

# Analiza oštećenja atrija Kneževa dvora u Dubrovniku

---

**Lazarević, Damir; Dvornik, Josip; Fresl, Krešimir**

*Source / Izvornik:* **Građevinar, 2004, 56, 601 - 612**

**Journal article, Published version**

**Rad u časopisu, Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:753598>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-30**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)



# Analiza oštećenja atrija Kneževa dvora u Dubrovniku

Damir Lazarević, Josip Dvornik, Krešimir Fresl

## Ključne riječi

*Knežev dvor u Dubrovniku, atrij, oštećenja, pukotine, numerički model, kritična mjesta, eksperimentalna istraživanja*

## Key words

*Rector's Palace in Dubrovnik, atrium, damage, cracks, numerical model, critical spots, experimental research*

## Mots clés

*palais ducal à Dubrovnik, atrium, dégât, fissures, modèle numérique, points critiques, études expérimentales*

## Ключевые слова

*Кнежев двор в Дубровнике, атриум, повреждения, трещины, численная модель, критические места, экспериментальные исследования*

## Schlüsselworte

*Fürstenpalast in Dubrovnik, Atrium, Beschädigungen, Risse, numerisches Modell, kritische Stellen, experimentale Forschungen*

*D. Lazarević, J. Dvornik, K. Fresl*

*Izvorni znanstveni rad*

## Analiza oštećenja atrija Kneževa dvora u Dubrovniku

*U ovom radu je analizirana konstrukcija atrija Kneževa dvora u Dubrovniku i temeljni nedostaci te konstrukcije koji kontinuirano, kroz dulje razdoblje, uzrokuju otvaranje pukotina. Postavljena su dva numerička modela i prikazani najvažniji rezultati provedenih proračuna koji su potvrdili opravdanost pretpostavki iz ovog rada o uzrocima oštećenja. Proračunom dobivena kritična mjesta dobro se podudaraju s rezultatima eksperimentalnih istraživanja na objektu i položajima pukotina.*

*D. Lazarević, J. Dvornik, K. Fresl*

*Original scientific paper*

## Analysis of damage to the Rector's Palace atrium in Dubrovnik

*Authors analyze the structure of the Rector's Palace atrium in Dubrovnik and its fundamental deficiencies which have been causing formation of cracks through a prolonged period of time. Two numerical models are defined and most significant results are presented. These results confirm assumptions made in this paper as to the causes of this damage. Critical spots obtained by calculations correspond well to experimental results obtained on the site, i.e. on spots affected by cracking.*

*D. Lazarević, J. Dvornik, K. Fresl*

*Ouvrage scientifique original*

## L'analyse d'endommagement de l'atrium du palais ducal à Dubrovnik

*La construction de l'atrium du palais ducal à Dubrovnik et les défauts principaux de cette construction qui ont causé, à travers des années, l'apparition des fissures, est analysée dans l'ouvrage. Deux modèles numériques sont définis et les résultats importants sont présentés. Ces résultats confirment les suppositions faites dans le présent ouvrage à propos des causes de l'endommagement. Les points critiques révélés au cours des calculs correspondent bien avec les résultats expérimentaux obtenues sur le terrain, c'est-à-dire aux endroits effectivement affectés par l'apparition des fissures.*

*Д. Лазаревич, Й. Дворник, К. Фресл*

*Оригинальная научная работа*

## Анализ повреждения атриума Кнежева двора в Дубровнике

*В этой работе даётся анализ конструкции атриума Кнежева двора в Дубровнике и основные недостатки той конструкции, которые непрерывно, в течение более длительного периода, вызывают появление трещин. Поставлены две численные модели и показаны важнейшие результаты проведённых расчётов, подтвердивших обоснованность предположений из этой работы об источниках повреждения. Полученные расчётом критические места хорошо совпадают с результатами экспериментальных исследований на объекте и положениях трещин.*

*D. Lazarević, J. Dvornik, K. Fresl*

*Wissenschaftlicher Originalbeitrag*

## Anlyse der Beschädigungen des Atriums des Fürstenpalastes in Dubrovnik

*In diesem Artikel analysiert man die Konstruktion des Atriums des Fürstenpalastes in Dubrovnik und die grundlegenden Mängel dieser Konstruktion, die dauernd durch längere Zeit das Öffnen der Risse verursachen. Es sind zwei numerische Modelle aufgestellt und die wichtigsten Ergebnisse der durchgeführten Berechnungen dargestellt, die die Berechtigung der Voraussetzungen aus diesem Artikel über die Ursachen der Beschädigungen bestätigen. Die durch die Berechnung festgestellten kritischen Stellen stimmen gut mit den Ergebnissen der experimentalen Forschungen am Bauwerk und der Lage der Risse überein.*

Autori: Doc. dr. sc. **Damir Lazarević**, dipl. ing. građ.; prof. dr. sc. **Josip Dvornik**, dipl. ing. građ.; doc. dr. sc. **Krešimir Fresl**, dipl. ing. građ., Sveučilište u Zagrebu Građevinski fakultet, Kačićeva 26, Zagreb

## 1 Uvod

Građevinski je fakultet u Zagrebu na temelju ugovora sa Zavodom za obnovu Dubrovnika preuzeo izradu studije o uzrocima oštećenja na konstrukciji atrija Kneževa dvora u Dubrovniku [11]. U izradi elaborata sudjelovali su: Zavod za geotehniku (voditelj: prof. dr. sc. A. Szavits-Nossan) i Zavod za tehničku mehaniku Građevinskog fakulteta u Zagrebu (voditelj: prof. dr. sc. J. Dvornik) te Zavod za inženjersku geodeziju Geodetskog fakulteta u Zagrebu (voditelj: prof. dr. sc. Z. Kapović). Na temelju rezultata istražnih radova te vlastitih zapažanja i proračuna pokušali smo ustanoviti temeljne uzroke otvaranja velikog broja pukotina u atriju.



Slika 1. Koncertni podij u atriju Kneževa dvora [12]

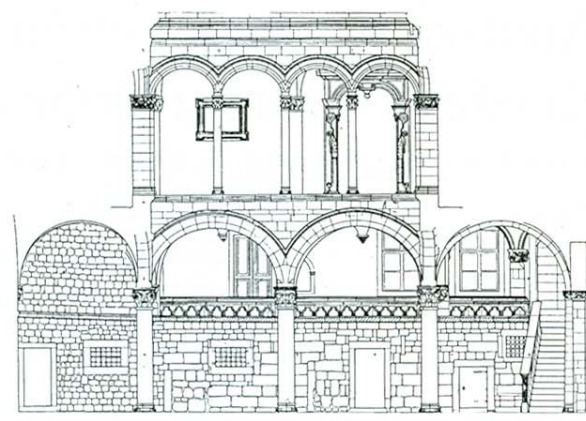
Knežev dvor u Dubrovniku po svom je kulturnom i povijesnom značenju jedna od najvrjednijih građevina u staroj gradskoj jezgri. S kulturnog stajališta, dvor je mjesto postava velikog broja izložaba različitih sadržaja, a sam je atrij (slika 1.) jedan od napoznatijih prostora za održavanje koncerata komorne glazbe u svijetu.

Povijesno gledano, cijela je građevina spomenik iznimne vrijednosti.

### 1.1 Opis konstrukcije

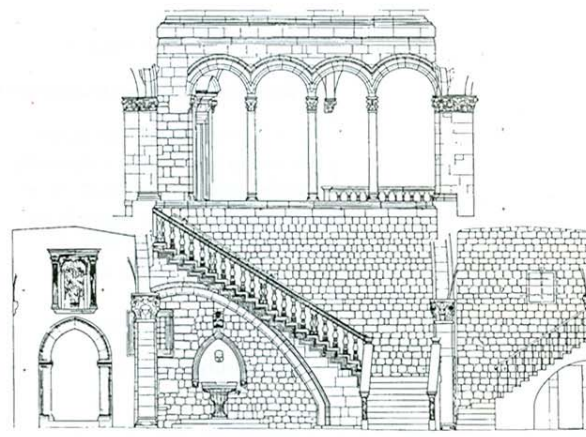
Atrij se sastoji od prizemlja i tri etaže: međukata (mezanina), kata i terase. Međukatne konstrukcije čine sedreni svodovi nasuti nabačajem do ravnine podova. Ispod većine svodova kata postavljene su zatege. Po dvije pete svodova oslonjene su na zidove i na okrugle stupove koji s lukovima pročelja čine unutarnju fasadu. Stupovi su, uz iznimku sjeverne fasade, izvedeni u svim etažama (slika 2.). Na katu su udvojeni i manjeg su promjera od onih u prizemlju.

Spomenimo da parovi stupova nisu jednako opterećeni. Između parova koji nose pete svodova postavljeni su slabije opterećeni parovi koji nose samo dio fasade.



Slika 2. Pogled na južno pročelje atrija [4]

Uglovne svodove na katu dijelom pridrđavaju masivni zidani stupovi. Donji dio sjeverne fasade, umjesto reda stupova, čini zide uz koje se pruža stubište koje vodi na kat atrija (slika 3.).



Slika 3. Pogled na sjeverno pročelje atrija [4]

### 1.2 Postojeće stanje

Višestrukim pregledom Kneževa dvora, posebice atrija, uočili smo mnogobrojne pukotine na spojevima nosivih elemenata, napose u kapitelima, podnožjima i vrhovima stupova, ali i u tjemenu i petama svodova prizemlja (slika 4.). U razgovoru s kolegama različitih struka koji su radili na Kneževu dvoru posljednjih 40–ak godina saznali smo da je konstrukcija kroz povijest pretrpjela brojna urušavanja i oštećenja, zbog čega je često sanirana. I danas se na nosivim elementima vidi neuobičajeno veliki broj tragova naknadnih zahvata (kameni umetci, baze i kapiteli različitih stilova te različite vrste kamena).





Slika 4. Oštećenja stupova pri bazi: a) kameni umetak u prizemlju, b) lom na katu

To nas je potaknulo da tragamo za nekim stalnim (trajnim) uzrokom oštećenja ovoga zdanja. Zanimljiv je i citat V. Steinmana, dipl. ing. građ., koji je prije gotovo trideset godina u svom izvještaju [2] na stranici 68. zapisao: „Oštećivanja pojedinih dijelova dvojnih stupova kao da je neka trajna pojava. Krajem prošlog stoljeća [misli se na XIX. stoljeće, *prim. autorâ*] izmijenjeno je nekoliko stupova sa kapitelima s bazama”. Slično, na stranici 67. o stupovima prizemlja piše: „Svi su bili iznad podnožja u prošlosti uspješno krpani”.

## 2 Početne hipoteze o uzrocima oštećenja

S obzirom na položaje pukotina, logično je bilo istraživanje o uzrocima njihova nastanka započeti ispitivanjem dviju hipoteza:

- preveliki su relativni pomaci temeljnog tla i
- preveliko je centrično tlačno naprezanje u stupovima.

Promatranjima, mjerenjima i proračunima prva hipoteza nije potvrđena. Geomehanička ispitivanja i geodetska mjerenja na nekoliko mjesta u atriju i šire, oko Kneževa dvora, nisu pokazala značajnije vertikalne pomake temeljnog tla. Ipak nismo sigurni da ovu hipotezu možemo odbaciti bez dodatnih istraživanja. Možda je jedna godina opažanja premalo razdoblje kad je riječ o stotinama godina dugim procesima. Postoji i mogućnost da su pomaci u tlu diskontinuirani. Jači potresi uzrokuju trajne pomake temeljnoga tla koji se realiziraju kratko nakon seizmičke aktivnosti. Takvi se pomaci stoljećima akumuliraju. Između dvaju potresnih djelovanja tlo gotovo miruje pa mjerni instrumenti ne bilježe značajne promjene. Ipak, na temelju naših analiza skloni smo uvjetno odbaciti hipotezu neposredne povezanosti oštećenja s pomacima tla.

Druga hipoteza pokazala se vjerojatnijom jer je preciznim instrumentima Laboratorija Zavoda za tehničku mehaniku (voditelj: prof. dr. sc. M. Rak) ipak ustanovljen slabi rad pojedinih pukotina. Međutim, kontrola stupova

na centrični tlak pokazala je da imaju veliki faktor sigurnosti. Primjerice, faktor sigurnosti udvojenih stupova koji pridržavaju svodove iznosio bi približno 23. Udvojeni stupovi koji ne pridržavaju svodove i masivni zidani stupovi u uglovima kata imaju još veće faktore sigurnosti. Uglovni stupovi u prizemlju imaju faktor otprilike 10, a ostali oko 14. Ovi su iznosi dobiveni uz najveće procijenjeno stalno opterećenje koje je moglo djelovati prema pisanim podacima o povijesti atrija. Štoviše, uzimali smo malu tlačnu čvrstoću kamena u odnosu na vrijednosti preporučene u literaturi. Budući da se radi o velikim faktorima sigurnosti, mislimo da centrično tlačno naprezanje u stupovima nije glavni uzrok otvaranja pukotina.

## 3 Temeljni nedostaci statičkog sustava

Na konstrukciji atrija možemo uočiti dva nedostatka koji su uzrokom većine problema:

- Svodovi prizemlja nemaju zatege (slika 5.).



Slika 5. Svodovi prizemlja na južnoj strani atrija

Zbog toga se u statičkom sustavu i pri vertikalnom opterećenju pojavljuju horizontalne sile koje djeluju u petama donjih svodova.

- Veze među nosivim elementima pretežno su ostvarene trnom položenim u osi spoja (slika 6.).

Možemo naslutiti da se radi o spoju male upetosti koji je blizak zglobu.

Ako napravimo presjek kroz deformirani prostorni model utemeljen na ovim činjenicama (slika 7.), može se uočiti niz slabosti u konstrukciji atrija (slika 8.). Proračun je proveden programom SAP 2000. Označeni čvorovi imaju minimalnu krutost na savijanje. Ucertani su samo najveći horizontalni pomaci i zaokreti duž vertikale.

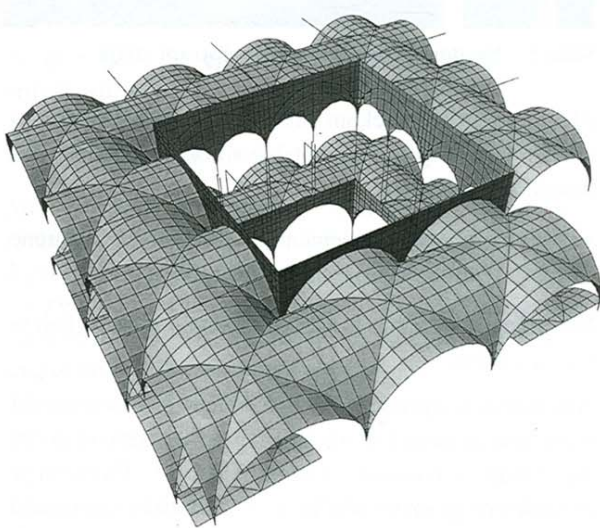




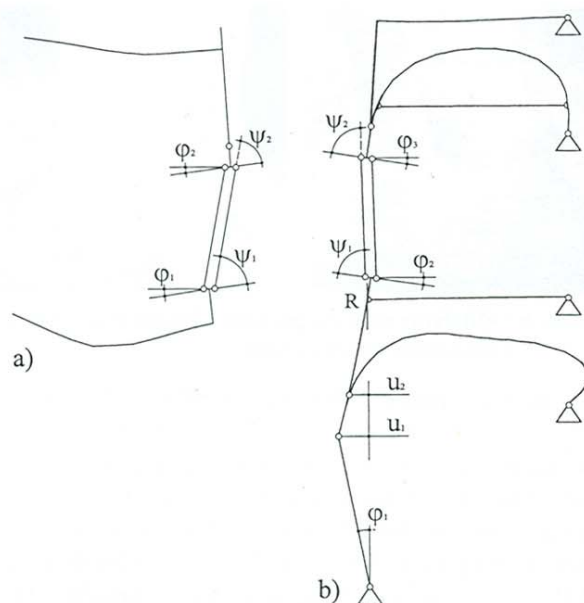
Slika 6. Jedan od oštećenih spojeva stupa i kapitela na katu atrija

### 3.1 Deformabilnost statičkog sustava

Na slici 8.b vidi se da fasadno zid u ravnini manje krutosti ne može učinkovito preuzeti potiske svodova prizemlja. Njima treba pribrojiti i potisak zida od nabačaja. Zbog toga se pri petama tih svodova pojavljuju najveći horizontalni pomaci  $u_i$  koji uzrokuju rotaciju fasadnoga zida oko spoja s podom kata (točka R na slici 8.b). Rotacija uzrokuje pojavu kutova zaokreta  $\varphi_i$  duž vertikale. Zatege na katu sprječavaju horizontalne pomake, ali nisu



Slika 7. Prostorni numerički model atrija. Zbog jasnoće slike ležajevi i opterećenje nisu prikazani



Slika 8. Vertikalni presjek kroz deformirani model pri djelovanju stalnog opterećenja: a) kroz tjeme svoda, b) kroz petu svoda

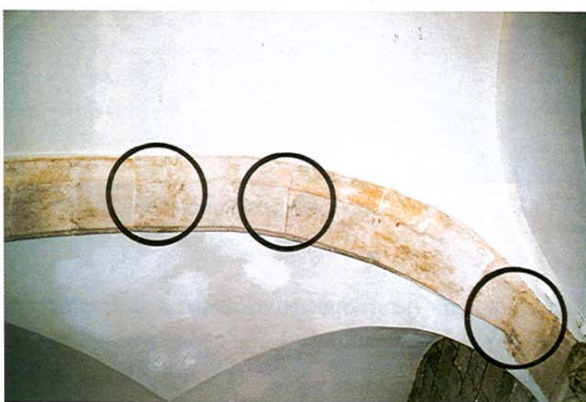
učinkovite pri sprječavanju kutova zaokreta. Njihova je krutost na savijanje zanemariva u odnosu na istu krutost zidova pri rotaciji sidrenog mjesta. Zaokreti su na tim mjestima dodatno povećani jer su pete nekih svodova ekscentrično priključene na kapitele (slika 9.). To modelom i nije uzeto u obzir. Uočavamo deformabilnost statičkog sustava jer svod mora pridržavati fasadno zid prizemlja. Trebalo bi biti obratno — zid bi trebalo pridržavati svod.



Slika 9. Ekscentrični priključak jednog od svodova kata na kapitel



Naglasimo da se radi o vrlo malim pomacima i zaokretima. Prema našim proračunima, već pri horizontalnom pomaku  $u_1 \approx 0,6$  mm otvara se prva pukotina. Podatljivi nabačaj svodova može bez vidljivih pukotina pratiti takve pomake. Međutim lukovi koji ojačavaju svodove prizemlja načinjeni su od dobro složenih kamenih ploča, gotovo bez sljubnica, koje ne mogu slijediti čak ni tako male pomake. Zbog toga se u petama lukova mogu uočiti tragovi drobljenja ploča, a u tjemenu promjena oblika lukova i svodova, te otvaranje procjepa među pločama (zaokruženo na slici 10.). Ističemo sličnost deformiranog modela luka na slici 8.b i realnog stanja na slikama 5. i 10. Svodovi su otporniji i zato što nose prostorno, za razliku od lukova koji nose ravninski, te su stoga osjetljiviji na horizontalne pomake ležajnih mjesta.



Slika 10. Oštećenja jednog od lukova uglovnog svoda u prizemlju

### 3.2 Slaba upetost spojeva

Najčešći je slučaj da se u osi svakog od spojeva stupa s bazom i kapitelom te kapitela s petom fasadnog luka nalazi željezni trn. Kako smo uočili na jednom od oštećenih spojeva (slika 6.), čini se da su trnovi umetnuti u otvore nešto većeg promjera, nakon čega su zaliveni olovom.

Prvi proračuni upozorili su na temeljni nedostatak spoja: loše sidrenje trna u kamen. To je posljedica male duljine sidrenja i slabe prionljivosti trna za kamen. Prema našim procjenama trn je duljine 20 do 30 cm, što odgovara duljini sidrenja od samo 10 do 15 cm. Prionljivost između trna i kamena ovisi o slabim mehaničkim svojstvima olova, posebno o njegovoj sklonosti pužanju [14]. Zbog toga ne možemo govoriti o klasičnoj prionljivosti poput one između armature i betona. Prema tome, trn može preuzeti malu vlačnu silu (silu čupanja), a leži u sredini spoja. Očito je da takav spoj ne može preuzeti velike momente savijanja, odnosno radi se o spoju male upetosti.

### 3.3 Ekscentrično opterećeni spojevi

Zbog kutova zaokreta  $\varphi_i$  i gotovo zglobnih spojeva nastaju lomovi progibne linije, odnosno relativni zaokreti  $\psi_i$  na mjestima spojeva (slika 8.). Znači, protivno drugoj hipotezi, spojevi su izrazito ekscentrično opterećeni. Budući da ne mogu preuzeti značajnije momente, dolazi do odvajanja i međusobnog naližavanja nosivih elemenata na jednu stranu spoja. Na nekim su mjestima procijepi među kamenim elementima toliko veliki da su se zapunjavali olovom, mortom ili drvenim klinovima (slika 11.).



Slika 11. Mortom zapunjeni procjep pri bazi jednog od stupova prizemlja

### 3.4 Koncentracija naprezanja

Mala površina naližavanja uzrokuje pojavu koncentracije naprezanja (slika 12.). Otvaranje pukotina u kamenu nastaje:

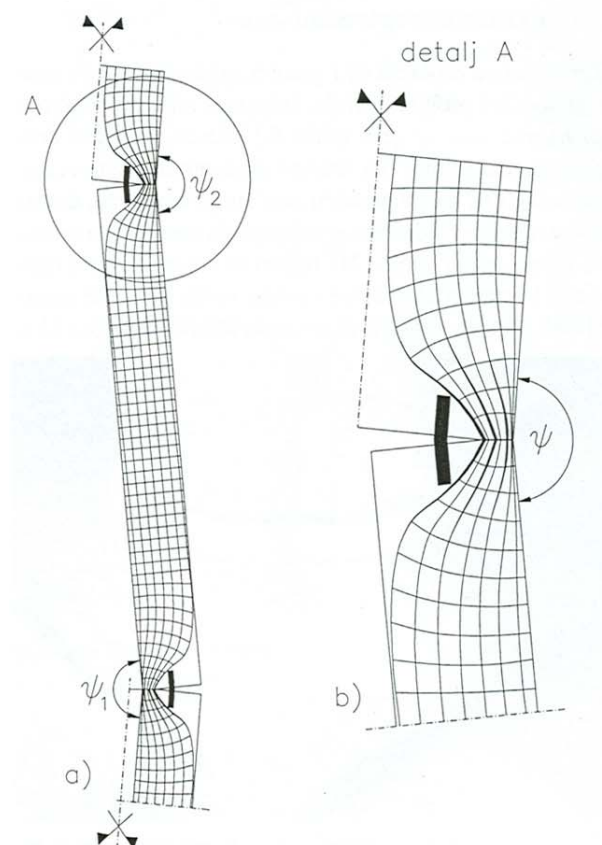
- zbog velikih naprezanja u tlačnoj zoni male površine i
- zbog velike zakrivljenosti tlačnih trajektorija. Okolito na njih pojavljuju se velika vlačna naprezanja (slika 12.b).

Posljednjima treba pribrojiti i vlačna naprezanja zbog pritiska korodiranoga trna; poznato je da korozija uzrokuje povećanje volumena. Rezultanta je vlačnih naprezanja tzv. sila cijepanja i učinkovito se preuzima vilicama. Metalni obruči stisnuti oko jednog od ugroženih stupova djelomično su preuzeli ulogu vilica (slika 13.). Na ovaj se način objašnjava i pucanje spojeva slabije opterećenih udvojenih stupova atrija jer, iako nisu opterećeni svodovima, u podnožju i vrhu povezani su s fasadnim zidovima i zakreću se zajedno s njima (slika 8.a).

### 3.5 Spojevi bez dilatacija

Ovdje se moramo suočiti s još jednim problemom. Stari su majstori brižljivo sljubili spojeve (slika 14.) u težnji za





Slika 12. Skice trajektorija naprezanja: a) u jednom od udvojenih stupova kata, b) pri spoju, s ucrtanim vlačnim pukotinama

jednolikom raspodjelom tlačnih naprezanja po spoju, misleći da su stupovi centrično opterećeni. Upravo ta činjenica pri ekscentričnome tlačnom naprezanju stvara velike teškoće. Budući da takav spoj ne može kompenzirati zaokrete, već pri malom nalijeganju na jednu stranu dolazi do prekoračenja vlačnih naprezanja i puknuća kamena. Naši proračuni pokazuju da je za model spoja na slici 14. dovoljan otklon od pravog kuta od samo  $\approx 0,014^\circ$  za otvaranje prve pukotine.

### 3.6 Mala jezgra presjeka stupova

Stupovi su, posebice oni na katu atrija, vrlo vitki. Znamo da je promjer jezgre okrugloga presjeka  $d/4$ , što za udvojene stupove promjera 26 cm u bazi i 23 cm pod kapitelom iznosi 6,5 cm odnosno 5,75 cm. Polovina dobivenih vrijednosti, s jedne i druge strane osi presjeka, jest samo 3,25 cm i 2,88 cm. Stupovi u prizemlju imaju promjer u bazi 54 cm, a pod kapitelom 50 cm, što daje promjer jezgre od 13,5 cm odnosno 12,5 cm. Polovina je tih vrijednosti samo 6,75 cm odnosno 6,25 cm.



Slika 13. Jedan od jako oštećenih udvojenih stupova na katu

Uočavamo da je moguća vrlo mala ekscentričnost uzdužne sile koja osigurava tlačna naprezanja po cijelom spoju. Ako takvim spojem želimo preuzeti veće momente bez sudjelovanja vlačnih naprezanja, jedino nam preostaje pritisnuti ga velikom tlačnom silom.



Slika 14. Precizna klesarska izvedba spojeva pri kapitelu jednog para stupova



### 3.7 Malo vertikalno opterećenje

Na žalost, upravo protivno početnoj hipotezi, stupovi imaju malo vertikalno opterećenje, odnosno malu uzdužnu tlačnu silu. Dokaz tome su veliki faktori sigurnosti na centrični tlak i zanemarivi vertikalni pomaci izmjereni u bazama donjih i gornjih stupova. Uklanjanje masivne kamene ograde s terase atrija 1952. godine [2] dodatno je smanjilo uzdužnu silu u stupovima.

U prilog tome treba zamijetiti: naprezanja su u stupovima podalje od spojeva vrlo mala, jer s udaljavanjem od mjesta spoja utjecaj koncentracije naprezanja brzo iščezava. Trajektorije postaju paralelne (slika 12.a). Nosivi je sustav opterećen malom uzdužnom silom koja izaziva centrični tlak. Zbog toga dovoljno daleko od spojeva nema pukotina po fasadnom zidu ili tijelima kamenih stupova. Elementi sustava malo se deformiraju — zakreću se poput krutih tijela (slika 8.). Njihove su deformacije male, pa su i naprezanja mala. Uz to, fasadno je zide i lokalno slabo opterećeno, jer u spojevima ima velike poprečne presjeke u odnosu na stupove i kapitule (slika 4.b). Zbog toga fasada ni na tim mjestima nema zamjetnih pukotina.

### 3.8 Mali stupanj statičke neodređenosti

Pri velikim rubnim tlačnim i okomitim vlačnim naprezanjima dolazi do cijepanja stupova i kapitula pri spojevima. Spojevi gube krutost na savijanje. Budući da je spoj pritisnut, kamen još uvijek može preuzeti tlačnu silu, a trn i trenje po površini spoja poprečnu silu. Spoj se ponaša kao zglob. Na slici 8.b možemo uočiti još jedan veliki nedostatak: dovoljna su tri zgloba duž vertikale da statički sustav postane nestabilan. Uočavamo da je pukotinsko stanje u atriju opasno jer se radi o statičkom sustavu maloga stupnja neodređenosti. Popuštanjem rotacijske krutosti spojeva opterećenje se nema kuda preraspodijeliti. Do iscrpljenja nosivosti atrija dolazi pri malim faktorima sigurnosti jer konstrukcija ne raspolaže rezervama nosivosti. Raspucali se spojevi ne mogu rasteretiti.

U bližoj je povijesti zabilježeno često otpadanje ili uklanjanje opasnih komada raspucanih kapitula. Na jednom se mjestu u [2] za jedan kapitel spominje: „Prema primljenim podacima gornji je dio ispao prigodom jedne festivalske predstave pred Dvorom ljeti 1968. godine”. Ili za drugi kapitel: „To je dio kapitula iz lijevog stupa kraj sata koji je zamijenjen godine 1952., sve prema podacima Zavoda.”

Treba upozoriti: pukotine znače da je rotacijska krutost velikog broja spojeva u atriju vrlo mala. Spojevi teže prema zglobovima, a statički sustav prema mehanizmu.

### 3.9 Osjetljivost konstrukcije na male promjene opterećenja

Zaključujemo da se ravnoteža sustava održava na temelju najlošijeg svojstva kamena — male vlačne čvrstoće koja osigurava slabu upetost spojeva. Bez nje bi statički sustav bio mehanizam. Za usporedbu, pri centrično opterećenim stupovima oslanjamo se na najbolje svojstvo kamena — veliku tlačnu čvrstoću.

Takva je konstrukcija vrlo osjetljiva na promjene opterećenja, jer se ravnoteža održava na temelju rotacijske krutosti raspucanoga kamena. Zbog toga postoji stalni, premda vrlo mali rad pukotina. Pojava je izražena već djelovanjem temperature, a posebno radovima na objektu ili djelovanjem potresa. To možemo objasniti stalnim kolebanjem tlačne linije (točnije uzdužne sile) u stupovima. Zbog toga se tlačna zona spojeva povećava ili smanjuje, pa se i vlačna naprezanja povećavaju ili smanjuju, što uzrokuje širenje ili stiskanje pukotina. Na taj se način povećavaju oštećenja na mjestima postojećih pukotina ili se otvaraju nove.

## 4 Detaljni numerički model

Da bismo potvrdili ispravnost navedenih zaključaka, pristupili smo izradi preciznijega prostornog numeričkog modela (slika 15.).



Slika 15. Detaljni numerički model atrija. Zbog jasnoće slike ležajevi i opterećenje nisu prikazani

Proračuni su provedeni programskim paketom FEAP 7.4 [9], koji smo dopunili rutinama koje omogućavaju isključivanje konačnog elementa i traženje minimuma



energije u zadanom smjeru (*line search*) metodom bisekcije. Priprema ulaznih podataka i analiza rezultata napravljena su uz podršku programa GiD 6.1.2a [8] koji smo također prilagodili našim potrebama.

Svi glavni nosivi elementi modelirani su trodimenzionalno. Čak je i ispuna između svodova i podova modelirana s pomoću konačnih elemenata, kako bi se ustanovio doprinos nosivosti konstrukcije. Time se realnije modelira i indirektni prijenos opterećenja na svodove. Koncentrirane sile se širenjem kroz ispunu raspodjeljuju na veću površinu svoda. Zidovi kojima je omeđen atrij nisu modelirani, kao ni zid uz stubište koje vodi na kat atrija. Radi se o zidovima koji nemaju ozbiljnih pukotina i koji su posljednjom sanacijom pridržani u nivou katova. Stoga ih pri djelovanju vertikalnog opterećenja, koje ovdje razmatramo, možemo zamijeniti vertikalno nepopustljivim ležajima. Opterećenja pokretnim teretom i djelovanje potresa nismo razmatrali jer su proračuni pokazali poddimenzioniranost atrija već za stalno djelovanje.

Upotrijebljeni su konačni elementi u obliku tetraedra s deset čvorova i tri stupnja slobode po čvoru. Numerička integracija izvršena je s četiri Gaussove točke. Model se sastoji od 278 499 elemenata i 71 307 čvorova. Ukupni je broj nepoznanica 203 235.

#### 4.1 Model materijala

Većina je pukotina u atriju nastala prekoračenjem vlačne čvrstoće kamena. Zbog toga je preopasno pouzdati se u bilo kakav oblik duktilnosti konstrukcijskog sustava. U atriju prevladavaju krhki materijali sa skrivenim pukotinama i malim poprečnim presjecima nosivih elemenata (posebno stupovi, kapiteli i fasadno zide oslabljeno lukovima). Oni nemaju minimalnu uzdužnu i poprečnu armaturu koja bi trebala osigurati duktilnost presjeka. Zbog toga je upotrijebljen homogeni, linearno elastični model krhkog materijala.

##### 4.1.1 Kriterij otkazivanja konačnog elementa

Kriterij sloma određen je modificiranom teorijom najvećih normalnih naprezanja. Teoriju su u izvornom obliku definirali Galileo i Rankine [13]. Ona dobro predviđa otkazivanje krhkog materijala pri vlačnim naprezanjima. Kriterij sloma definira se izrazom:

$$f(\sigma_1, \sigma_3) = \frac{(\sigma_1 - \sigma_a)^n}{\sigma_s} + \frac{(\sigma_3 - \sigma_a)^n}{\sigma_s}, \quad (1)$$

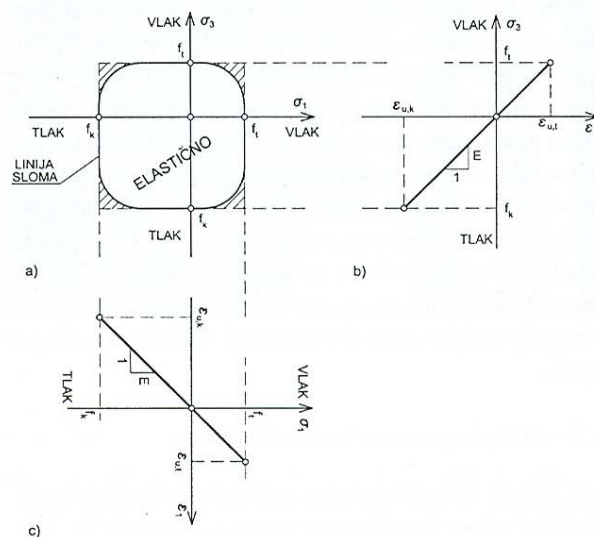
gdje su  $\sigma_1$  i  $\sigma_3$  najveće i najmanje glavno naprezanje u Gaussovoj točki konačnog elementa. U našim proračunima pozitivna vrijednost označava vlačno, a ne-

gativna tlačno naprezanje. Vrijednosti  $\sigma_a$  i  $\sigma_s$  definirane su kao:

$$\sigma_a = \frac{f_t - f_k}{2} \quad \text{i} \quad \sigma_s = \frac{f_t + f_k}{2}, \quad (2)$$

gdje su  $f_t$  i  $f_k$  vlačna i tlačna čvrstoća materijala pri jednoosnom pokusu.

Oblik područja nosivosti u koordinatnom sustavu  $\sigma_1 - \sigma_3$  definiran je izrazom  $f(\sigma_1, \sigma_3) = 1$ , što predstavlja jednadžbu tzv. hiperelipse (slika 16.a).



Slika 16. Model materijala: a) dvoosno područje nosivosti, b) jednoosni dijagram  $\sigma_3 - \epsilon_3$ , c) jednoosni dijagram  $\sigma_1 - \epsilon_1$

Zakrivljenost pri uglovima određujemo izborom eksponenta  $n$  u izrazu (1). Veći eksponent daje veću, a manji manju zakrivljenost. Primjerice, za  $n = 2$  područje nosivosti ima oblik kruga. Ako  $n \rightarrow \infty$ , ono teži obliku kvadrata. U ovom je proračunu, na temelju rezultata eksperimenata i preporuka iz literature, odabrano  $n = 10$ , čime se uzima u obzir smanjenje nosivosti krhkih materijala pri višeosnom naprezanju blizu granica tlačne i vlačne čvrstoće. Dio koji bi prema teoriji najvećih normalnih naprezanja osigurao nosivost u našem se slučaju ne uzima u obzir (šrafirano na slici 16.a). Ako glavna naprezanja ili njihova kombinacija u bilo kojoj Gaussovoj točki prekorače vrijednosti tlačne ili vlačne čvrstoće ( $f(\sigma_1, \sigma_3) > 1$ ), konačni element gubi nosivost. Određeno je da zbog numeričke stabilnosti modul elastičnosti konačnog elementa nakon otkazivanja padne na  $10^{-3}$  početne vrijednosti.

Ako je  $f(\sigma_1, \sigma_3) < 1$ , konačni se element nalazi unutar područja nosivosti, gdje je usvojeno linearno elastično

ponašanje modela materijala (slike 16.b i c). Na ovaj smo način uz minimalan broj ulaznih podataka omogućili makar grubu prognozu pukotinskog stanja u atriju.

Naime, postoje puno složeniji modeli ponašanja zidanih materijala, ali traže veći broj ulaznih parametara. Neki se mogu izmjeriti samo razornim metodama ispitivanja, koje nije moguće primijeniti na spomeničkoj baštini. A razlike u rezultatima su manje od razlika među vrijednostima ulaznih parametara dobivenih pokusom na terenu ili u laboratoriju. Pogreške numeričkog modela i nepouzdanost opterećenja poput djelovanja potresa dodatno umanjuju točnost numeričkih proračuna. Konačno, trajanje proračuna složenijih modela puno je duže, što u parametarskoj studiji nekog modela može biti odlučno.

Spomenimo da treba razlikovati  $\sigma - \varepsilon$  dijagrame modela materijala i nosivog elementa. Otkazivanje nekih konačnih elemenata, npr. ziđa, ne znači i otkazivanje ziđa kao cjeline. Dijagrami ponašanja modela ziđa razlikuju se od dijagrama ponašanja modela materijala u Gaussovoj točki konačnog elementa. Radi se o dvama različitim modelima ponašanja: mikromodelu i makromodelu. Izborom ispravnog konstitutivnog zakona mikromodela dobije se ispravan konstitutivni zakon, odnosno ponašanje makromodela.

#### 4.2 Rješavanje sustava nelinearnih jednadžbi

Proveden je materijalno nelinearni proračun uz postupni prirast opterećenja. Usvojeni su koraci od po 1% ukupnog iznosa stalnog djelovanja. Unutar svakog prirasta primijenili smo metodu Newton–Raphson. Stabilnost proračuna osigurali smo metodom *line search* unutar koje smo primijenili bisekciju i *underrelaksacijski* faktor jednak 0,8. Kriterij konvergencije prirasta je energijski. Ako je trenutna energija manja od  $5 \cdot 10^{-5}$  energije na početku prirasta, prelazimo na novi korak opterećenja. Proračun modela trajao je približno 39 sati CPU na Debian linux računalu sa 4 GB RAM-a i Xeon procesorom takta 2,4 GHz. Kriteriji za prekid numeričkog proračuna opisani su u sljedećem poglavlju.

#### 4.3 Kriteriji za procjenu nosivosti atrija

Procjena nosivosti atrija temelji se na praćenju prve vlastite vrijednosti  $\lambda_{1,i}$  globalne matrice krutosti modela, u ovisnosti o razini opterećenja  $q_i$ . Vrijednost  $\lambda_{1,i}$  mjera je krutosti modela. Pad krutosti upozorava na otkazivanje glavnih nosivih elemenata ili, točnije, elemenata koji najviše doprinose potencijalnoj energiji deformacija modela. Veličina  $q_i$  definirana je kao  $q_i = i/100 \cdot q$ , uz  $i = 1, \dots, n$ ; gdje je  $q$  ukupno opterećenje, a indeks

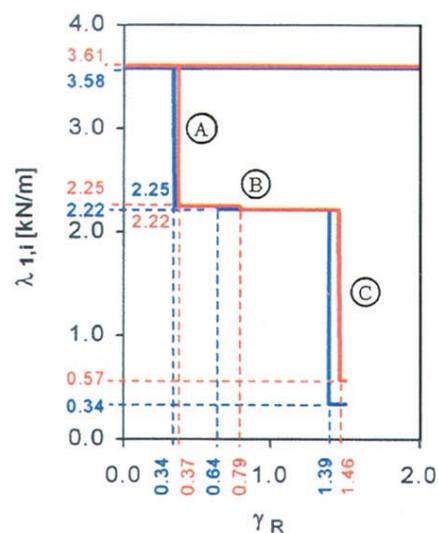
$i$  označava trenutni postotak od  $q$ . Broj prirasta opterećenja označen je sa  $n$ . Računski faktor sigurnosti modela  $\gamma_R$  jednak je omjeru  $q_i/q$  u trenutku zadovoljenja jednoga od dvaju kriterija:

1. da je postignut propisani faktor sigurnosti modela  $\gamma_U$  za zadano opterećenje, bez značajnijeg pada vrijednosti  $\lambda_{1,i}$ , tj.  $\gamma_R \geq \gamma_U$ ,
2. da je veličina  $\lambda_{1,i}$  pala na vrijednost koja ugrožava nosivost objekta. Pripadajući  $\gamma_R$  je faktor sigurnosti modela.

U slučaju modela atrija drugi se kriterij pokazao mjerodavnim.

#### 4.4 Neki rezultati proračuna detaljnog modela

Ako pogledamo dijagrame na slici 17. vidimo da su dovoljna tri pada krutosti prije sloma modela što odgovara broju zglobova potrebnih za nastajanje mehanizma (odjeljak 3.8).



Slika 17. Ovisnost prve vlastite vrijednosti  $\lambda_{1,i}$  globalne matrice krutosti modela o računskom faktoru sigurnosti  $\gamma_R$

Padovi krutosti nastaju isključivo zbog gubitka rotacijskih krutosti triju spojeva duž vertikale, čime se gotovo iscrpljuje nosivost konstrukcije. Spojevi su označeni s (A), (B) i (C) na slici 18. desno. To potvrđuje tvrdnju o malim rezervama nosivosti atrija. Vrijednost globalnog parametra krutosti pada na  $\lambda_{1,139} = 0,34$  kN/m, što iznosi približno samo 9,5% početne krutosti. Računski je faktor sigurnosti pri slomu samo  $\gamma_R = 1,39$ ; što je za djelovanje stalnog tereta (bez pokretnog opterećenja i potresa) premalo!

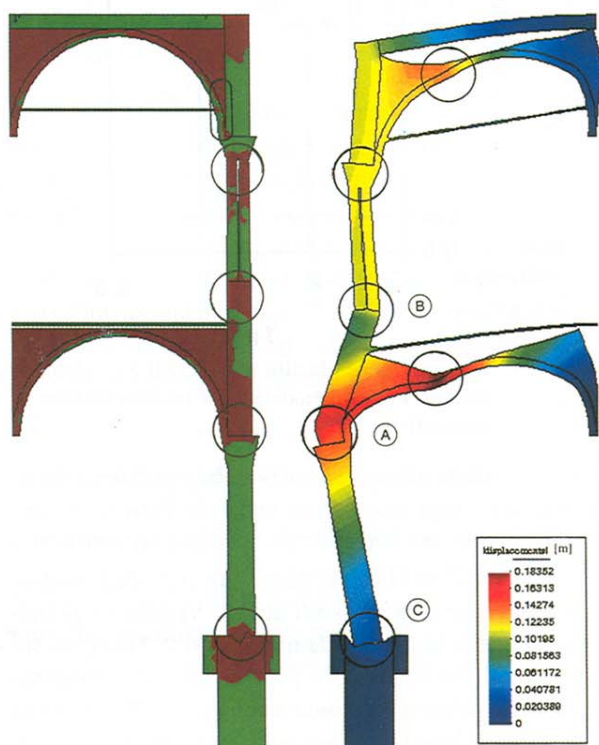
Crte označene plavom bojom prikazuju ponašanje modela sa slabim svojstvima nabačaja (1/10 svojstava ziđa),



a crvenom bojom s dobrim svojstvima nabačaja (jednakim svojstvima ziđa). Povećanje faktora sigurnosti jest samo 5%. To znači da se ne možemo pouzdati u rezerve nosivosti modela temeljene na boljim svojstvima nabačaja. To je i razumljivo jer je konstrukcija gotovo statički određena i slom najviše ovisi o vlačnoj čvrstoći kamena pri spojevima, a vrlo malo o slabim svojstvima nabačaja,

Na slici 18. lijevo prikazan je gubitak nosivosti u svodovima, podnožjima stupova i kapitelima. Konačni elementi koji su prema kriteriju iz pododjeljka 4.1.1 izgubili nosivost označeni su tamnocrvenom bojom. Zelenom su bojom označeni konačni elementi, odnosno dijelovi modela čija nosivost nije narušena. Položaji dokumentiranih oštećenja [11], dobro se podudaraju s proračunom dobivenim kritičnim područjima (zaokruženo).

Na slici 18. desno vidimo da je urušavanje modela nakon gubitka nosivosti popraćeno otvaranjem još triju zglobova: u donjem i gornjem svodu te gornjem kapitelu (zaokruženo). Zbog približne simetrije konstrukcije slični se mehanizmi otvaranja pukotina i sloma dobivaju i u smjeru okomitom na prikazani presjek.



Slika 18. Vertikalni presjek kroz model: područja otkazivanja nosivosti (lijevo), karikirani pomaci pri slomu (desno)

## 5 Nosivost zatega i uglovnih stupova kata

Zatege na katu nisu toliko loše postavljene koliko su loše usidrene (slika 19.).



Slika 19. Položaj jedne od plitko sidrenih zatega na katu

Čini se da su neka sidrena mjesta visoko iskorištena za stalno djelovanje, tako da je moguće njihovo lagano popuštanje. Osim toga, stari majstori nisu mogli učinkovito prednapinjati zatege. Zbog toga se zatega morala aktivirati tijekom vremena, ali na račun dodatnih horizontalnih pomaka u petama svodova. A spomenuli smo da je za otvaranje pukotina dovoljan horizontalni pomak manji od milimetra. Ovakvo je stanje posebno opasno jer svi proračuni upozoravaju da nosivost atrija bez gornjih zatega nije moguća. Tlačna linija tada prolazi izvan presjeka spojeva, zbog čega dolazi do njihova prevrtanja.

Dva raspucana zidana stupa u uglovima kata nemaju zatege u smjeru sjever–jug i moraju savijanjem preuzeti potisak svoda (slika 20.). Pomoć je fasadnog luka s druge strane stupa na preuzimanju te sile vrlo mala.

Slično kao u prizemlju, osjetljivost na horizontalne pomake ležajeva i malo vertikalno opterećenje čine ga neučinkovitim u horizontalnom smjeru. Stari su majstori uočili ove teškoće. Nastojali su ih ublažiti izvedbom stupova velikog poprečnog presjeka, koji su zbog toga položeni ekscentrično u odnosu na stupove prizemlja. Težina stupova smanjuje nagib rezultante prema okomici, a velika jezgra presjeka omogućuje preuzimanje ve-

## LITERATURA

- [1] Steinman, V.: *Istražni radovi na Kneževu dvoru u Dubrovniku s načelnim prijedlozima sanacije, Knjiga I*, Institut građevinarstva Hrvatske, Zagreb, 1974.
- [2] Steinman, V.: *Istražni radovi na Kneževu dvoru u Dubrovniku s načelnim prijedlozima sanacije, Knjiga II*, Institut građevinarstva Hrvatske, Zagreb, 1974.
- [3] Samarasinghe, W.; Hendry, A. W.: *A finite element model for the in-plane behaviour of brickwork*, Proc. Instn. Civ. Engrs, Part 2, 1981, pp. 171–178.
- [4] *The restoration of Dubrovnik 1979–1989*, Zavod za obnovu Dubrovnika, Dubrovnik, 1990.
- [5] Pande, G. N.; Middleton, J.; Kralj, B. (Eds.): *Computer Methods in Structural Masonry — 4*, Proceedings of the Fourth International Symposium on Computer Methods in Structural Masonry, Florence, 1997.
- [6] Roca, P.; Gonzales, J. L.; Mari, A. R.; Oñate, E. (Eds.): *Structural Analysis of historical constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques*, CIMNE, Barcelona, 1997.
- [7] Sorić, Z.: *Zidane konstrukcije I*, Hrvatski savez građevinskih inženjera, Zagreb, 1999.
- [8] *GiD, The universal, adaptive and user friendly pre and post processing system for computer analysis in science and engineering, Version 6, Reference Manual*, CIMNE, Barcelona, 2000.
- [9] Taylor, L. R.: *FEAP — A Finite Element Analysis Program, Version 7.3, Programmer Manual*, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, 2001.
- [10] Bull, J. W. (Ed.): *Computational Modelling of Masonry, Brickwork and Blockwork Structures*, Saxe-Coburg Publications, Stirling, 2001.
- [11] *Izvešće o jednogodišnjem monitoringu na Kneževu dvoru u Dubrovniku*, Građevinski fakultet, Zagreb, lipanj, 2003.
- [12] Horvat–Levaj, K.; Seferović, R.: *Barokna obnova Kneževa dvora u Dubrovniku*, Rad. Inst. povij. umjet. 27, 2003., str. 163–168.
- [13] Bruhns, O. T.: *Advanced Mechanics of Solids*, Springer–Verlag, Berlin Heidelberg, 2003.
- [14] *Properties of Lead*, <http://www.ldaint.org/techno-tes5.htm>