583	0,353
-0.2	20,0	0,010	0,997	0,001	0,001	0,053	0,334	-2,6	17,5	0,129	0,954	0,072	0,075	0,583	0,353
-0.3	20,0	0,015	0,995	0,001	0,001	0,080	0,335	-2,6	17,0	0,133	0,953	0,074	0,077	0,583	0,353
-0.4	20,0	0,020	0,993	0,002	0,002	0,105	0,335	-2,6	16,5	0,136	0,952	0,076	0,079	0,583	0,353
-0.5	20,0	0,024	0,992	0,003	0,003	0,131	0,336	-2,6	16,0	0,140	0,951	0,078	0,082	0,583	0,353
-0.6	20,0	0,029	0,990	0,005	0,005	0,156	0,336	-2,6	15,5	0,144	0,949	0,080	0,084	0,583	0,353
-0.7	20,0	0,034	0,989	0,006	0,006	0,181	0,337	-2,6	15,0	0,148	0,948	0,082	0,086	0,583	0,353
-0.8	20,0	0,038	0,987	0,008	0,008	0,206	0,337	-2,6	14,5	0,152	0,946	0,084	0,089	0,583	0,353
-0.9	20,0	0,043	0,985	0,010	0,010	0,230	0,338	-2,6	14,0	0,157	0,945	0,086	0,091	0,583	0,353
-1.0	20,0	0,048	0,984	0,012	0,012	0,255	0,338	-2,6	13,5	0,161	0,943	0,089	0,094	0,583	0,353
-1.1	20,0	0,052	0,982	0,014	0,015	0,278	0,339	-2,6	13,0	0,167	0,941	0,092	0,097	0,583	0,353
-1.2	20,0	0,057	0,981	0,017	0,017	0,302	0,340	-2,6	12,5	0,172	0,939	0,094	0,100	0,583	0,353
-1.3	20,0	0,061	0,979	0,019	0,020	0,325	0,340	-2,6	12,0	0,178	0,937	0,097	0,104	0,583	0,353
-1.4	20,0	0,065	0,978	0,022	0,023	0,347	0,341	-2,6	11,5	0,184	0,935	0,101	0,108	0,583	0,353
-1.5	20,0	0,070	0,976	0,025	0,026	0,369	0,342	-2,6	11,0	0,191	0,933	0,104	0,112	0,583	0,353
-1.6	20,0	0,074	0,975	0,028	0,029	0,391	0,342	-2,6	10,5	0,198	0,930	0,108	0,116	0,583	0,353
-1.7	20,0	0,078	0,973	0,031	0,032	0,413	0,343	-2,6	10,0	0,206	0,927	0,112	0,120	0,583	0,353
-1.8	20,0	0,083	0,972	0,035	0,036	0,434	0,344	-2,6	9,5	0,215	0,924	0,116	0,125	0,583	0,353
-1.9	20,0	0,087	0,970	0,038	0,039	0,454	0,345	-2,6	9,0	0,224	0,921	0,120	0,131	0,583	0,353
-2.0	20,0	0,091	0,969	0,042	0,043	0,474	0,346	-2,6	8,5	0,234	0,917	0,125	0,137	0,583	0,353
-2.1	20,0	0,095	0,967	0,045	0,047	0,494	0,347	-2,6	8,0	0,245	0,913	0,131	0,143	0,583	0,353
-2.2	20,0	0,099	0,966	0,049	0,051	0,513	0,348	-2,6	7,5	0,257	0,909	0,137	0,150	0,583	0,353
-2.3	20,0	0,103	0,964	0,053	0,055	0,532	0,349	-2,6	7,0	0,271	0,904	0,143	0,158	0,583	0,353
-2.4	20,0	0,107	0,962	0,057	0,059	0,550	0,350	-2,6	6,5	0,286	0,899	0,150	0,167	0,583	0,353
-2.5	20,0	0,111	0,961	0,061	0,063	0,567	0,351	-2,6	6,0	0,302	0,893	0,158	0,176	0,583	0,353
-2.6	20,0	0,115	0,959	0,064	0,067	0,583	0,353	-2,6	5,5	0,321	0,887	0,166	0,187	0,583	0,353
-2.6	19,5	0,118	0,958	0,066	0,069	0,583	0,353	-2,6	5,0	0,342	0,879	0,175	0,200	0,583	0,353
-2.6	19,0	0,120	0,958	0,067	0,070	0,583	0,353	-2,6	4,5	0,366	0,871	0,186	0,214	0,583	0,353
-2.6	18,5	0,123	0,957	0,069	0,072	0,583	0,353								

3.3 Maksimalna armatura poprečnih presjeka

Pri dimenzioniranju poprečnih presjeka na savijanje pozornost treba obratiti i na maksimalnu armaturu. Prema normi HRN EN 1992-1-1 dolazi do promjene u ograničenju visine tlačnog područja betona u odnosu na normu HRN ENV 1992-1-1. Tako se prema normi HRN EN 1992-1-1, točka 5.6.3(2) „Sposobnost zaokretanja u područjima plastičnih zglobova“, ograničava vrijednost $\xi_{lim} = x_u / d$:

a) Za betone razreda $\leq C50/60$ granična vrijednost koeficijenta visine tlačnog područja presjeka iznosi:

$$\xi_{lim} = x_u / d = 0,45$$

a) Za betone razreda $\geq C55/67$ granična vrijednost koeficijenta visine tlačnog područja presjeka iznosi:

$$\xi_{lim} = x_u / d = 0,35$$

U skladu s uvjetima pod a) i b) u vezi su i ostali parametri:

ε_c , ε_{s1} , k_a , ζ_{lim} , α_v , μ_{lim} i ω_{lim} . Svi ti parametri, ovisno o razredu betona, prikazani su u tablici 8.

Najveći moment savijanja koji jednostruko armirani presjek može preuzeti, tj. granični moment savijanja jest:

$$M_{Rd,lim} = \mu_{lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \tag{31}$$

dok je maksimalna armatura jednostruko armiranog presjeka određena izrazom:

$$A_{s,max} = \omega_{lim} \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \text{ ili} \tag{32}$$

$$A_{s,max} = \frac{M_{Rd,lim}}{f_{yd} \cdot (\zeta_{lim} \cdot d)}$$

Tablica 8. Parametri vezani uz najveću dopuštenu vrijednost koeficijenta visine tlačnog područja

Razred betona	C12/15 - C50/60	C55/67	C60/75	C70/85	C80/95	C90/105
ξ_{lim}	0,45	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
ε_c (‰)	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,6
ε_{s1} (‰)	4,28	5,76	5,39	5,01	4,83	4,83
k_a	0,416	0,392	0,377	0,362	0,355	0,353
ζ_{lim}	0,813	0,863	0,868	0,873	0,8758	0,8765
α_v	0,810	0,742	0,695	0,637	0,599	0,583
μ_{lim}	0,296	0,224	0,211	0,195	0,184	0,179
ω_{lim}	0,365	0,260	0,243	0,223	0,210	0,204

3.4 Primjeri proračuna pravokutnoga poprečnoga presjeka na savijanje prema HRN EN 1992-1-1

U nastavku je dan primjer proračuna pravokutnog presjeka opterećenog na savijanje izrađenog od betona različitih razreda čvrstoće (C25/30, C55/67, C80/95).

Primjer: Pravokutni poprečni presjek širine $b = 100$ cm, visine $h = 20$ cm, statička je visina presjeka $d = 18$ cm, čelik je kvalitete B500B pa je proračunska granica popuštanja armature:

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_S = 500 / 1,15 = 434,78 \text{ N/mm}^2 = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$

Na presjek djeluje proračunski moment savijanja $M_{Ed} = 40,0 \text{ kNm}$.

a) Za beton razreda C25/30:

Za koeficijent $\alpha_{cc} = 1,0$, proračunska čvrstoća betona iznosi:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_C = 1,0 \cdot 25 / 1,5 = 16,67 \text{ N/mm}^2 = 1,667 \text{ kN/cm}^2$$

Bezdimenzijski koeficijent momenta savijanja jest:

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{4000}{100 \cdot 18^2 \cdot 1,667} = 0,074. \text{ Iz}$$

tablice 2. za $\mu_{Rd} = 0,074$ odabire se koeficijent kraka unutarnjih sila, $\zeta = 0,958$ pa je potrebna ploština armature

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} \cdot \zeta \cdot d} = \frac{4000}{43,48 \cdot 0,958 \cdot 18} = 5,33 \text{ cm}^2.$$

b) Za beton razreda C55/67:

Za koeficijent $\alpha_{cc} = 1,0$, proračunska čvrstoća betona iznosi:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_C = 1,0 \cdot 55 / 1,5 = 36,67 \text{ N/mm}^2 = 3,667 \text{ kN/cm}^2$$

Bezdimenzijski je koeficijent momenta savijanja:

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{4000}{100 \cdot 18^2 \cdot 3,667} = 0,034.$$

Iz tablice 3 se prvi veći broj, tj. za $\mu_{Rd} = 0,037$ odabire koeficijent kraka unutarnjih sila $\zeta = 0,974$, pa je potrebna ploština armature

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} \cdot \zeta \cdot d} = \frac{4000}{43,48 \cdot 0,974 \cdot 18} = 5,25 \text{ cm}^2.$$

c) Za beton razreda C80/95:

Za koeficijent $\alpha_{cc} = 1,0$, proračunska čvrstoća betona iznosi:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_C = 1,0 \cdot 80 / 1,5 = 53,33 \text{ N/mm}^2 = 5,333 \text{ kN/cm}^2$$

Bezdimenzijski koeficijent momenta savijanja jest:

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{4000}{100 \cdot 18^2 \cdot 5,333} = 0,023.$$

Iz tablice 6. se za $\mu_{Rd} = 0,023$ odabire koeficijent kraka unutarnjih sila, $\zeta = 0,978$ pa je potrebna ploština armature

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} \cdot \zeta \cdot d} = \frac{4000}{43,48 \cdot 0,978 \cdot 18} = 5,22 \text{ cm}^2.$$

4 Zaključak

Cilj ovoga rada bio je upozoriti na promjene pri dimenzioniranju pravokutnih armiranobetonskih presjeka na savijanje prema normi HRN EN 1992-1-1 u odnosu na normu HRN ENV 1992-1-1 te prikazati sve veličine koje utječu na postupak dimenzioniranja. U sklopu rada na ovome članku izrađene su tablice za dimenzioniranje.

LITERATURA

- [1] Tehnički propis za betonske konstrukcije, Narodne novine 139/09 i 14/10
- [2] HRN ENV 1992-1-1:2004. Eurokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcija – 1-1. dio: Opća pravila i pravila za zgrade (ENV 1992-1-1:1991)
- [3] HRN EN 1992-1-1:2004. Eurokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcija – 1-1. dio: Opća pravila i pravila za zgrade (EN 1992-1-1:2004)
- [4] Sorić, Z.: *Betonske i zidane konstrukcije 1. Betonske konstrukcije prema eurokodu 2*, (HRN ENV 1992-1-1). Skripta Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Zagreb, 2008.
- [5] Sorić, Z.; Kišiček, T.; Galić, J.: *Betonske i zidane konstrukcije 2. betonske konstrukcije prema EC2 – 2. dio*. Skripta Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. 236. str. Zagreb, 2009.
- [6] Sorić, Z.; Pičulin, S.; Zamolo, M.; Kišiček, T.: *Osnove proračuna*, V poglavlje u knjizi BETONSKE KONSTRUKCIJE, PRIRUČNIK. Urednik, prof. J. Radić, Sveučilišni udžbenik, Zagreb, 2006. ISBN 953-169-126-6. str. 399-663.
- [7] Sorić, Z.; Kišiček, T.; Galić J.: Poglavlje u knjizi BETONSKE KONSTRUKCIJE, RIJEŠENI PRIMJERI, III. Konstrukcijski elementi, Urednik, prof. J. Radić, Hrvatska sveučilišna naklada, Sveučilište u Zagrebu – Građevinski fakultet, SECON HDGK,

- ANDRIS. Sveučilišni udžbenik, Zagreb, 2006. ISBN 953-169-142-8. str. 139-390.
- [8] Tomičić, I.: *Projektiranje betonskih konstrukcija prema EN 1992-1-1*, GRAĐEVINSKI GODIŠNJAK "05/06", Urednik, prof. V. Simović, HSGI, Zagreb 1997., str. 345-460.
- [9] Tomičić, I.: *Betonske konstrukcije*, DHGK, Zagreb 1996.
- [10] Tomičić, I.: *Priručnik za proračun AB konstrukcija*, DHGK, Zagreb 1993.
- [11] Martin, L. H.; Purkiss, J.A.: *Concrete Design to EN 1992*, Butterworth-Heinemann, An imprint of Elsevier, 2006.
- [12] Narayanan, R.S.; Beeby, A.: *Designer's Guide to EN 1992-1-1 and 1992-1-2*, Thomas Telford, 2005.
- [13] Eurocode 2, Comentary, European concrete Platform ASBL, 2008.
- [14] Eurocode 2, Worked Examples, European concrete Platform ASBL, 2008.