

# Utjecaj otvora na krutost naknadno prednapetih ploča

---

Tarnik, Krešimir; Kišiček, Tomislav

Source / Izvornik: **7. simpozij doktorskog studija građevinarstva 2021. : zbornik radova, 2021, 211 - 222**

Conference paper / Rad u zborniku

Publication status / Verzija rada: **Published version / Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

<https://doi.org/10.5592/CO/PhDSym.2021.02>

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:237:414021>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-27**

Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)



## Utjecaj otvora na krutost naknadno prednapetih ploča

Krešimir Tarnik<sup>1</sup>, prof.dr.sc. Tomislav Kišiček<sup>2</sup>

<sup>1</sup> U.O.I.G. Tarnik Krešimir, kresimir@tarnik-grad.hr

<sup>2</sup> Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, tomislav.kisicek@grad.unizg.hr

### Sažetak

S obzirom na nedostatak literature o naknadnom prednapinaju (NP), dokazivanja naknadno prednapetih ploča velikog raspona nameće mnoga pitanja. Ploče s mnogobrojnim otvorima poseban su zadatak koji je postavljen pred projektante, a kombinacija oba problema predstavlja značajan izazov i za projektante s velikim iskustvom. Postavlja se pitanje kada je veličina i broj otvora u ploči strukturni problem. Je li kod velikog broja otvora u ploči, konstrukcija postala kasetirani strop s proizvoljno lomljenim gredama? Kakav utjecaj na krutost konstrukcije ima veličina, oblik i broj otvora u ploči. Ima li utjecaj i raspored otvora u tlocrtu? Prilikom rješavanja problema jednog takvog velikog raspona ploče s brojnim otvorima, autor je pretpostavio da se takva ploča ponaša bliže punoj olakšanoj ploči nego kasetiranom stropu. U ovom radu će se pokušati prikazati kako mnogobrojni otvori u ploči, ako su pravilno raspoređeni i s povoljnom geometrijom otvora, ne utječu značajno na krutost ploče što će se pokazati proračunom na elastičnim progibima.

*Ključne riječi: naknadno prednapete ploče, veliki raspon, zeleni krov, krutost ploče, otvor u ploči, utjecaj otvora na krutost*

## Effect of openings on stiffness of post-tensioned slabs

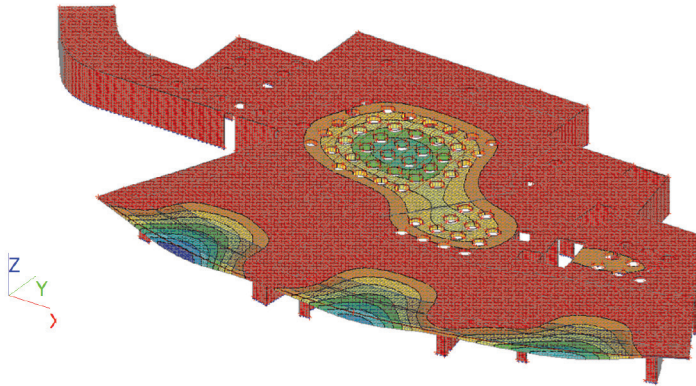
### Abstract

Given the lack of literature on post-tensioned slabs (PTs), proving high-span prestressed slabs raises many questions. Slabs with numerous openings are a special task that is set before the designers, and the combination of both problems represents a significant challenge even for a designer with extensive experience. The question arises when the size and number of openings in the plate is a structural problem. With a large number of openings in the slab, did the structure become a coffered ceiling with arbitrarily "broken" beams? What effect does the size, shape and number of holes in the slab have on the rigidity of the structure. Does the layout of the openings in the floor plan also have an impact? In this paper, we will try to show how the numerous openings in the slab, if they are properly arranged and the geometry of the openings is favorable, do not significantly affect the stiffness of the slab, which will be shown by calculation on elastic deflections.

*Key words: post-tensioned slabs, large span, green roof, slab stiffness, slab opening, hole impact on stiffness*

## 1 Uvod

Problem dokazivanja velikih raspona ploča je u svladavanju progiba. Povećanjem debljine ploče povećava se statička visina, ali i vlastita težina sustava. Kako vlastita težina ima najveći utjecaj na progibe, rješenja takvih sustava je ili u rebrastim, kasetiranim pločama, šupljim predgotovljenim pločama ili u prednapinjanju. Kad je ograničena i debljina ploče, odnosno ne mogu se raditi vitka i visoka rebra kasetiranog stropa, a šuplje ploče se ne proizvode u traženim rasponima, potrebno je pronaći novo rješenje. Ideja ovog rada je da se istraži kombinacija naknadno prednapetih ploča s neprianjajućim kabelima i olakšanih ploča. Provođen će se ispitivanje naprezanja i progiba na jednoj takvoj ploči koja je projektirana kao ploča “zelenog krova” velikog raspona iznad radnog prostora s dostatnim brojem otvora za svjetlarnike. Raspon krovne konstrukcije je oko 26×28 m, a postoji ograničenje u visini konstrukcije i u veličini progiba. Rješavanje ploča velikih raspona naknadnim prednapinjanjem sa slobodnim vođenjem kabela omogućava lakše zaobilazanje “problema” otvora ako se otvori postavljaju tako da se horizontalni pomak kabela može prilagoditi omjeru 1:6. Naknadnim prednapinjanjem se rješavaju i problemi progiba, a smanjuje se i utjecaj od skupljanja u ranoj fazi sazrijevanja betona. Kako je uobičajeno grupirati kabele za naknadno prednapinjanje, kabeli se mogu provlačiti između otvora u snopovima (grupirani u grupe) i to u oba smjera, odnosno proizvoljno u dva općenito međusobno okomita smjera. Literatura o naknadnom prednapinjanju je općenito siromašna, a utjecaj otvora na krutost naknadno napetih AB ploča nije nigdje opisan, pokazala se potreba za praćenjem naprezanja i progiba takve konstrukcije kako bi se dokazale pretpostavke uzete pri odabiru proračunskog modela. Za rješenje problema takve konstrukcije smatralo se važnim odabrati pravilnu geometriju otvora kojom se izbjegavaju koncentracije naprezanja na kutovima otvora, a trebalo je uzeti u obzir i njihovo izvođenje i armiranje. Kao logično rješenje odabrani su kružni otvori za koje je predviđeno armiranje kružnim šipkama i zrakasto postavljenim sponama te dodatnim dijagonalama. U trenutku razmišljanja o obliku otvora, postavilo se pitanje o načinu proračuna takve ploče. Je li to ploča s otvorima (oslabljenjima) ili je to kasetirani strop, s obzirom na to da su otvori pravilno raspoređeni prema oblikovanju arhitekta. Uz blaga pomicanja otvora u fazi idejnog projekta, dobio se pravilan raster kružnih otvora (promjer otvora 155 cm na svijetlom razmaku od približno 100 cm ) koji ocrtavaju jasno vođenje armature i kabela u dvama međusobno okomitim smjerovima. Ploča je slobodno oslonjena na AB zidove debljine od 35 do 50 cm.



Slika 1. Raster otvora promjera 155 cm na svijetlom razmaku od cca 100 cm iz arhitektonskog projekta

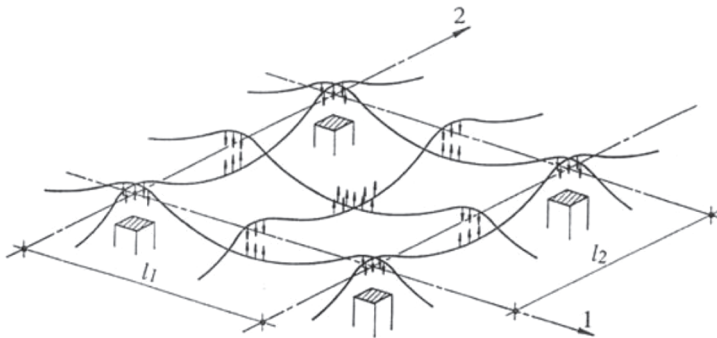
Nedoumice su riješene konzervativnim pristupom, odnosno proračun se provodio na modelu ploče s otvorima, a armatura se oblikovala kao da je riječ o kasetiranom stropu s grupiranom armaturom kao za plitke i široke grede (shallow beam [11]) s višereznim sponama i to u oba smjera ploče. Kod modeliranja na više modela i softvera došlo se do zaključka da se konstrukcija ponaša kao olakšana ploča, a ne kao sustav kasetirane ploče (sustav međusobno okomitih greda).

## 2 Proračunski pristup

### 2.1 Princip naknadnog prednapinjanja

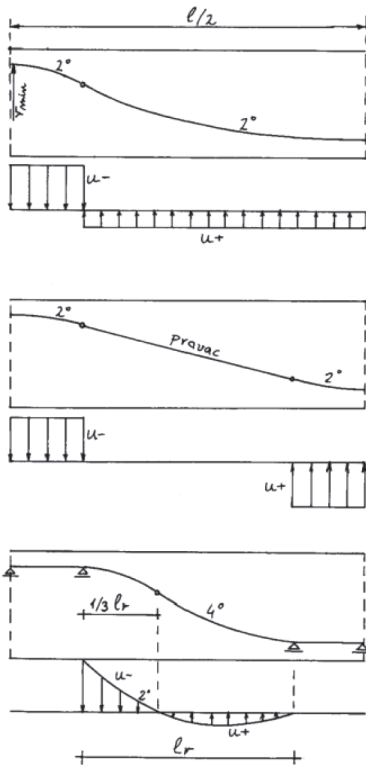
U Europi se naknadno prednapinjanje monolitnih ab ploča (u daljnjem tekstu NP ploče) u visokogradnji koristi već pedeset godina [1], dok je kod nas ta tehnologija prisutna zadnjih dvadesetak godina [4]. Intenzivnije korištenje te tehnologije počinje s dubljim ekonomskim i tehničkim analizama projekata u visokogradnji gdje prednosti ovih ploča prema klasičnoj izvedbi dolaze do izražaja pri rasponu većem od 8,0 metara [5]. Osnovni princip tehnologije je da se uz tlačnu silu koriste i skretne sile koje se javljaju od vođenja kabela po trajektorijama naprezanja. Te skretne sile djeluju u polju protivno gravitaciji, odnosno iznad ležaja protivno reakcijskoj sili (smanjuju silu proboja). To omogućava svladavanje većih raspona uz manju debljinu konstrukcijskih elemenata (ploče i greda). Time se smanjuju progibi, a uz povećanje područja tlačnog naprezanja u ploči reduciraju se i pukotine [6, 8, 11]. Prednosti u ekonomskom smislu očituju se većom brzinom gradnje (jednostavnija oplata, napinjanje se obavlja u prosječnim uvjetima nakon 3 dana, nakon čega se može skidati oplata). Manja težina ploče može smanjiti i cijenu temeljenja, a smanjenje visine kata ukidanjem greda može rezultirati i većom prodajnom površinom zbog dodatnih etaža za jednaku visinu zgrade. Valja napomenuti da postoje dva tipa na-

knadnog prednapinjanja s obzirom na kontakt užadi za prednapinjanje s betonom, “Unbonded” i “bonded” tehnologija. Užad u zaštitnoj cijevi u koju ulazi injekcijska cementna smjesa odnosno prijanjajući kabeli (bonded tendons), i užad u plastičnoj cijevi sa zaštitnom masti odnosno neprijanjajući kabeli (unbonded tendons), dakle užad bez direktnog dodira s betonom [12, 13, 14]. Po iskustvu iz izvođenja preferira se primjena tehnologije s neprijanjajućim kabelima, zbog puno više prednosti u odnosu na injektirane, prijanjajuće kabele kao što su manji presjeci kabela, manje ograničenja pri izvođenju, manji gubitak sile od trenja i sl. U ovom radu koristit će se isključivo izrazi za “Unbonded” tehnologiju naknadnog prednapinjanja.



Slika 2. Shematski princip vođenja kabela za prednapinjanje kroz ploču

Slika 2. prikazuje shemu karakterističnog polja ploče s vođenjem kabela i reakcijama skretnih sila koje rasterećuju konstrukciju. Paraboličan oblik linije obaju smjerova ima zaobljenje veće zakrivljenosti u području stupa i zamišljene oslonake trake. Smjer zaobljenja određuje smjer skretnih sila koje djeluju okomito na tangentu u smjeru središta zakrivljenosti. Sumarno se komponente skretnih sila poništavaju. Slika 3. prikazuje liniju jednog smjera prednapinjanja. U točkama infleksije mijenja se predznak skretnih sila. Budući da je kut nagiba kabela mali, horizontalne komponente skretnih sila se mogu zanemariti pa je određen analitički izraz jednolikog vertikalnog djelovanja između točaka infleksije (za slučaj parabole drugog reda). Općenito, zadatak projektanta je pronalaženje linije vođenja kabela koji daju vertikalno djelovanje kabela koje najpovoljnije poništava momente od vertikalnog opterećenja. Najniži graf gornje slike pokazuje takozvano slobodno vođenje kabela kod kojeg se kabeli pod utjecajem vlastite težine deformiraju po krivulji četvrtog stupnja.



Slika 3. Shema načina vođenja kabela s pripadajućim skretnim silama

## 2.2 Princip slobodnog vođenja

Vođenje kabela po linijama parabole preko cijelog raspona konstrukcije zahtijeva veći broj međupridržanja, a to usporava ugradnju. Kod tanjih elemenata ploča i greda u središnjim dijelovima raspona linija vođenja je bliža pravcu. Na sveučilištu u Innsbrucku 1998. godine, prof. Wicke [7] opisao je metodu primjenjivu za neprijajajuće kabele tzv. slobodnog vođenja kabela (eng. *free tendon layout*). Koristeći činjenicu da se kabel prema svojoj krutosti iz gornje do donje točke pridržanja oblikuje sam pod svojom težinom po zakonu parabole četvrtog stupnja s infleksijom u trećini zone krivljenja, tako je odredio i dužinu između gornje i donje točke pridržanja koja je funkcija visine strelice, odnosno debljine ploče. Provedeni su pokusi za debljine ploča od 20 do 45 cm te su ova pravila ušla u DIN 1045-1 propise. Budući da je dužina skretanja kod srednjih polja oko 3 metra, srednji dio raspona u polju je pokriven kabelom u pravcu koji leži na donjoj zoni armature.

### 2.3 Matematički algoritam slobodnog vođenja

Općenito je vertikalno djelovanje kabela (kN/m') funkcija položaja i sile u kabelu. Stoga se opći zapis može prikazati kao:

$$u(x) = z''(x) \cdot P_{m0} \quad (1)$$

odnosno za slobodno vođenje kabela kod proste grede izraz je u funkciji debljine konstrukcijskog elementa:

$$u_r(x) = e_r \cdot P_{m0} \cdot \left[ \frac{12 \cdot x^2}{l_r^4} - \frac{12 \cdot x}{l_r^3} \right] \quad (2)$$

$$u_m(x) = e_m \cdot P_{m0} \cdot \left[ \frac{36 \cdot x^2}{l_m^4} - \frac{48 \cdot x}{l_m^3} + \frac{12}{l_m^2} \right] \quad (3)$$

gdje su  $u_r$  i  $u_m$  kontra opterećenje od slobodnog odnosno od upetog elementa.

Ukupna sila vertikalne reakcije kabela je prema tome

$$U_{1r} = U_{2r} = \frac{2 \cdot e_r}{l_r} \cdot P_{m0} \quad (4)$$

$$U_{1m} = U_{2m} = \frac{16}{9} \cdot \frac{e_m}{l_m} \cdot P_{m0} \quad (5)$$

U navedenim izrazima  $l_r$  i  $l_m$  su duljine slobodnog "padanja" kabela za padanje od osi grede (4), odnosno od gornjeg ruba (5) te prema tome  $e_r$  i  $e_m$  su udaljenost od osi do kabela u najnižem položaju (na armaturi donje zone), odnosno od najvišega gornjeg do najnižega donjeg položaja kabela.

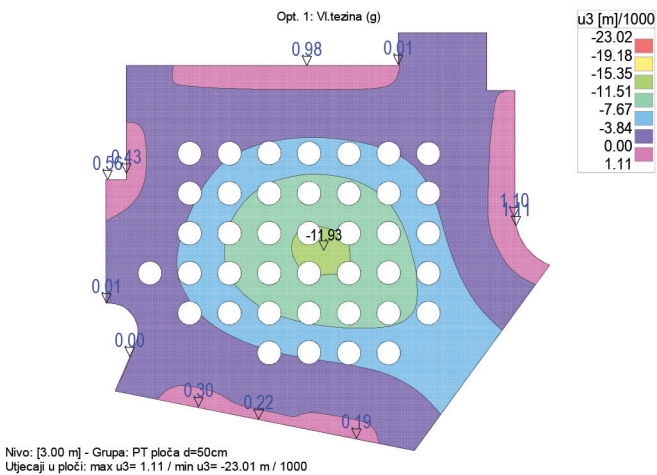
$$l_r = 99,2 \cdot \sqrt[4]{e_r} \quad (6)$$

$$l_m = 130,5 \cdot \sqrt[4]{e_m} \quad (7)$$

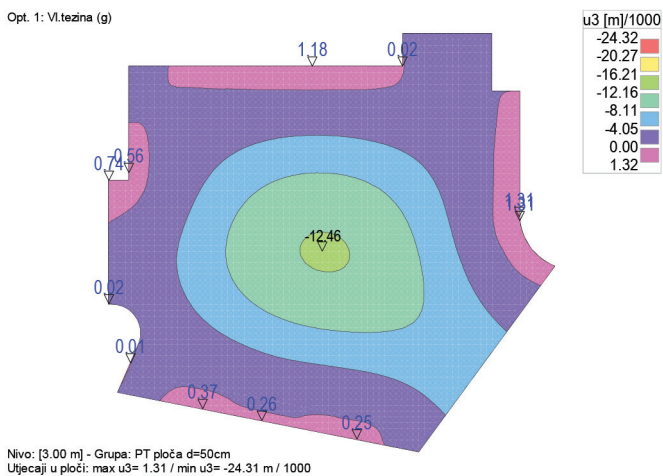
U izrazima (6) i (7) dane su vrijednosti duljine "padanja" kabela za vođenje od osi do donjeg ruba (6) odnosno za vođenje od gornjeg do donjeg ruba linije vođenja kabela (7).

## 2.4 Model ploče s otvorima i bez njih

Nakon proračuna linija vođenja kabela ploča je modelirana kao ploča i kao sustav greda. Model kao za ploču dao je veći progib, a model greda daje veću potrebnu armaturu. Kabeli su modelirani u oba programska paketa (Tower 8 i SCIA ENGINEER 20) kao opterećenje unošeno po krivulji n-1 stupnja. Oba programska paketa posjeduju mogućnost slobodnog unosa svih parametara potrebnih za prilagodbu na proračun s naknadnim prednapinjanjem. Daljnjim analizama uočava se da otvori nemaju utjecaj na krutost ploče već djeluju kao olakšanja što se može vidjeti prema elastičnim progibima (slika 4).



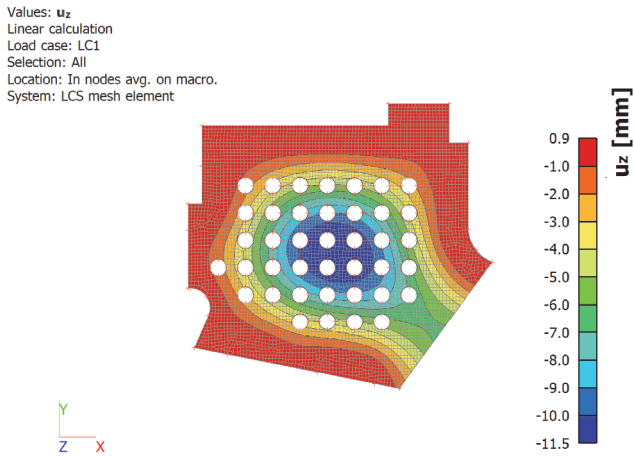
Slika 4. Segment ploče s otvorima i progibi od vlastite težine (program Tower 8.0)



Slika 5. Segment ploče bez otvora i progibi od vlastite težine (program Tower 8.0)

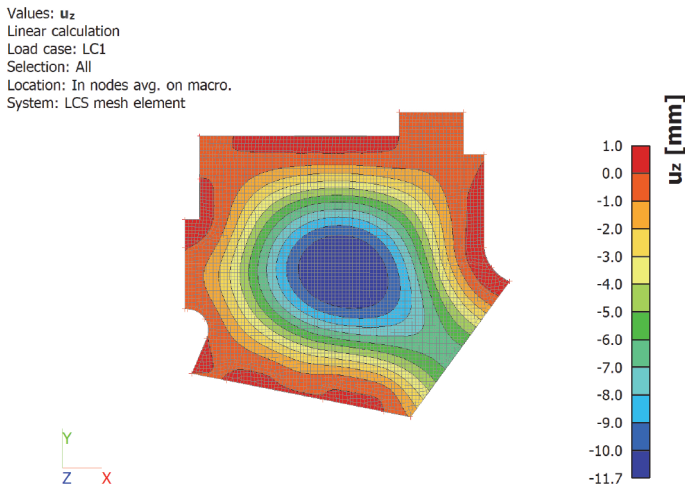


Na slici 5. isti je model ploče bez otvora s identičnim oblikom progiba, ali s manjim vrijednostima. Uzrok tome je vjerojatno manja težina ploče. Za usporedbu je rađen i model u *Scia engineer 20* programskom paketu koji je dao identične oblike progiba.



**Slika 6. Segment ploče s otvorima i progibi od vlastite težine (program Scia engineer 20)**

Za usporedbu s prethodnim modelom, progibi su gotovo identični.



**Slika 7. Segment ploče bez otvora i progibi od vlastite težine (program Scia engineer 20)**

## 4 Zaključak

Proračunima na različitim modelima dobiju se povoljniji rezultati progiba konstrukcije za ploče s pravilnim rasporedom otvora koje su se ipak ponašale kao krute ploče s olakšanjima, a ne kao kasetirani stropovi. Oblik otvora je uvelike pridonio ponašanju konstrukcije kao pune ploče jer su izbjegnute koncentracije naprezanja na oštrim rubovima otvora. Grupiranje otvora uvelike je olakšalo raspored kabela za naknadno prednapinjanje, a utjecaj tlačne sile od kabela dodatno je pomogao sustavu da se ponaša kao jedinstveni kruti element [8].

Za prave zaključke potrebno je provesti modeliranje na još nekoliko softvera i također potvrditi eksperimentalnim postupcima mjerenja naprezanja i progiba na takvoj konstrukciji. Konstrukcija je u izradi, a postupak mjerenja provodi Zavod za tehničku mehaniku, Katedra za mehaniku materijala i ispitivanje konstrukcija po vodstvom doc. dr. sc. Ivana Duvnjaka. Ograničenja ovakvog modeliranja odnose se na ograničenja softvera i na znana ograničenja naknadno prednapinjanih konstrukcija kao što su osjetljivost konstrukcija za naknadno bušenje otvora i ograničenja u dimenzijama konstrukcije (najveća debljina elementa do 50 cm). Pretpostavlja se da bi se sličan postupak mogao provoditi na debljim elementima i većim rasponima, ali s vođenjem kablova po parabolama drugog stupnja. Također je očita primjena kod svladavanja velikih raspona uz uporabu elemenata za olakšanje (PVC sfere ili blokovi XPS-a) u pravilnom rasporedu gdje se traži ravan podgled ili prohodan krov. Ovakvi postupci otvaraju mogućnost svladavanja velikih raspona s malim visinama konstrukcije i to je smjer u kojem se želi nastaviti ovo istraživanje.

## Literatura

- [1] O'Brien, E.J., Keogh, D.L., Upstand finite element analysis of slab bridges, *Computers and Structures*, 69, pp. 671-683., 1998.
- [2] Bathe, K.J., Wilson, E.L., *Numerical methods in finite element analysis*, Prentice-Hall, Inc, New Jersey, 1980.
- [3] Presečki, P., Kovač, M., Implementation of kinematic restrictions in analyses of complex spatial models, *International conference on bridges*, Dubrovnik, 2006.
- [4] Presečki, P., Kovač, M., Pičulin, S., Kinematičke veze u proračunima prednapetih AB ploča, *Građevinar* 59, (2007), 2, 83-97
- [5] Presečki, P., Kovač, M., Pavilić, D., Post tensioned slabs for big spans in urban development, *symposium 4ccc, Opatija* 2008.
- [6] Morgen, K., Diedrich, N., Wollrab, E.: *Flachdecken mit Vorspannung ohne Verbund nach DIN 1045-1, Beton – und Stahlbetonbau* 99, Heft 11, PP.914-928, 2004.

- [7] Wicke, M, Maier, K.: Die freie Spanngliedlage, Bauingenieur, Heft 4, pp. 162-169, 1998.
- [8] Presečki, P., Kovač, M., Orešković, M., Klimenko E.V., Soldo, B. Estimation of stiffness on the basis of theoretical and experimental results of PT slabs with big spans, International conference Structure formation, strength and destruction of composite building materials and constructions, Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, 2012.
- [9] Presečki, P., Kovač, M., Soldo, B., Modelling post-tensioned slabs using kinematic connections, International scientific conference People buildings and environment, Lednice, Czech Republic, 2012.
- [10] BBR VT CONA Unbonded Post-tensioning System, European Technical Approval ETA-06/0165
- [11] Aalami, O. B. (1993). Effective width and post-tensioning. PTI technical notes.
- [12] Aalami, O. B. (1994). Unbonded and bonded post-tensioning systems in building construction. Phoenix, AZ: PTI- Technical Note #5, Post-tensioning Institute.
- [13] Aalami, O. A. (2009) . Osnove proračuna naknadno napetih betonskih stropova. Zagreb: HUBITG.
- [14] Mattacchione, A. (1992). Unbonded PT-slabs: an economical alternative. Concrete International.
- [15] Aalami, O. B. (2001). Nonprestressed bonded reinforcement in post-tensioned building design. Technical publication. Phoenix, Arizona: ADAPT.
- [16] Presečki, P., Kovač, M. & Taritaš, Z. (2008). Konstrukcija podzemne garaže Tuškanac u Zagrebu, Zagreb, Hrvatska
- [17] Presečki P. & Kovač, M. (2013). Prednapete stropne ploče- Javna podzemna garaža Kapucinski trg u Varaždinu, BBR-ADRIA, Zagreb, Hrvatska