

# Dinamički proračun konstrukcija na viskoelastičnim ležajevima

---

Šimunić, Želimir; Dolanjski, Ana

Source / Izvornik: **Građevinar, 2007, 59, 859 - 870**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:491240>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-11-27**

Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)



# Dinamički proračun konstrukcija na viskoelastičnim ležajevima

Želimir Šimunić, Ana Dolanjski

## Ključne riječi

viskoelastični ležaj,  
dinamički proračun,  
projektiranje,  
vibracije, potres,  
izolacija,  
elastomerni ležajevi

## Key words

highly-elastic bearing,  
dynamic analysis,  
design, vibrations,  
earthquake,  
insulation,  
elastomeric bearings

## Mots clés

appareil d'appui à haute  
élasticité,  
analyse dynamique,  
études, vibrations,  
tremblement de terre,  
isolation,  
appareils d'appui en  
élastomère

## Ключевые слова

вискоэластичная опора,  
динамический расчёт,  
проектирование,  
вибрации,  
землетрясение,  
изоляция,  
эластомерные опоры

## Schlüsselworte

viskoelastisches Lager,  
dynamische Berechnung,  
Entwerfen,  
Schwingungen,  
Erdbeben,  
Isolierung,  
Elastomerlager

Ž. Šimunić, A. Dolanjski

Izvorni znanstveni rad

## Dinamički proračun konstrukcija na viskoelastičnim ležajevima

Prikazane su osnovne teorijske i eksperimentalne podloge za uporabu viskoelastičnih ležajeva u vibracijskoj i potresnoj izolaciji građevina. Ponuđene su smjernice za projektiranje i uvjeti primjene. Na temelju vlastitih dugogodišnjih istraživanja autor preporučuje suradnju projekatanta i proizvođača ležajeva kao optimalni uvjet za uspješnu primjenu tih proizvoda. Analizom krivulje histereze pokazano je kako se kontroliraju dinamička svojstva elastomernih ležajeva.

Ž. Šimunić, A. Dolanjski

Original scientific paper

## Dynamic analysis of structures resting on highly-elastic bearings

Principal theoretical and experimental information relating to the use of highly-elastic bearings in the insulation of buildings against vibratory and seismic action, is presented. Design guidelines and requirements for practical application are proposed. Based on many years of his own research, the author recommends close cooperation between the designer and manufacturer as an optimum precondition for successful use of such bearings. The use of hysteresis curve to control dynamic properties of elastomeric bearings is presented.

Ž. Šimunić, A. Dolanjski

Ouvrage scientifique original

## Analyse dynamique des structures sur appareils d'appui à haute élasticité

Les informations principales théoriques et expérimentales sur l'emploi des appuis à haute élasticité dans l'isolement des bâtiments contre des effets sismiques et vibratoires, sont présentées. Les indications au niveau des études et de la réalisation pratique sont proposées. En se basant sur ses nombreuses années d'expérience dans les recherches, l'auteur recommande une coopération étroite entre le projeteur et le fabricant comme une condition préalable optimale pour l'emploi approprié de ces appuis. L'utilisation de la courbe d'hystérésis pour le contrôle des propriétés dynamiques des appareils d'appui en élastomère est présentée.

Ж. Шимунич, А. Доланский

Оригинальная научная работа

## Динамический расчёт конструкций на visкоэластичных опорах

В работе показаны теоретические и экспериментальные основания для употребления visкоэластичных опор в вибрационной и землетрясительной изоляции сооружений зданий. Предложены направления для проектирования и условия применения. На основании собственных многолетних исследований автор рекомендует сотрудничество проектантов и производителей опор как оптимальное для успешного применения тех опор. Анализом кривой гистерезиса показано как контролируются динамические свойства эластомерных опор.

Ž. Šimunić, A. Dolanjski

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

Dargestellt sind die grundlegenden theoretischen und experimentalen Unterlagen für die Verwendung von viskoelastischen Lagern in der Isolierung von Bauwerken gegen Schwingungen und seismische Kräfte. Offeriert sind Entwurfsrichtlinien und Anwendungsbedingungen. Auf Grund eigener vieljähriger Forschungen empfiehlt der Verfasser die Zusammenarbeit des Entwurfsverfassers und des Herstellers der Lager als optimale Bedingung für die erfolgreiche Anwendung dieser Lager. Durch die Analyse der Hysteresenkurve zeigte man wie man die dynamischen Eigenschaften der Elastomerlager kontrolliert.

Autori: Prof. dr. sc. **Želimir Šimunić**, dipl. ing. građ.; **Ana Dolanjski**, dipl. ing. građ., Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb

## 1 Uvod

Pri projektiranju i izvedbi dinamički opterećenih građevinskih konstrukcija potrebna je detaljna analiza prijenosa opterećenja na podlogu s dokazom dinamičke sigurnosti konstrukcije. Ovim detaljima nerijetko se pridaje nedovoljna pozornost i u procesu projektiranja i u procesu izvedbe, što može rezultirati nedovoljno pouzdanim konstrukcijama. Ovakvo izvedene konstrukcije redovito zahtijevaju sanaciju ili potpunu rekonstrukciju građevine. Za sigurnost dinamički opterećenih konstrukcija važno svojstvo predstavlja sposobnost apsorpcije energije. Ugradnjom viskoelastičnih ležajeva, koji smanjuju prijenos energije s gornjeg na donji dio konstrukcije, mogu se znatno smanjiti naprezanja u konstrukciji. Na taj se način izbjegava takozvani tvrdi prijenos opterećenja na podlogu čime se povećava ne samo sigurnost već i trajnost cjelokupne građevine, a posebno se smanjuju potrebe za sanacijama nakon djelovanja seizmičkih opterećenja. Opisane konstrukcijske mjere vibracijske i potresne izolacije omogućuju nova oblikovanja građevina kao i ekonomičniju izgradnju i održavanje. U ovom radu analiziraju se ležajevi koji sadrže elastomerni materijal, a osim kao standardni ležajevi služe i kao vibracijski i potresni izolatori. Prikazuju se teorijske i eksperimentalne podloge s pomoću kojih građevinski inženjeri mogu doći do spoznaja kada se i kako koristiti elastomernim materijalima za potresnu i vibracijsku izolaciju. U realizaciji složenih građevinskih zahvata preporučuje se osim teorijskog proračuna primjena i eksperimentalnih metoda.

## 2 Teorijske i eksperimentalne podloge

Kod dinamičkih se uzbuda konstrukcija na ležajevima koji sadrže elastomerni materijal jedan dio energije zbog viskoelastičnih svojstava elastomera apsorbira i prelazi u toplinu te dolazi do prigušenih vibracija konstrukcije. Zbog toga dinamički proračun takvih konstrukcija treba rješavati kao sustav u kojem postoji konstrukcijsko prigušenje. Opća diferencijalna jednačina gibanja za takav sustav dana je u matricnom obliku izrazom

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F, \quad (1)$$

pri čemu je:

- $M$  - matrica masa
- $C$  - matrica prigušenja

- $K$  - matrica krutosti
- $\ddot{u}, \dot{u}, u$  - vektori ubrzanja, brzina i pomaka
- $F$  - vektor vanjskog opterećenja.

Pri rješavanju ove diferencijalne jednačbe za konstrukciju je karakteristična matrica prigušenja  $C$ , koja se može odrediti koeficijentima kritične viskoznosti  $c_{kr}$  i relativnim prigušenjima  $\xi_i$ . Nakon transformacije na modalne koordinate pretpostavlja se da je matrica  $C$  dijagonalna, a njezini elementi jesu:

$$c_i = \xi_i \cdot c_{kr} = 2 \cdot \xi_i \cdot m \cdot \omega_i, \quad (2)$$

pri čemu je  $m$  kruta masa, a  $\omega_i$  kružna frekvencija.

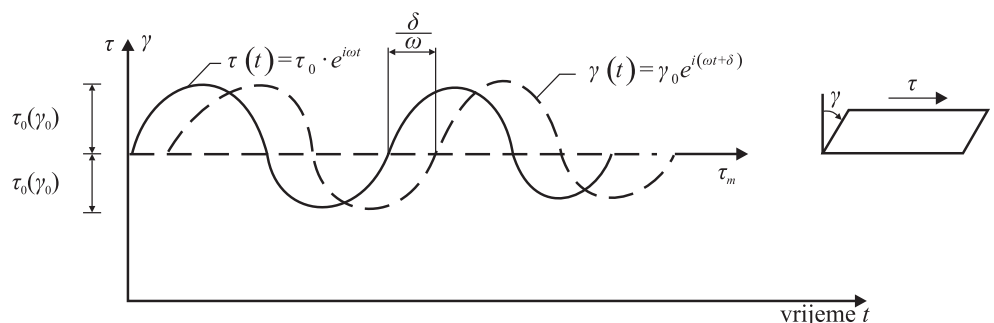
Ovi se koeficijenti mogu odrediti ispitivanjima na gotovoj konstrukciji ili na modelu uzbuđom uz pomoć generatora vibracija, odnosno ispitivanjima slobodnih oscilacija konstrukcija.

### 2.1 Dinamičke karakteristike elastomernih ležajeva

Na primjeru elastomernih ležajeva prikazat će se teorijske i eksperimentalne podloge za primjenu u vibracijskoj i potresnoj izolaciji građevina. Ako pretpostavimo da je konstrukcija potpuno kruta i da se giba translatorno u odnosu na ležajeve, dinamičke karakteristike konstrukcije mogu se odrediti mjerenjem dinamičkih karakteristika ležajeva opterećenih krutom masom  $m$  [1].

S obzirom na viskoelastična svojstva elastomernog materijala, elastomerni ležajevi pri dinamičkim opterećenjima pokazuju vremensko zaostajanje deformacija u odnosu prema naprezanju (slika 1.).

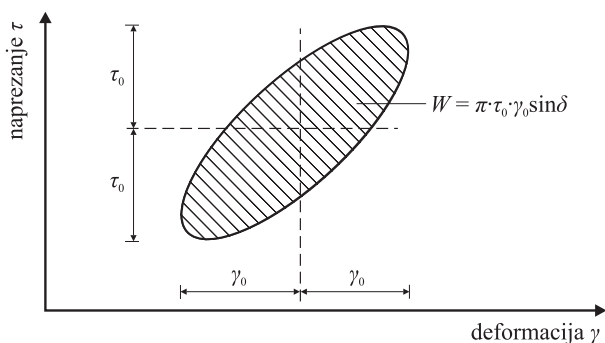
Ovo zaostajanje deformacija u odnosu prema naprezanju javlja se zbog gubitka unutrašnje energije koji se u  $\sigma$ - $\varepsilon$



Slika 1. Odnos promjena naprezanja i deformacija za harmonijska opterećenja armiranih elastomernih ležajeva (AEL) [1]

dijagramu prikazuje ploštinom krivulje histereze  $W$  (slika 2.). Ova se krivulja registrira za vrijeme jednog perioda deformacija.

Apsolutna vrijednost dinamičkog ili kompleksnog modula  $G^*$ , odnosno  $E^*$  za harmonijske uzbude, može se



Slika 2. Krivulja histereze elastomernih ležajeva [1]

eksperimentalno odrediti mjerenjem amplitude napreznja  $\tau_0$  ( $\sigma_0$ ) za konstantnu deformaciju  $\gamma_0$  ( $\epsilon_0$ ):

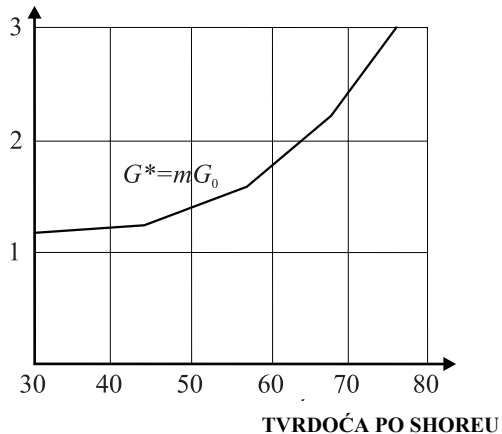
$$|G^*| = \frac{\tau_0}{\gamma_0}, \text{ odnosno } |E^*| = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}, \quad (3)$$

a mehanički gubitak  $\tan \delta$  iz ploštine krivulje histereze prema izrazu

$$W = \pi \cdot \tau_0 \cdot \gamma_0 \cdot \sin \delta. \quad (4)$$

U početku primjene elastomernih ležajeva dani su različiti moduli posmika za dugotrajne deformacije (temperatura, puzanje, skupljanje) i za kratkotrajna opterećenja (vjetar, sila kočenja). Na slici 3. prikazana je ovisnost statičkog i dinamičkog modula posmika o tvrdoći elastomernog materijala pri sobnoj temperaturi.

**FAKTOR  $m$**



Slika 3. Ovisnost statičkog i dinamičkog modula posmika o tvrdoći elastomera pri sobnoj temperaturi [1]

Kasnije je uočeno da se krutosti armiranih elastomernih ležajeva (AEL) pri kočenju i djelovanju vjetra znatno razlikuju od krutosti pri udaru te se pristupilo detaljnijoj analizi određivanja modula posmika. Utvrđeno je da dinamički moduli  $G^*$  i  $E^*$  ovise i o frekvenciji uzbude, amplitudi uzbude, temperaturi i vrsti elastomera. Ove dinamičke karakteristike rastu s povećanjem frekvencije i tvrdoće te sa sniženjem temperature i amplitude.

Kod vanjskog opterećenja dolazi do deformacije ležajeva svladavanjem međusobno prostorno povezanih međumolekulskih sila, odnosno doseganjem tzv. granične energije. Pri dinamičkom opterećenju elastomerni ležajevi postaju krući, tj. unutrašnji otpor deformaciji je veći nego kod statičkog opterećenja jer je veličina granične energije postignuta u tom kratkom vremenskom intervalu samo na nekim mjestima makromolekulskih veza. Zbog toga povećanjem frekvencija raste i modul posmika.

Odnos tvrdoće, temperature i dinamičkog modula može se analizirati izrazom za vjerojatnost postizanja granične energije, odnosno prekoračenjem van der Waalsovih sila [2]:

$$W = A_p \cdot e^{\frac{E}{k \cdot T}}, \quad (5)$$

gdje je:

- $W$  - vjerojatnost (njem. *die Wahrscheinlichkeit*)
- $A_p$  - koeficijent proporcionalnosti
- $E$  - energijska konstanta materijala
- $k$  - Boltzmannova konstanta
- $T$  - apsolutna temperatura (stupnji Kelvina).

S većom tvrdoćom veća je i konstanta  $E$  te je vjerojatnost za deformaciju ležaja manja, tj. ležaj je krući (veći dinamički modul). Sa sniženjem temperature  $T$  vjerojatnost za deformaciju ležaja je manja, tj. modul posmika raste.

Omjer dinamičkog i statičkog modula posmika za velike frekvencije (veće od 10 Hz) i temperature 0 – 30 °C iznosi približno 2, dok je u ostalim slučajevima potrebna detaljnija analiza. Dinamički se modul u seizmičkim područjima frekvencije (1 – 33 Hz) kod standardnih elastomernih ležajeva mijenja za otprilike 20 %.

Kod dinamičke analize konstrukcija treba uzeti u obzir dva uzroka prigušenja elastomernih ležajeva:

- prigušenje zbog histereze koja se javlja zbog nelinearnog ponašanja elastomera
- viskoelastično svojstvo elastomera, odnosno ovisnost mehaničkih svojstava o vremenu.

Kod manjih frekvencija (oko 1 Hz) prigušenje se većim dijelom pojavljuje zbog histereze, a kod većih frekvencija zbog viskoelastičnih svojstava materijala.

Spomenuti utjecaji frekvencije i amplitude na dinamički modul upućuju na to da je za uzbude malog intenziteta i pomaka krutost konstrukcije na elastomernim ležajevima veća nego kod uzbude većeg intenziteta i pomaka.

Zbog navedenog svojstva, pri uporabi elastomernih ležajeva za potresnu izolaciju tek se detaljnom analizom konstrukcije može dobiti sustav oslanjanja konstrukcije s optimalnim prigušenjem. Spektar frekvencija kod pot-

resa općenito je širok te je vjerojatna pojava rezonantnih frekvencija. Zbog toga konstrukcija na elastomernim ležajevima treba imati dovoljno veliko prigušenje  $\zeta$  da bi se spriječilo povećanje amplituda oscilacija. S druge strane, s prevelikim prigušenjem znatno se povećava prijenos sila na ostale dijelove konstrukcije.

Prigušenja konstrukcije  $\zeta_i$  mogu se eksperimentalno odrediti iz slobodnih oscilacija konstrukcije.

Zbog starenja elastomernog materijala povećava se krutost, što dovodi do povećanja prirodnih frekvencija konstrukcija oslonjenih na elastomerne ležajeve. Efekt starenja može se uzeti u obzir određivanjem koeficijenta povećanja krutosti ležajeva  $\alpha_{st}$ . Tada je:

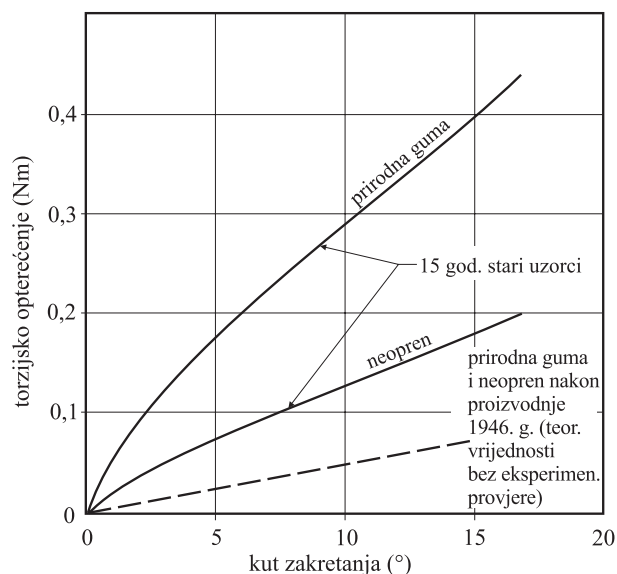
$$k_{ds} = k_d \cdot \alpha_{st}, \quad (6)$$

pri čemu je:

$k_d$  - krutost ležajeva za dinamička opterećenja

$k_{ds}$  - krutost ležajeva za dinamička opterećenja i utjecaj starenja.

Prema podacima tvrtke DuPont [1], na slici 4. prikazana su mjerenja torzijske krutosti 15 godina starih neoprena i prirodne gume. Usporedba je izvršena s teorijskim vrijednostima torzijske krutosti budući da eksperimenti nisu provedeni odmah nakon proizvodnje.



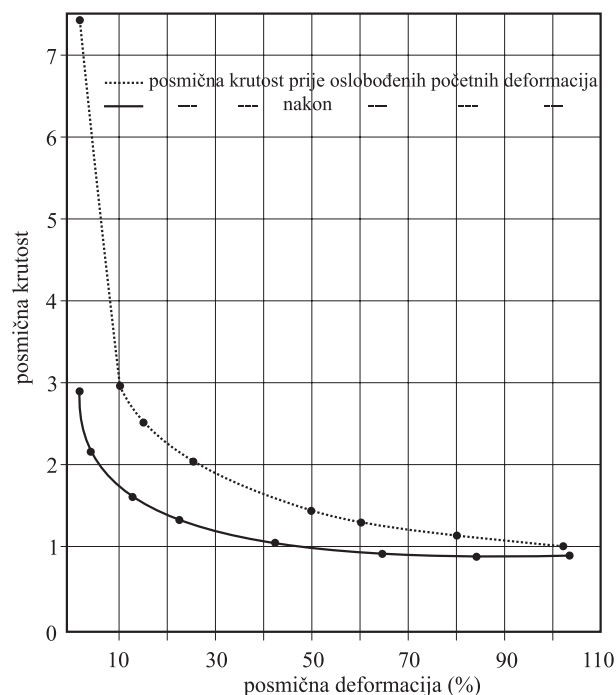
Slika 4. Povećanje torzijske krutosti NR-a i CR-a sa starošću uzoraka [1]

Na osnovi višegodišnjih vlastitih ispitivanja ležajeva do sloma, mnogobrojnih ispitivanja provedenih u inozemstvu i analize složenih opterećenja može se za kratkotrajna opterećenja dopustiti dvostruko povećanje proračunskih naprezanja i deformacija, a da se ležajevi mogu rabiti i nakon djelovanja ovih opterećenja.

Kada ležajevi služe kao potresni izolatori, zbog potrebne male horizontalne frekvencije konstrukcije često se

zahtijevaju relativno visoki ležajevi kod kojih treba kontrolirati stabilnost [1].

Pojavu promjene krutosti sa starenjem elastomera treba još detaljnije istražiti. Pri dovođenju elastomernih ležajeva iz stanja proizvodnog procesa u stanje uporabe, u gumi zbog starenja nastaje efekt suprotan povećanju krutosti. Pri proizvodnom procesu ležajevi su izloženi visokim temperaturama i tlaku pa se pojavljuju početne neoslobodne deformacije. Cikličkim opterećenjem na posmik ove se deformacije mogu osloboditi i dovesti ležaj u prirodno stanje, pri čemu dolazi do omekšanja i smanjenja krutosti ležaja (slika 5.).



Slika 5. Promjena posmične krutosti prije i nakon oslobođenih početnih deformacija [1]

## 2.2. Preporuke za projektiranje

Na osnovi istraživanja u raznim specijaliziranim ustanovama na području primjene elastomernih ležajeva kao izolatora za razna dinamička opterećenja (seizmička opterećenja, vibracije nastale od prolaza vozila, rada strojeva i sl.) te na osnovi vlastitih istraživanja, daju se sljedeće preporuke za projektiranje elastomernih ležajeva:

- Elastomerni ležajevi moraju prihvatiti sva statička i dinamička opterećenja konstrukcije s dovoljnim koeficijentom sigurnosti. Proračunska naprezanja za kratkotrajna dinamička opterećenja (seizmička i sl.) mogu se povećati u odnosu na proračunska statička naprezanja predviđena normama. Za dugotrajno dinamički opterećene konstrukcije zbog zamora materijala potrebno je smanjiti proračunska naprezanja.

- b) Frekvencije slobodnih horizontalnih oscilacija konstrukcije na elastomernim ležajevima trebaju biti najmanje dva do tri puta manje od dominantnih frekvencija prisilnih oscilacija.

$$f_p \geq (2 \text{ do } 3) \cdot f_h \quad (7)$$

Dominantne prisilne oscilacije se kod seizmičkog djelovanja mogu odrediti iz spektra frekvencija uzbude, iz frekvencije uzbude stroja i slično.

Za sustav s jednim stupnjem slobode prirodne horizontalne vibracije konstrukcije mogu se prikazati izrazom:

$$f_h = \frac{\omega_h \sqrt{1-\xi^2}}{2\pi} = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{2\pi} \sqrt{\frac{k_h}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum G_i^* \cdot A_i \cdot g}{T \cdot F_z} \cdot (1-\xi^2)} \quad (8)$$

gdje je:

$\omega_h$  - horizontalna kružna frekvencija

$\xi$  - faktor prigušenja

$k_h$  - horizontalna krutost

$A_i$  - ploština elastomernog ležaja

$T$  - ukupna visina elastomernog materijala

$F_z$  - vertikalna sila

$G_i^*$  - dinamički modul posmika  $i$ -tog elastomernog ležaja prema izrazu (3).

- c) S obzirom na to da je vertikalna krutost ležajeva znatno veća od horizontalne krutosti, često je u praksi slučaj da je vertikalna slobodna oscilacija  $f_v$  veća od dominantnih prisilnih oscilacija. Pri dimenzioniranju tada treba biti ispunjen uvjet da je

$$f_v \geq (2 \text{ do } 3) \cdot f_p \quad (9)$$

Kod sustava s jednim stupnjem slobode je:

$$f_v = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\sum E_{ci}^* \cdot A_i \cdot g}{T \cdot F_z} \cdot (1-\xi^2)}, \quad (10)$$

pri čemu je  $E_{ci}^*$  dinamički tlačni modul  $i$ -tog elastomernog ležaja koji se može odrediti prema normi HRN EN 1337-3:2005 pomoću izraza:

$$\frac{1}{E_{ci}^*} = \frac{1}{5 \cdot G_i^* \cdot S^2} + \frac{1}{E_b} \quad (11)$$

$E_b$  - volumenski modul ili modul kompresije

$S$  - faktor oblika

$$S = \frac{A_1}{l_p \cdot t_e} \quad (12)$$

$A_1$  - efektivna ploština ležaja, odnosno ploština armaturnih ploča (ne uključuje eventualne šupljine)

Za pravokutne ležajeve bez šupljina vrijedi:

$$A_1 = a' \cdot b' \quad (13)$$

$a'$  - efektivna širina ležaja, odnosno armaturnih ploča

$b'$  - efektivna duljina ležaja, odnosno armaturnih ploča

$l_p$  - neopterećeni opseg ležaja, uključujući i sve šupljine koje poslije nisu zapunjene

$$l_p = 2(a' + b') \quad (14)$$

$t_e$  - efektivna (proračunska) debljina pojedinoga elastomernoga sloja pri stlačivanju

- d) Kod relativno vitkih konstrukcija (tornjevi, prekidači visokog napona i sl.) redovito nastaju veće deformacije elastomernih ležajeva zbog momenta savijanja nego zbog poprečnih sila, pa su i dominantnije tlačne deformacije ležajeva i deformacije od zaokretanja nego od posmika.

Kod sustava s jednim stupnjem slobode prirodne su oscilacije pri savijanju:

$$f_a = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\sum E_{ri}^* \cdot I_i \cdot g}{T \cdot F_z} \cdot (1-\xi^2)}, \quad (15)$$

pri čemu izraz za dinamički modul zaokretanja  $i$ -tog elastomernog ležaja  $E_{ri}^*$  prema modificiranom izrazu Topaloffa [3] glasi:

$$E_{ri}^* = \frac{12 \cdot G_i^*}{n \cdot K_s} \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^2, \quad (16)$$

pri čemu je:

$I_i$  - moment tromosti  $i$ -tog elastomernog ležaja

$n$  - broj elastomernih slojeva

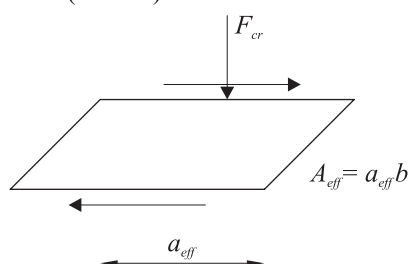
$K_s$  - koeficijent povratnog momenta (ovisi o odnosu  $b/a$ ) [4]

$G_i^*$  - dinamički modul posmika  $i$ -tog elastomernog ležaja (može se odrediti prema slici 2. i izrazom (3))

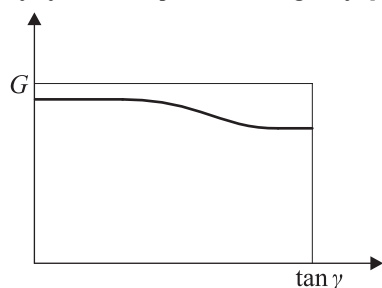
- e) Konstrukcija na elastomernim ležajevima trebala bi imati dovoljan faktor prigušenja  $\xi$  da bi se spriječila povećanja amplituda oscilacija od rezonantnih frekvencija. S druge strane, treba odabrati  $\xi$  koji, npr. kod potresa, neće znatno povećati prijenos sila s temelja na gornji dio konstrukcije.
- f) Elastomerni ležajevi moraju podnijeti posmične deformacije bez većih oštećenja i za ekstremna seizmička opterećenja. Ispitivanja na posmik do sloma armira-

nih elastomernih ležajeva pokazala su da su posmične deformacije pri slomu  $\tan \gamma_1 \geq 3,5$  [1]. Kod gotovih ležajeva opterećenih na posmik ne dolazi do štetnih trajnih deformacija do  $\tan \gamma \cong 2 \cdot \tan \gamma_{rač}$  [1]. Pritom treba kontrolirati sigurnost ležajeva protiv klizanja.

- g) Kod relativno visokih ležajeva koji služe kao potresni izolatori pri opterećenju na posmik smanjuje se stabilnost ležajeva, odnosno kritična sila  $F_{cr}$  zbog smanjenja efektivne ploštine ležaja (slika 6.) i modula posmika (slika 7.).



Slika 6. Smanjenje efektivne ploštine visokog ležaja [1]



Slika 7. Smanjenje modula posmika kod visokog ležaja [1]

Kritična sila dobije se prema modificiranom izrazu Timoshenka i Gere [5]

$$F_{cr} = \frac{\pi \cdot a \cdot A_{eff} \cdot G \cdot S}{T_q \cdot 2} \quad (17)$$

Prema normi prEN 15129:2007 kritična sila za faktor oblika  $S > 5$  glasi:

$$F_{cr} = \frac{\lambda \cdot a' \cdot A_r \cdot G \cdot S}{T_q} \quad (18)$$

gdje je:

$T_q$  - ukupna debljina elastomera uključujući zaštitne slojeve

$a'$  - efektivna širina ležaja, odnosno armaturnih ploča

$A_r$  - reducirana efektivna ploština koja ovisi o utjecaju opterećenja.

$$A_r = A_1 \left( 1 - \frac{v_{x,d}}{a'} - \frac{v_{y,d}}{b'} \right) \quad (19)$$

$v_{x,d}$  - najveći horizontalni relativni pomak dijelova ležaja u smjeru dimenzije  $a$  ležaja zbog utjecaja svih vrsta opterećenja

$v_{y,d}$  - najveći horizontalni relativni pomak dijelova ležaja u smjeru dimenzije  $b$  ležaja zbog utjecaja svih vrsta opterećenja

Za pravokutne ležajeve  $\lambda = 1,1$ , a za kružne ležajeve  $\lambda = 1,3$ .

Kod kružnih se ležajeva umjesto  $a'$  uzima  $D'$ , odnosno efektivni promjer unutarnjih armaturnih ploča.

Prema normi EN 1337-3:2005 proračunska vertikalna sila prikazuje se izrazom

$$F_{z,d} < \frac{2 \cdot a' \cdot A_r \cdot G \cdot S_1}{3 \cdot T_e} \quad (20)$$

$S_1$  - faktor oblika za najdeblji sloj

Za kružne se ležajeve umjesto  $a'$  uzima  $D'$ .

Odnos kritične i proračunske sile u tom je slučaju:

$$\frac{F_{cr}}{F_{z,d}} = 1,1 \cdot \frac{3}{2} = 1,65 \quad \text{za pravokutne ležajeve}$$

$$\frac{F_{cr}}{F_{z,d}} = 1,3 \cdot \frac{3}{2} = 1,95 \quad \text{za kružne ležajeve.}$$

- h) Građevine koje služe za boravak ljudi imaju kod potresnih izolatora od elastomernog materijala redovito malu horizontalnu krutost koja pri djelovanju vjetra može izazvati subjektivne smetnje.

U tom se slučaju mogu ugraditi mehanički osigurači koji su dimenzionirani i sprečavaju posmične deformacije elastomernih ležajeva za djelovanje vjetra, dok se kod seizmičkog opterećenja slome i prenose horizontalno opterećenje na elastomerne ležajeve. Dimenzioniranje ovakvih mehaničkih osigurača može u praksi biti teško izvedivo, posebno kod armiranobetonskih konstrukcija zbog skupljanja i puzanja betona.

Ovaj se problem može riješiti i primjenom elastomernog materijala koji ima karakteristike djelovanja osigurača. Dobro je poznato da punilo od čađe kao komponenta smjese za izradu elastomernih ležajeva daje karakteristike elastomernom materijalu zahvaljujući kojima je krutost elastomernih ležajeva kod malih posmičnih deformacija znatno veća od krutosti pri velikim posmičnim deformacijama. Kod tipičnih vulkanizata od prirodne gume dobivaju se približno dvostruke razlike u krutostima, a u praksi su postignute i peterostruke razlike.



### 3 Viskoelastični ležajevi u potresnoj izolaciji

U radovima [6] i [7] prikazani su karakteristični primjeri primjene elastomernih materijala u vibracijskoj i potresnoj izolaciji građevina. U ovom radu detaljnije se analizira primjena u potresnoj izolaciji.

#### 3.1 Općenito o potresnoj izolaciji

Prema statističkim podacima svake se godine u svijetu dogodi 150 do 200 potresa s magnitudom  $M \leq 7$ . U 10% slučajeva ta je vrijednost premašena. U teškim potresima 1999. godine stradalo je otprilike 25 000 ljudi i financijska se šteta procjenjuje na 150 milijuna dolara u Tajvanu (slika 8.) i 20 milijardi dolara u Turskoj (slika 9). S obzirom na to da se ne primjećuje opadanje u učestalosti i razornosti potresa, sve se više javlja potreba za djelotvornim vibracijskim i potresnim izolacijskim sustavima.



Slika 8. Tajvan [8]



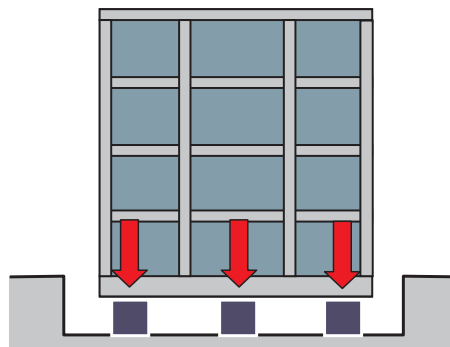
Slika 9. Izmir (Turska) [8]

Jedan od načina zaštite konstrukcija od potresa jest seizmička izolacija primjenom izolacijskih naprava i sustava (engl. *Base Isolation*), odnosno pristup projektiranju u svrhu ublažavanja razornosti potresa. Cilj je reducirati djelovanje potresa na konstrukciju promjenom njezinih dinamičkih svojstava, a ne povećati krutost konstrukcije prema potresnom djelovanju. Posljednjih 25 godina predstavljen je velik broj izolacijskih naprava i sustava. Elastomerni ležajevi često su najprikladniji za seizmičku izolaciju zbog svoje dobre horizontalne fleksibilnosti.

Niz norma EN 1998 odnosno Eurokod 8 bavi se projektiranjem konstrukcija otpornih na potresno djelovanje. Te norme dopuštaju nepovratne deformacije u području plastičnih zglobova, pri čemu dolazi do trošenja seizmičke energije i mogućnosti proračuna na umanjene sile potresa. Na taj se način smanjuju dodatni troškovi izgradnje i održavanja. Razina redukcije seizmičkih sila ovisi o stupnju duktilnosti (žilavosti) i riziku oštećenja. Kod veće redukcije seizmičkih sila valja očekivati manja oštećenja i obrnuto.

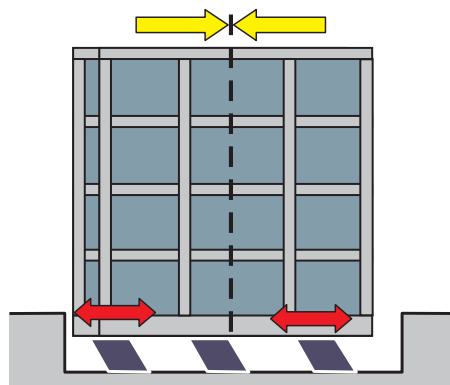
Tri osnovne funkcije seizmičkog izolacijskog sustava jesu:

1. Prijenos vertikalnog opterećenja (slika 10.)



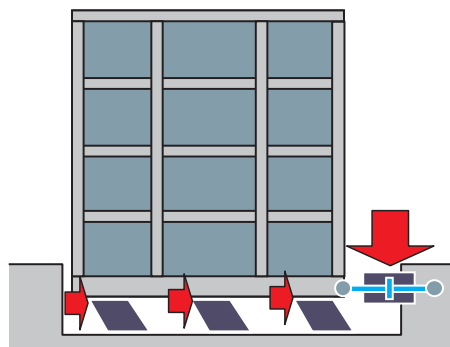
Slika 10. Prijenos vertikalnog opterećenja [8]

2. Horizontalna fleksibilnost i centriranje konstrukcije (povratak u neutralni položaj nakon seizmičkog djelovanja) (slika 11.)



Slika 11. Horizontalna fleksibilnost i centriranje konstrukcije [8]

3. Trošenje seizmičke energije pri horizontalnom pomicanju (slika 12.)



Slika 12. Trošenje seizmičke energije [8]

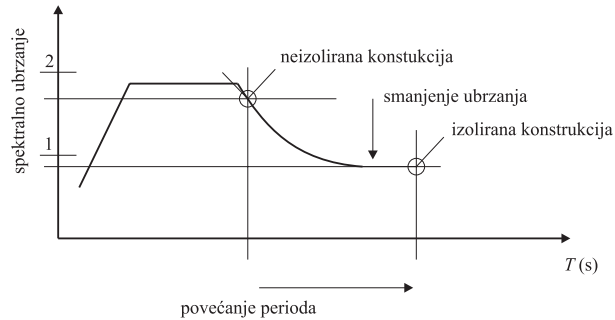
Postoje dvije osnovne ideje pri izolaciji građevina od djelovanja potresa:

- povećanje osnovnih perioda titranja, odnosno smanjenje vlastitih frekvencija potresnim izolatorima do veličine koja osigurava dovoljno mali odziv konstrukcije na gibanje tla (slika 13.);



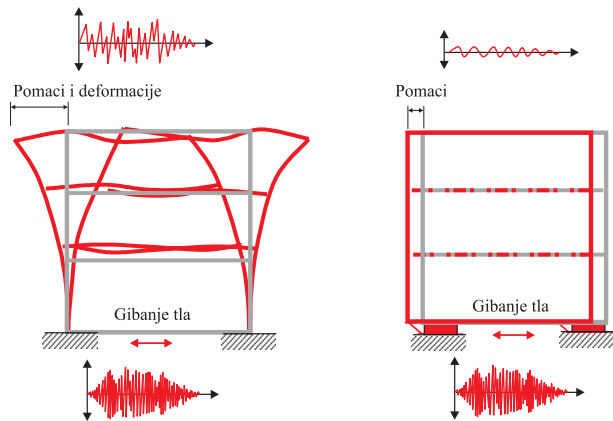
- postavljanje zgrade na podlogu s ograničenim koeficijentom trenja, čime se ograničavaju i veličine seizmičkih sila.

Moguća je kombinacija obiju metoda i dodavanje raznih prigušivača energije.



Slika 13. Spektar odziva (ubrzanja)

Mnoge neizolirane konstrukcije imaju manji osnovni period (0,2 do 0,5 s) i veliko spektralno ubrzanje. Zbog toga dolazi do pojave rezonancije (poklapanja osnovnog perioda konstrukcije i osnovnog perioda potresa koji se preko tla prenosi na konstrukciju) koja rezultira dramatičnim pomacima i deformacijama. U slučaju izolirane konstrukcije osnovni se period povećava do područja s manjim spektralnim ubrzanjem. Izbjegava se rezonancija te konstrukcija nesmetano giba bez većih deformacija (slika 14.).



Slika 14. Pomaci i deformacije kod neizolirane i izolirane konstrukcije [8]

Jedan od načina povećanja osnovnog perioda titranja konstrukcije jest uporaba armiranih elastomernih ležajeva. Osim povećanja perioda titranja na otprilike 2 s, ležajevi smanjuju i razinu seizmičkih sila.

Odziv konstrukcije na gibanje tla za djelovanja potresa ovisi o dinamičkim svojstvima konstrukcije. Svrha potresne izolacije jest utjecati na dinamička svojstva sustava tako da se smanje potresne sile u odnosu prema slučaju kada ista konstrukcija ne bi bila potresno izolirana. Na veličinu seizmičkih sila koje djeluju na konstrukciju

zbog pretpostavljene potresne uzbude utječu krutost i prigušenje sustava [7]. Krutost određuje vlastite periode konstrukcije, a o odnosu vlastitih perioda i predominantnih perioda potresa ovisi dinamičko povećanje opterećenja na konstrukciju. Kod oscilacija tla s uobičajenim frekvencijskim sastavom (predominantni periodi od oko 0,5 s) smanjenje krutosti povoljno utječe na veličinu potresnog opterećenja. S povećanjem vlastitih perioda konstrukcija se pomiče u niži dio spektra (s manjim dinamičkim povećanjem). Kada se za potresnu izolaciju zgrada rabe armirani elastomerni ležajevi, vlastite frekvencije izoliranih sustava obično su između 0,5 i 1,0 Hz.

Prigušenje smanjuje amplitude oscilacija konstrukcija s vremenom. To znači da se mehanička energija konstrukcije postupno smanjuje i pretvara u druge oblike energije, prije svega u toplinu. Postoje nekonzervativne sile koje se suprotstavljaju gibanju i smanjuju mehaničku energiju. Te se sile nazivaju silama prigušenja, a pojava smanjivanja mehaničke energije disipacijom energije ili prigušenjem. Postoje razni tipovi prigušenja. U slučaju potresne izolacije konstrukcija s armiranim elastomernim ležajevima treba spomenuti viskozno i histerežno prigušenje.

Viskozno prigušenje nastaje zbog viskoznosti materijala. Proporcionalno je relativnoj brzini oscilacija i raste s povećanjem frekvencije. Taj se tip prigušenja često primjenjuje kod oscilacija konstrukcija i relativno se jednostavno može uključiti u matematički model, pa se iz tih razloga najčešće rabi u praksi. Model viskoznog prigušenja često se rabi i za modeliranje drugih tipova prigušenja pod uvjetom da se primjenjuju ekvivalentni koeficijenti prigušenja.

Histerežno se prigušenje naziva i konstrukcijskim prigušenjem. Pri vanjskom dinamičkom opterećenju (potres) pojavljuju se deformacije u konstrukciji koje mogu biti plastične, elastične ili viskoelastične. Ako se kao seizmički izolatori rabe elastomerni ležajevi koji se ponašaju viskoelastično zbog djelovanja dinamičke sile, deformacije se nakon rasterećenja ne vraćaju odmah u prvotno stanje nego tek nakon nekog vremena. Vremensko zaostajanje deformacije u odnosu na naprezanje i pojava disipirane energije uzrokovane histereznim prigušenjem opisani su u točki 2.1.

### 3.2 Teorijska i eksperimentalna istraživanja

Utrošena energija može se odrediti s pomoću ploštine histerezne petlje dobivene iz odnosa sile i pomaka te histereznog prigušenja prema normi EN 1998 Eurokod 8: Projektiranje konstrukcija otpornih na potresno djelovanje.

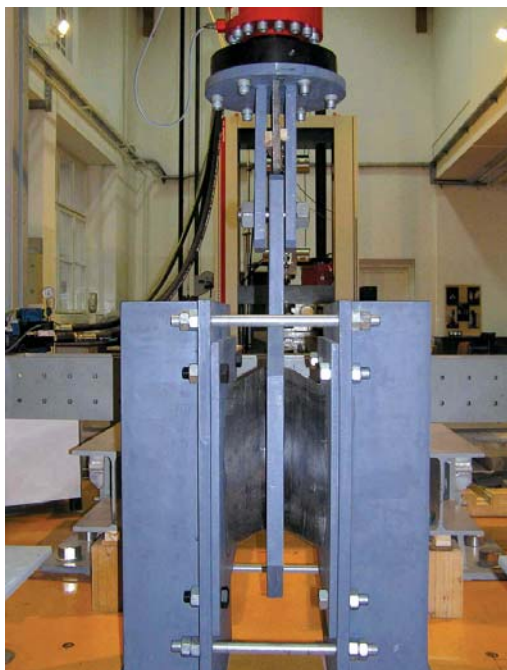
Histerežno je prigušenje (ovisno o vremenu) važan mehanizam trošenja energije pri oscilacijama u plastičnom

području. Utrošena energija jednaka je ploštini petlje u dijagramu ovisnosti opterećenja o pomaku (unutar histerezne petlje). Histerezno prigušenje ovisi o veličini pomaka. Može se modelirati oprugom koja ima nelinearnu ovisnost između opterećenja i pomaka. U tom slučaju problem postaje nelinearan te je za rješavanje jednadžbi gibanja potrebno rabiti nelinearne metode. Aproksimativno se ponekad uzima linearna analiza s viskoznom prigušenjem pod uvjetom da se rabi ekvivalentno viskozno prigušenje i ekvivalentna krutost.

Kod problema potresne izolacije posebnu pozornost treba posvetiti proturječnim zahtjevima. Poznato je da gibanje mekoga uslojenog tla ima veće prevladavajuće periode od perioda koji se pojavljuju u čvrstome tlu. U tom slučaju izolacija bi mogla biti kontraproduktivna zbog rezonantnih pojava pri poklapanju prevladavajućeg perioda potresa i perioda izoliranoga konstrukcijskog sustava građevine.

S obzirom na to da kod vrlo visokih zgrada vjetar može biti prevladavajuće horizontalno opterećenje, može se reći da je potresna izolacija primjenjiva kod nižih zgrada koje nisu temeljene na debelim slojevima mekog tla.

U normi EN 1998-2:2005 razlikuju se elastomerni ležajevi s malim prigušenjem (ekvivalentno viskozno prigušenje  $\zeta < 0,06$ ) i elastomerni ležajevi s velikim prigušenjem (ekvivalentno viskozno prigušenje  $\zeta \approx 0,1$  do  $0,2$ ). Ekvivalentno viskozno prigušenje predstavlja energiju koja se troši s pomoću izolacijskog sustava i izražava efektivnim prigušenjem  $\zeta_{eff}$ .



Slika 15. Uređaj za ispitivanje dinamičkih karakteristika elastomernih ležajeva

Ležajevi s malim prigušenjem moraju biti usklađeni s normom EN 1337-3:2005 i mogu se primjenjivati bez posebnih ispitivanja seizmičkih karakteristika, dok se ležajevi s velikim prigušenjem (posebni elastomerni ležajevi) moraju ispitati u skladu s normom prEN 15129:2007. Na slici 15. prikazan je uređaj za ispitivanje dinamičkih karakteristika elastomernih ležajeva za seizmičku izolaciju.

Karakteristični izrazi prema normi EN 1998-2:2005

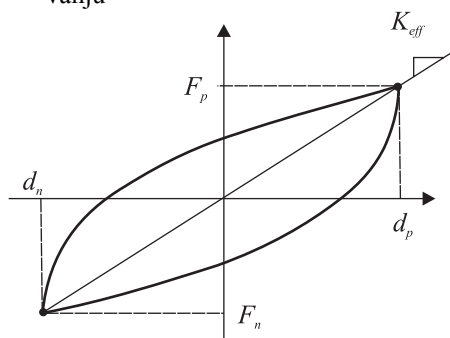
Karakteristične vrijednosti koje su potrebne pri određivanju seizmičkih svojstava elastomernih ležajeva jesu:

a) Efektivna krutost

$$K_{eff} = \frac{F_p - F_n}{d_p - d_n} \quad (21)$$

$F_p$  i  $F_n$  - najveća pozitivna i negativna sila u ciklusu

$d_p$  i  $d_n$  - najveći pozitivni i negativni pomak pri ispitivanju



Slika 16. Određivanje efektivne krutosti

b) Efektivno prigušenje

$$\xi_{eff} = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\sum E_{D,i}}{K_{eff} d_{cd}^2} \right] \quad (22)$$

$\sum E_{D,i}$  je zbroj utrošene energije svih  $i$ -tih izolatora pri proračunskom pomaku  $d_{cd}$ . Može se odrediti s pomoću ploštine histerezne krivulje.

c) Efektivni period

$$T_{eff} = 2\pi \sqrt{\frac{M_d}{K_{eff}}} \quad (23)$$

$M_d$  - masa konstrukcije

d) Spektralna akceleracija  $S_e(T_{eff}, \eta_{eff})$

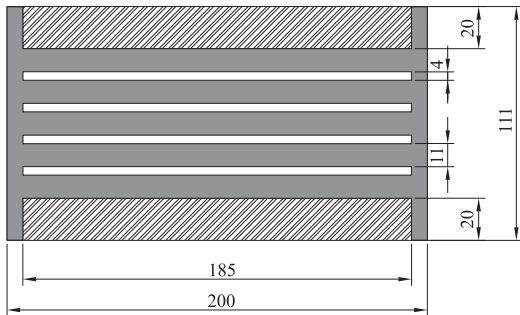
$\eta_{eff}$  - efektivni korekcijski faktor prigušenja

Spektralna akceleracija i izrazi kojima se ona može proračunati objašnjeni su u radu [9]. Najveća posmična sila kao konačna potrebna vrijednost dobije se iz izraza:

$$V_d = M_d \cdot S_e = K_{eff} \cdot d_{cd} \quad (24)$$

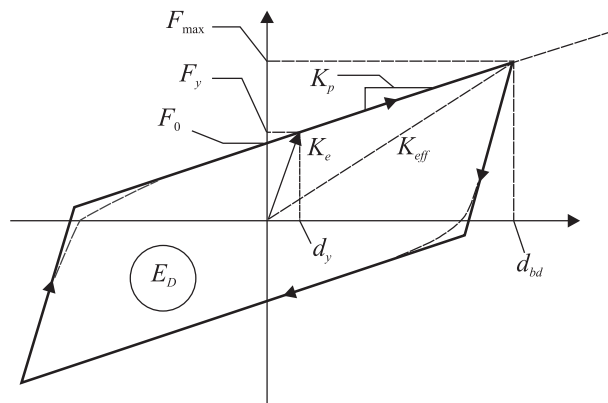
3.2.1 Primjer dinamičkog ispitivanja

Na slici 17. prikazan je armirani elastomerni ležaj ne-standardnih dimenzija.



Slika 17. Nestandardni armirani elastomerni ležaj Ø 200 mm

Odnos sile i pomaka kod elastomernih ležajeva može se opisati bilinearnom histerezom (slika 18.).



Slika 18. Bilinearna histereza elastomernih ležajeva [10]

$d_y$  - pomak pri popuštanju

$d_{bd}$  - proračunski pomak izolatora koji odgovara proračunskom pomaku izolacijskog sustava  $d_{cd}$

$F_y$  - sila popuštanja pri monotonom opterećenju

$F_0$  - sila pri nultom pomaku cikličkog opterećenja

$F_{max}$  - najveća sila koja odgovara proračunskom pomaku  $d_{bd}$

$K_e$  - elastična krutost pri monotonom opterećenju, odnosno neopterećena krutost pri cikličkom opterećenju

$K_p$  - postelastična (tangencijalna) krutost

$E_D$  - utrošena energija po ciklusu jednaka ploštini stvarne histerezne petlje

Sila  $F$  i ploština histerezne krivulje  $E_D$  određuju se ispitivanjem pri zadanim uvjetima ispitivanja (frekvencija i pomaci). Na temelju ovih izmjerenih veličina definirane su krutosti  $K_{eff}$  i  $K_p$  te efektivno prigušenje  $\zeta_{eff}$  (slika 19.).

1. primjer: 0,5 Hz i ±20 mm

$$F_p = F_{max} = 26,4 \text{ kN}$$

$$F_n = -28,5 \text{ kN}$$

$$F_0 = 3,2 \text{ kN}$$

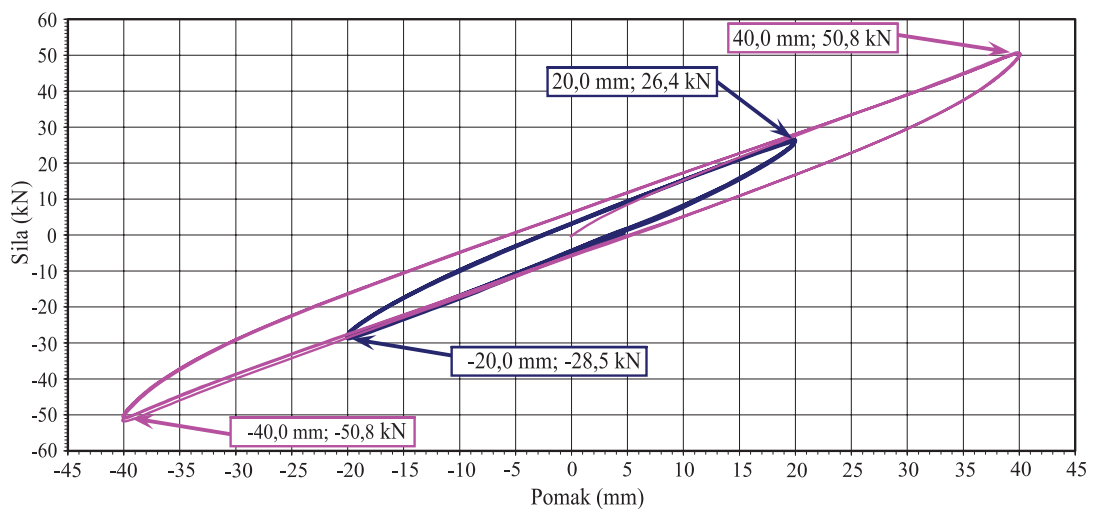
$$E_D = 239,36 \text{ kNmm}$$

$$K_{eff} = \frac{F_p - F_n}{d_p - d_n} = \frac{26,4 \cdot 10^3 - (-28,5 \cdot 10^3)}{20 - (-20)} = 1372,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$K_p = \frac{F_{max} - F_0}{d} = \frac{26,4 \cdot 10^3 - 3,2 \cdot 10^3}{20} = 1160 \text{ N/mm}$$

Ležaj 200 mm

— 0,5 Hz ± 20 mm — 0,03 Hz ± 40 mm



Slika 19. Odnos sile i pomaka pri različitim uvjetima ispitivanja

$$\xi_{eff} = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\sum E_{D,i}}{K_{eff} d_{cd}^2} \right] = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{239,36 \cdot 10^3}{1372,5 \cdot 20^2} = 0,069$$

2. primjer: 0,03 Hz i ±40 mm

$$F_p = F_n = \pm 50,8 \text{ kN}$$

$$F_{max} = 50,8 \text{ kN}$$

$$F_0 = 6,3 \text{ kN}$$

$$E_D = 754,30 \text{ kNmm}$$

$$K_{eff} = \frac{F_p - F_n}{d_p - d_n} = \frac{50,8 \cdot 10^3 - (-50,8 \cdot 10^3)}{40 - (-40)} = 1270 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$K_p = \frac{F_{max} - F_0}{d} = \frac{50,8 - 6,3}{40} = 1113 \text{ N/mm}$$

$$\xi_{eff} = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\sum E_{D,i}}{K_{eff} d_{cd}^2} \right] = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{754,30 \cdot 10^3}{1270 \cdot 40^2} = 0,059$$

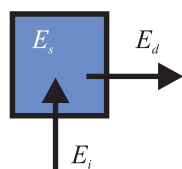
Prema normi EN 1998-2:2005 ovaj ležaj ima prigušenje koje je na granici između ležajeva s malim i visokim prigušenjem.

### 3.2.2 Energijski pristup optimalnoj seizmičkoj zaštiti

Teorijska načela fizike preko kojih se učinci trošenja energije primjenjuju na dinamičke probleme proučavaju se već više od dva stoljeća (D'Alembert: *Traité de dynamique*, 1743.). Bez obzira na to, praktično se primjenjuju tek u novije doba i u vrlo različitim sektorima. Prvi sektor koji je usvojio tehnologiju prigušenja bio je vojni (Francuska, 1897.). Nedugo poslije toga u automobilskoj industriji počinje primjena prigušivača u svrhu osiguravanja udobnosti i stabilnosti vozila.

Energijski pristup projektiranju konstrukcija prvi predstavlja Housner 1956., a glavni doprinos u novije doba daju Akiyama (1985.), Uang (1988.) i Bertero (1988.).

Prilikom potresa u građevinu se unosi velika količina energije ( $E_i$ ). Jedan dio energije pohranjen je unutar građevine ( $E_s$ ), a drugi se troši ( $E_d$ ) (slika 20.). Količina energije koja je pohranjena u konstrukciji trebala bi biti što manja pa bi količina utrošene energije trebala biti što veća.



Slika 20. Raspodjela energije u konstrukciji [8]

Pohranjena energija se dijeli na elastičnu energiju deformacije ( $E_e$ ) i kinetičku energiju ( $E_k$ ). Utrošena energija dijeli se na energiju koja se troši histereznim ili plastičnim prigušenjem ( $E_h$ ) i energiju koja se troši viskoznom prigušenjem ( $E_v$ ). U projektiranju konstrukcija otpornih na potresno djelovanje želi se

smanjiti energija koju preuzima građevina ( $E_s$ ), što se postiže povećanjem utrošene energije ( $E_d$ ). Danas se u praksi histerežno prigušenje ostvaruje ugradnjom raznih vrsta elastomernih ležajeva prikazanih u udžbeniku [9] poglavlje 7.6. ili ugradnjom posebnih hidrauličkih viskozno prigušivača [8].

$$E_s = E_e + E_k \tag{25}$$

$$E_d = E_h + E_v \tag{26}$$

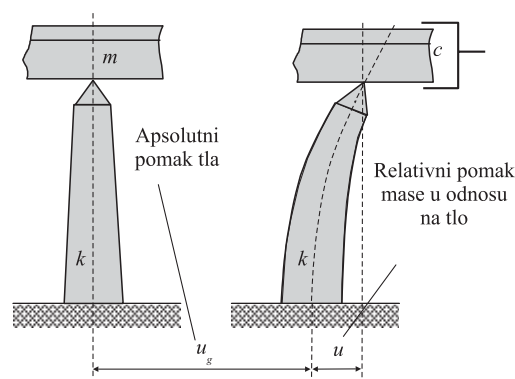
Jednadžba ravnoteže energije za konstrukcije glasi:

$$E_i \leq E_s + E_d \tag{27}$$

$$E_i \leq E_e + E_k + E_h + E_v$$

Viskozno prigušenje proporcionalno je sili odziva koja se može prikazati izrazom  $F = C \cdot v^a$  ( $C$  - konstanta,  $v$  - brzina seizmičkih pomaka,  $a$  - eksponent prigušenja). Eksponent prigušenja kreće se u granicama od 0 do 1,8 ovisno o uređaju za prigušenje.

Na primjeru jedne oscilirajuće mase  $m$  na osloncu mosta pri djelovanju dinamičkog opterećenja može se prikazati raspodjela energije (slika 21.).



Slika 21. Oscilirajuća masa [8]

Četiri komponente na desnoj strani izraza (27) mogu se prikazati integriranjem elastične, inercijalne, histerezne i viskozne sile.

$$E_e = \int kudu = \frac{1}{2} ku^2 \tag{28}$$

$$E_k = \int m\ddot{u}du = \int m \frac{d\dot{u}}{dt} du = \int m\dot{u}d\dot{u} = \frac{1}{2} m\dot{u}^2 \tag{29}$$

$$E_h = \int h(u) du \tag{30}$$

$$E_v = \int c\dot{u}du = \int c\dot{u}^2 dt \tag{31}$$

$$E_i = \int -m\ddot{u}_g du \tag{32}$$

Uvrštavanjem izraza (28), (29), (30), (31) i (32) u izraz (27) dobiva se jednadžba gibanja pri djelovanju viskoz-

nog ( $c$ ) i histereznog prigušenja ( $h$ ) koja je u nešto drukčijem obliku već izraženo izrazom (1):

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku + h(u) = -m\ddot{u}_g. \quad (33)$$

#### 4 Zaključak

U radu su opisane osnovne teorijske i eksperimentalne podloge za uporabu viskoelastičnih ležajeva u vibracijskoj i potresnoj izolaciji. Analizom mehaničkih svojstava građevinari mogu doći do spoznaja kada i kako upotrebljavati elastomerne materijale u konstrukcijama izloženim dinamičkim opterećenjima. Povezivanjem projektnih zahtjeva i dinamičkih karakteristika konstrukcija oslonjenih na viskoelastične ležajeve omogućuju se nova oblikovanja građevina. Posebno se u realizaciji složenih građevinskih zahvata preporučuje, osim proračuna, primijeniti i eksperimentalne metode. Takav pristup projektiranju i realizaciji projekta prikazan je u radu [6]. Primjenom ovih vrsta ležajeva moguće je osigurati znatnu redukciju sila i naprezanja u konstrukciji pri djelovanju dinamičkih opterećenja. Takva su svojstva posebno važna kod građevina za koje se zahtijeva uporabljivost i nakon djelovanja snažnog potresa. Kod armiranobetonskih konstrukcija za koje je na području Hrvatske često

mjerodavno seizmičko djelovanje, primjena potresne izolacije s pomoću armiranih elastomernih ležajeva donosi niz prednosti, kao što je ekonomičnija izgradnja, manji troškovi održavanja, produženje vijeka trajanja građevina i zaštita čovjekova okoliša. U prvom redu smanjuje se potrebna količina poprečne armature (sporna) jer se predviđa pretežno elastično ponašanje konstrukcije uz podjednak utrošak količine uzdužne armature. Osim toga jednostavnija je i kvalitetnija ugradba betona zbog manje zagušenosti čvorova okvira poprečnom i uzdužnom armaturom, ostvaruju se i uštede na sanaciji zgrade nakon potresa (nema potrebe za popravkom oštećenih konstrukcijskih i nekonstrukcijskih elemenata, opreme i instalacija). Povrh toga povećava se sigurnost i poboljšava uporabljivost i trajnost na taj način izoliranih zgrada. Osnovni uvjet za uspješnu primjenu građevinskih proizvoda koji sadrže elastomerne materijale jest osiguravanje kvalitete i u procesu proizvodnje i u procesu izvođenja i održavanja građevine. U analizi dinamičkih karakteristika viskoelastičnih ležajeva ponuđene su smjernice za projektiranje. Suradnja projekatana i proizvođača ležajeva redovito je najpovoljniji uvjet za uspješnu uporabu složenijih građevinskih zahvata.

#### LITERATURA

- [1] Šimunić, Ž.: *Dimenzioniranje elastomernih ležajeva*, disertacija, Zagreb, 1990.
- [2] Eggert, H.; Grote, J.; Kauschke, W.: *Lager im Bauwesen, Entwurf, Berechnung, Vorschriften*, Band I, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1974.
- [3] Topaloff, B.: *Gummilager für Brücken – Berechnung und Anwendung*, Der Bauingenieur 39 (1964) 2, 50-64.
- [4] EN 1337-3:2005, *Structural Bearings – Part 3: Elastomeric Bearings*, CEN, 2005.
- [5] Timoshenko, S.; Gere, J.M.: *Theory of Elastic Stability*, 2nd edn, McGraw-Hill, New York, 1961.
- [6] Šimunić, Ž.; Pičulin, S.; Krolo, J.: *Protuvibracijska izolacija industrijskih postrojenja*, Građevinar 44 (1992) 1, 13-22.
- [7] Šimunić, Ž.; Grandić, D.: *Protupotresna izolacija zgrada s pomoću elastomernih ležajeva*, Građevinar 55 (2003) 2, 71-81.
- [8] MAURER *Seismic Isolation Systems*, 2003.
- [9] Šimunić, Ž.: *Polimeri u graditeljstvu*, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, 2006.
- [10] EN 1998-2:2005, *Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance, Part 2: Bridges*, CEN, 2005.