

# Posude tankih stjenki pod unutarnjim pritiskom

---

**Doljanin, Antonio**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:032809>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-26**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)





Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Antonio Doljanin

**POSUDE TANKIH STIJENKI POD UNUTARNJIM  
PRITISKOM**

ZAVRŠNI ISPIT



Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Antonio Doljanin

**POSUDE TANKIH STIJENKI POD UNUTARNJIM  
PRITISKOM**

ZAVRŠNI ISPIT

Izv. Prof. dr. sc. Ivan Duvnjak

Zagreb, 2024.



University of Zagreb

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Antonio Doljanin

# THIN SHELLS UNDER INTERNAL PRESSURE

FINAL EXAM

Izv. Prof. dr. sc. Ivan Duvnjak

Zagreb, 2024.

## Sažetak

U ovom završnom radu obrađena je tema unutarnje opterećenih posuda tankih stijenki. Predstavljene su teorijske pretpostavke o samim posudama, način na koje su opterećene i oblici prijenosa opterećenja u istima. Obradena su tri oblika: posude kružnog presjeka, sferne posude, te posude sa polukružnim krajevima. Tema je dublje prikazana raznim skicama i izrazima koji opisuju ponašanje posuda.

Također su dani neki primjeri numeričkih zadataka gdje su ti izrazi i skice upotrijebljene u rješavanju.

Naposljetku, prikazan je proces rješavanje jednog numeričkog primjera računalnim modeliranjem u programu SAP2000.

Ključne riječi: posude tankih stijenka, cirkularno i meridijansko opterećenje, sferne posude, posude polukružnih krajeva

## Summary

In this final paper, the subject of internally loaded thin shells was covered. Theoretical assumptions about the shells themselves, the way they are loaded and the forms of load transfer in them are presented. Three shapes were processed: shells with a circular cross-section, spherical shells, and shells with hemispherical ends. The topic is presented in more depth with various sketches and expressions that describe the behavior of vessels.

Some examples of numerical problems where these expressions and sketches are used in the solutions are also given.

Finally, the process of solving a numerical example using computer modeling in the SAP2000 software is presented.

Key words: thin shells, circumferential and longitudinal stress, spherical shells, shells with hemispherical ends

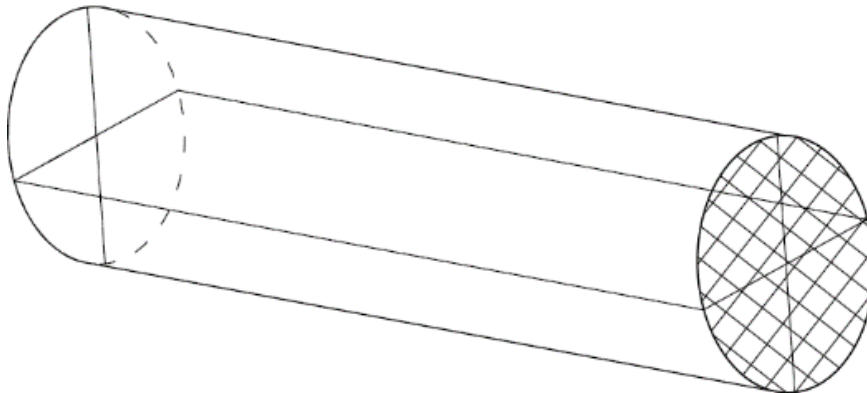
## SADRŽAJ

SAŽETAK.....	i
SUMMARY.....	ii
SADRŽAJ.....	iii
<b>1. OPĆENITO TEORIJSKE PRETPOSTAVKE O POSUDAMA TANKIH STIJENKI KRUŽNOG POPREČNOG PRESJEKA.....</b>	<b>1</b>
1.1. Cirkularna i meridijanska naprežanja.....	3
1.2. Posmična opterećenja te volumna deformacija.....	7
<b>2. SFERNE POSUDE TANKIH STIJENKI.....</b>	<b>9</b>
<b>3. CILINDRIČNE POSUDE S POLUKRUŽNIM KRAJEVIMA.....</b>	<b>11</b>
<b>4. NUMERIČKI PRIMJERI.....</b>	<b>13</b>
<b>5. RAČUNALNO MODELIRANI NUMERIČKI PRIMJER.....</b>	<b>20</b>
<b>6. ZAKLJUČAK.....</b>	<b>28</b>
<b>7. POPIS LITERATURE.....</b>	<b>29</b>
<b>8. POPIS SLIKA.....</b>	<b>30</b>

## 1 . Općenito teorijske postavke o posudama tankih stijenki kružnog poprečnog

### presjeka

Posude tankih stijenki su kružnog presjeka su određene pretpostavkom da je debljina stijenke u usporedbi s ostalim dimenzija i radijusom zakrivljenosti mala. Prema obliku razlikujemo cilindrične, sferne i druge posude.

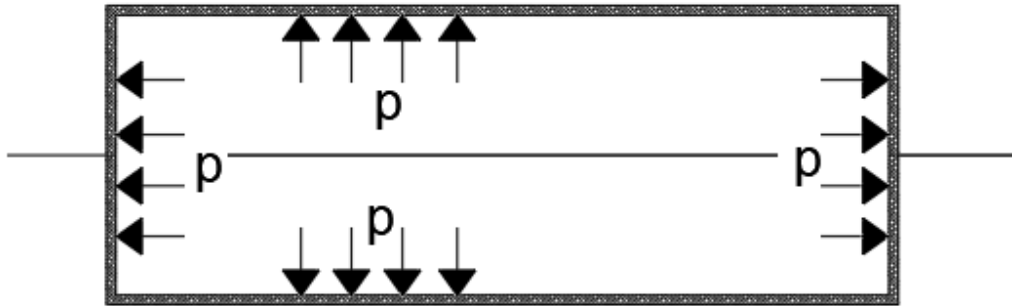


**Slika 1.1.:** Skica posude tankih stijenki kružnog poprečnog presjeka (Izvor: [2])

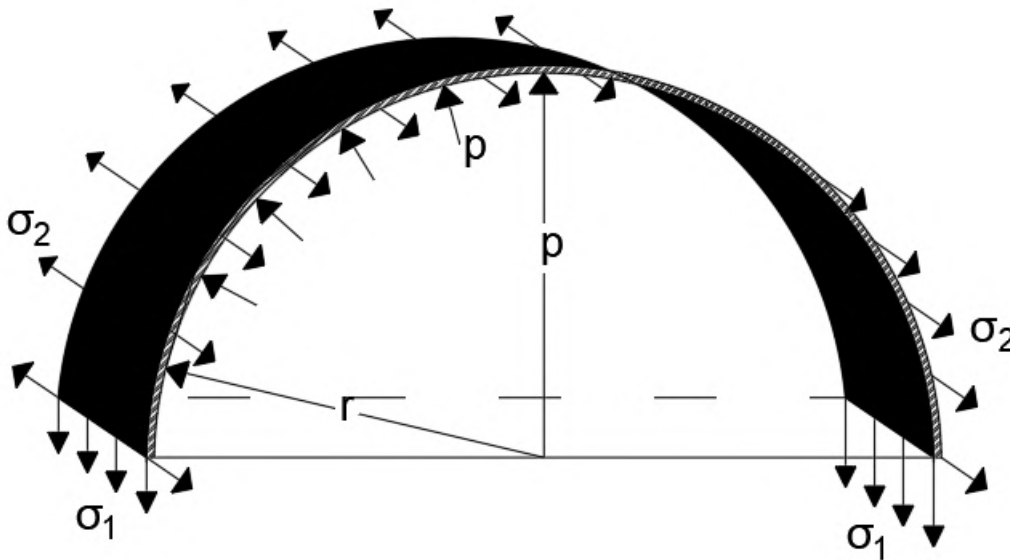
Posude tankih stijenki kružnog presjeka su često korištene u mnogim inženjerskim primjenama, kao što su spremnici, cijevi, bojleri i drugi uređaji. Posude mogu biti opterećene na razne načine, bilo to stlačenim zrakom ili tekućinom.

Pojavljaju se dva tipa naprezanja na posude. Ta naprezanja su vlačne prirode i razlikujemo djelovanje po plaštu (cirkularno), te po bazi posude (meridijansko). Cirkularno označujemo sa  $\sigma_1$ , dok meridijansko sa  $\sigma_2$ .





Slika 1.2.: Duga cilindrična posuda zatvorenih krajeva unutarnje opterećena (Izvor: [2])



Slika 1.3.: Cirkularno i meridijansko naprezanje na cilindričnu posudu tankih stijenki zatvorenih krajeva pod djelovanjem unutarnjeg pritiska (Izvor: [2])

## 1.1. Cirkularna i meridijanska naprezanja

Pretpostavimo da je debljina stijenke  $t$  zanemariva u odnosu na veličinu polumjera  $r$ .

Također pretpostavimo jediničnu duljinu posude. Na slici 1.3. je prikazan presjek posude tankih stijenki dijametralnom ravninom.

Na njoj možemo uočiti djelovanje dviju vlačnih naprezanja koja se suprotstavljaju djelovanju unutarnjeg pritiska  $p$ , cirkularno naprezanje  $\sigma_1$ , te meridijansko naprezanje  $\sigma_2$ .

Ako pretpostavimo ravnotežu polu ljuske cilindra u ravnini okomitoj na os cilindra, ukupna sila uzrokovana unutarnjim pritiskom  $p$  na jediničnu duljinu cilindrične posude u smjeru djelovanje OA je:

$$p \times (2r \times 1) \quad (1.1.)$$

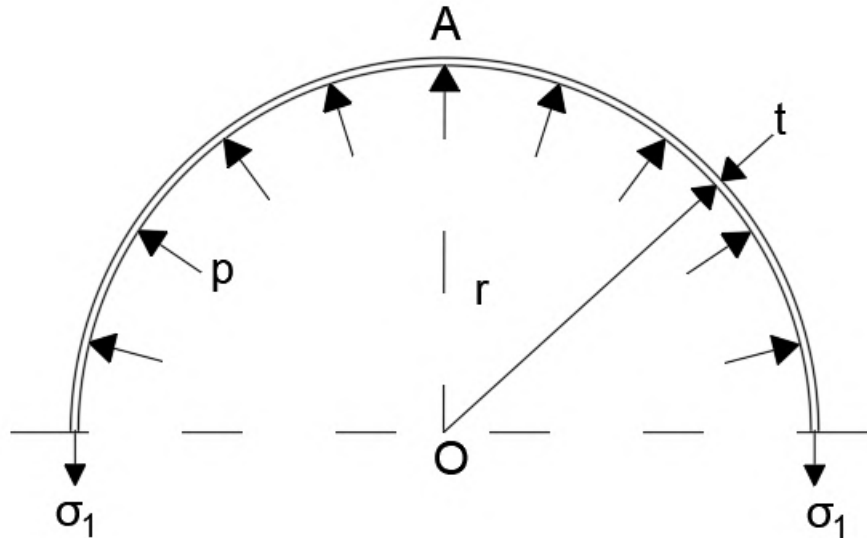
Naprezanje  $\sigma_1$  se suprotstavlja ovoj sili, stoga za ravnotežu moramo imati:

$$p \times (2r \times 1) = \sigma_1 \times 2(t \times 1) \quad (1.2.)$$

Stoga:

$$\sigma_1 = \frac{pr}{t} \quad (1.3.)$$

To nazivamo cirkularnim naprezanjem.



Slika 1.4.: Prikaz cirkularnog naprezanje (Izvor: [2])

Sila koje se pojavljuje presjeku cilindra ravninom na os posude u bilo kojem presjeku udaljenom od kraja cilindra uzrokovana unutarnjim pritiskom će biti jednaka :

$$p \times \pi r^2 \tag{1.4}$$

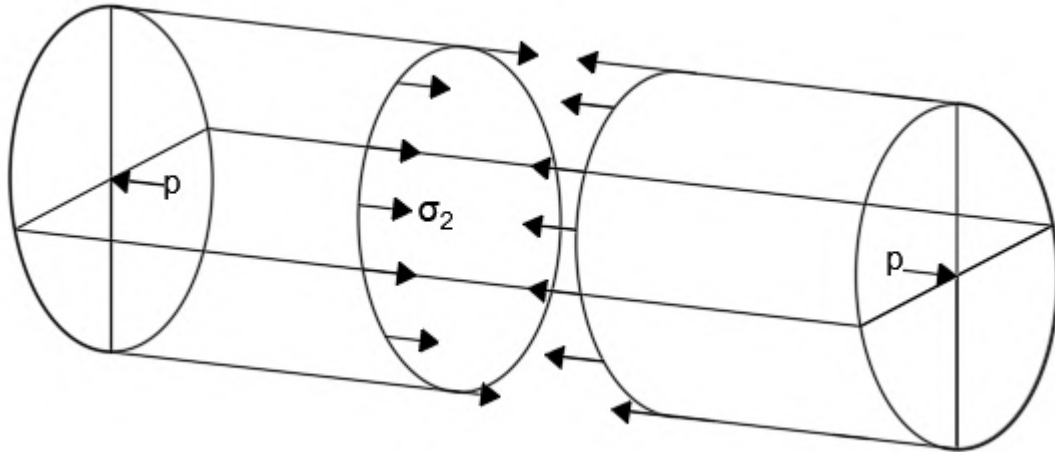
Ova sila je suprotstavljena djelovanjem meridijanskog naprezanja  $\sigma_2$ .

Za uravnoteženje je potrebno:

$$p \times \pi r^2 = \sigma_2 \times 2\pi r t \tag{1.5}$$

Iz čega proizlazi:

$$\sigma_2 = \frac{pr}{2t} \tag{1.6}$$



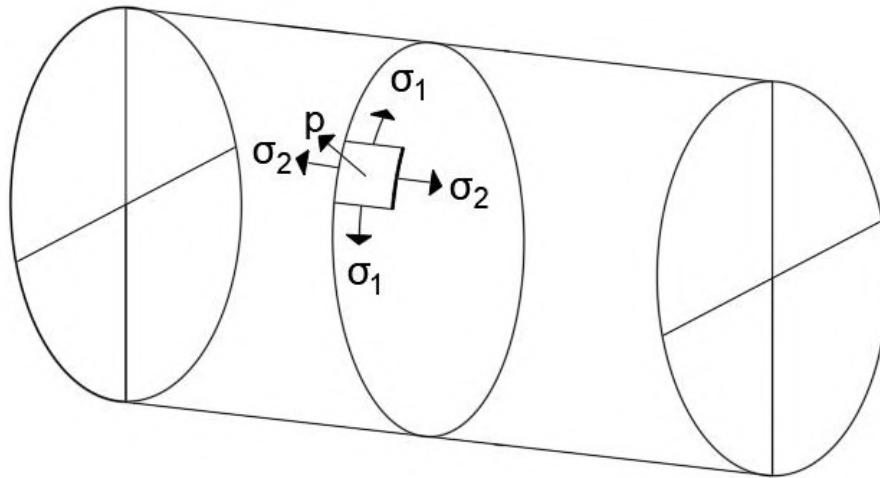
Slika 1.5.: Prikaz meridijanskog naprezanja  $\sigma_2$  (Izvor: [2])

Iznos meridijanskog naprezanja ( $\sigma_2$ ) je duplo manji od cirkularnog naprezanja ( $\sigma_1$ ).

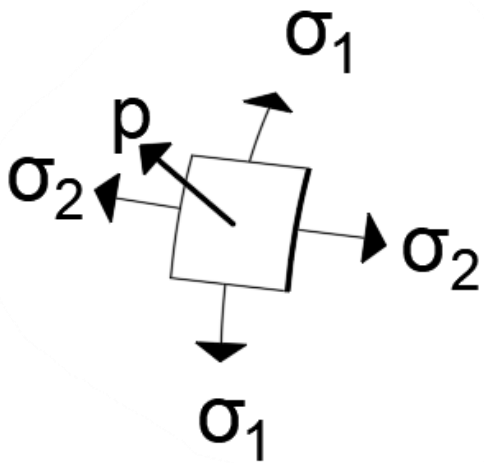
Treće glavno naprezanje ( $\sigma_3$ ) usmjereno je u smjeru normale na površinu elementa, na unutarnjoj je strani posude  $\sigma_3 = -p$ , a na vanjskoj strani  $\sigma_3 = 0$ .

Veličina  $p$  je zanemariva u odnosu na djelovanja  $\sigma_2$  i  $\sigma_1$ , zbog toga što su  $\sigma_2$  i  $\sigma_1$  uvijek veća od djelovanja  $p$ .

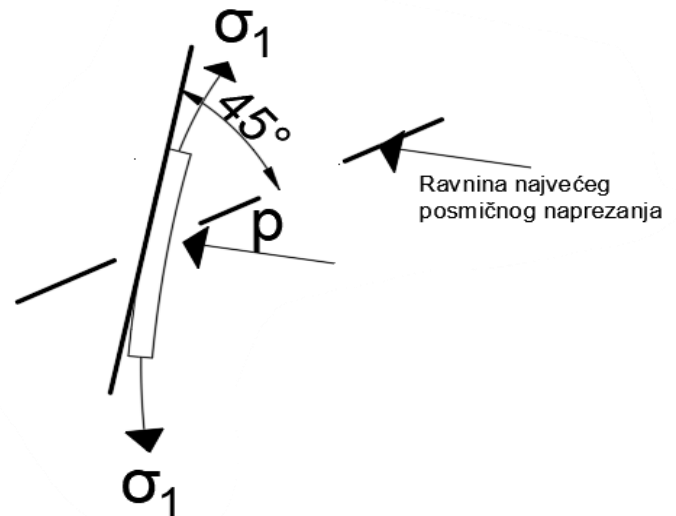
Zbog toga uzimamo da je  $\sigma_3 = 0$ , te se zbog toga element nalazi u dvoosnom stanju naprezanja.



Slika 1.6.: Prikaz svih dijelova na posudu tankih stijenki (Izvor: [2])



Slika 1.7.: Detaljni prikaz djelovanja (Izvor: [2])



Slika 1.8.: Prikaz ravnine najvećeg posmičnog naprezanja (Izvor: [2])

## 1.2. Posmično naprezanje te volumne deformacije

Najveće posmično naprezanje u ravnini  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  je :

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \times (\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{pr}{4t} \quad (1.7.)$$

Najveće stvarno naprezanje u stijenkama cilindra se nalazi u ravnini  $\sigma_1$  i  $p$ .

Najveće posmično naprezanje u toj ravnini je:

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \times (\sigma_1) = \frac{pr}{2t} \quad (1.8.)$$

Obzirom da je  $p$  zanemariv u odnosu na  $\sigma_1$ , najveće posmično naprezanje u ravnini  $\sigma_2$  i  $p$  je:

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \times (\sigma_2) = \frac{pr}{4t} \quad (1.9.)$$

Najveće posmično naprezanje se događa u ravnini odmaknutoj  $45^\circ$  od tangente (1.8), i dano je izrazom (1.8).

Ako pretpostavimo elastičnu prirodu materijala, naprezanja ( $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ ) će direktno uzrokovati deformacije cilindra.

Deformacije su dane izrazima:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2) = \frac{pr}{Et} \left(1 - \frac{1}{2} \nu\right) \quad (1.10.)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1) = \frac{pr}{Et} \left( \frac{1}{2} - \nu \right) \quad (1.11.)$$

Povećanje radijusa cilindra dano je izrazom  $r\varepsilon_1$ , stoga je povećanje opsega  $2\pi r\varepsilon_1$ .

Produljenje jedinične duljine cilindra je  $\varepsilon_2$ , pa je stoga promjena volumena cilindra jedinične duljine :

$$\delta V = \pi(r + r\varepsilon_1)^2(1 + \varepsilon_2) - \pi r^2 \quad (1.12)$$

Volumenska deformacija je stoga dana izrazom:

$$\frac{\delta V}{\pi r^2} = (r + r\varepsilon_1)^2(1 + \varepsilon_2) - 1 \quad (1.13.)$$

Veličine  $\varepsilon_1$  i  $\varepsilon_2$  su vrlo male, stoga je volumenska deformacija:

$$(r + r\varepsilon_1)^2(1 + \varepsilon_2) - 1 = (1 + 2\varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2) - 1 = 2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (1.14.)$$

U obziru na  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  ovo postaje:

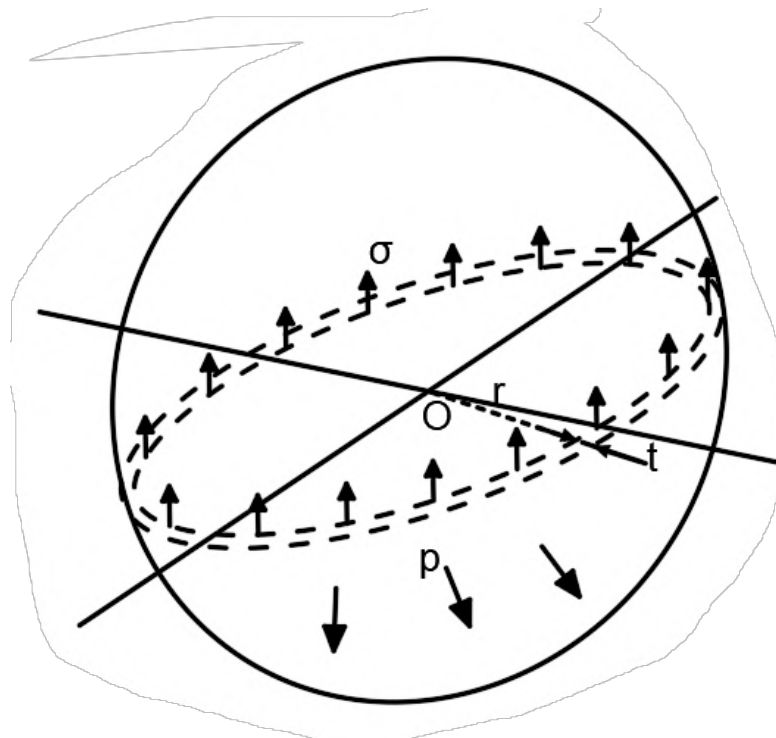
$$2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{pr}{Et} \left[ 2 \left( 1 - \frac{1}{2} \nu \right) + \left( \frac{1}{2} - \nu \right) \right] = \frac{pr}{Et} \left( \frac{5}{2} - 2\nu \right) \quad (1.15.)$$

## 2.Sferne posude tankih stijenki

Pretpostavimo da imamo tanku sfernu posudu polumjera  $r$  i debljine stijenke  $t$  i neka je ona podvrgnuta djelovanju unutarnjeg pritiska  $p$ .

Ako presiječemo sferu bilo kojom dijametralnom ravninom, normalna sila koja će se pojaviti uslijed djelovanja pritiska  $p$  je:

$$p \times \pi r^2 \quad ( 2.1. )$$



Slika 2.1.: Djelovanja opterećenja na sferu (Izvor: [2])

U stijenkama posude pojavit će se vlačno naprezanje  $\sigma$  kao reakcija na djelovanje  $p$ .



Naprezanje  $\sigma$  je jednako u svim točkama posude. Za jednakost sila imamo:

$$p \times \pi r^2 = \sigma \times 2\pi r \quad (2.2)$$

Stoga imamo:

$$\sigma = \frac{pr}{2t} \quad (2.3)$$

S obzirom da je  $\sigma > p$ , najveća posmična sila se pojavljuje u ravnini pozicioniranoj  $45^\circ$  od ravnine tangente u bilo kojoj točki.

Uz pretpostavku elastičnosti posude, relativna deformacija opsega je:

$$\varepsilon = \frac{1}{E}(\sigma - \nu\sigma) = (1 - \nu) \frac{\sigma}{E} \quad (2.3)$$

Volumenska deformacija će biti:

$$3\varepsilon = 3(1 - \nu) \frac{\sigma}{E} = 3(1 - \nu) \frac{pr}{2Et} \quad (2.4)$$

Zbog toga što stijenke sfere nisu savršeno jednoliko napravljene, spoj će bit slabiji od ostatka stijenki.

Stoga izraz 2.3. preuzima oblik:

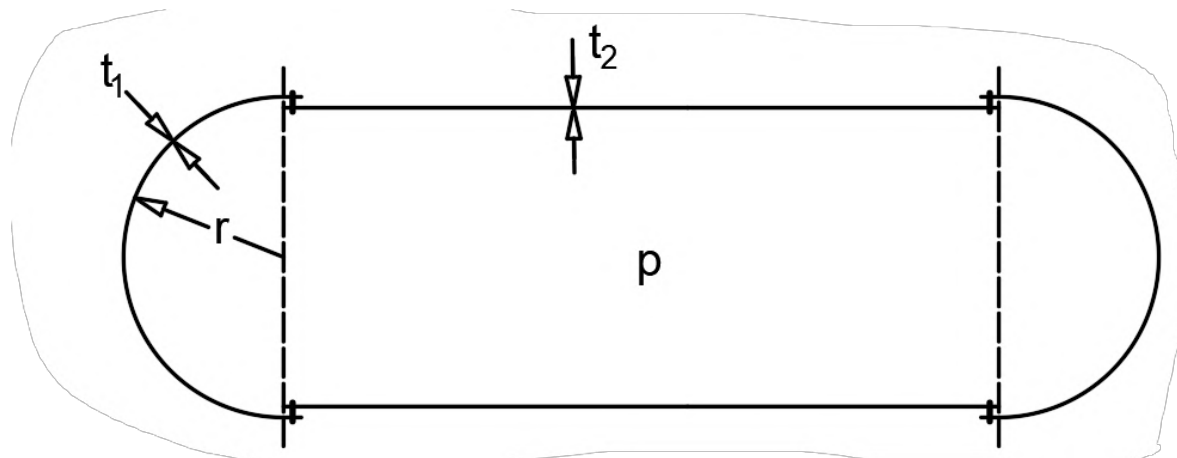
$$\sigma = \text{naprezanje} = \frac{pr}{2\eta t} \quad (2.5)$$

$\eta$ -efikasnost spoja

### 3. Cilindrične posude s polukružnim krajevima

Cilindrične posude sa polukružnim krajevima imaju osnovni oblik cilindra, ali sa zaobljenim ili polukružnim krajevima umjesto ravnih.

Ovaj oblik ima prednosti smanjenog naprezanja savijanja. Pretpostavimo dvije debljine stijenke,  $t_1$  za stijenku cilindra,  $t_2$  za polukružni kraj posude. Debljine su proporcionalne tako da radijalna deformacija bude ista i za cilindar i za polukružne krajeve u svrhu eliminiranja naprezanja savijanja na spoju dva dijela.



Slika 3.1.: Prikaz cilindra sa polukružnim krajevima (Izvor: [2])

Cirkularno naprezanje cilindra je:

$$\frac{pr}{Et_1} \left(1 - \frac{1}{2}v\right) \quad (3.1.)$$

Cirkularno naprezanje polukrugova je :

$$(1 - v) \frac{pr}{2Et_2} \quad (3.2.)$$

Ako ova naprezanja izjednačimo dobivamo:

$$\frac{pr}{Et_1} \left(1 - \frac{1}{2}v\right) = (1 - v) \frac{pr}{2Et_2} \quad (3.3.)$$

što nam daje:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{2-v}{1-v} \quad (3.4.)$$

Za većinu metala  $v$  je približno 0.3, pa je prosječna vrijednost  $(t_1/t_2)$   $1.7/0.7=2.4$ .

Stoga je polukružni kraj tanji od cilindričnog dijela.

#### 4.Numerički primjeri

**Zadatak 1:** Cijev ima unutarnji promjer 10 cm i debljinu 0,5 cm. Koliko je najveći dopušteni unutarnji pritisak ako je najveće dopušteno posmično naprezanje jednako 55 MPa. Pretpostavimo jednoliku raspodjelu naprezanja po poprečnom presijeku.

Rješenje:

Najveće posmično naprezanje će se pojaviti u ravnini  $\sigma_1$ .

Formula za najveće posmično naprezanje:

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1) = \frac{pr}{2t}$$

Ako uvrstimo poznate faktore dobivamo:

$$55 \text{ MPa} = \frac{p \times 5 \times 10^{-2}}{2 \times 0,5 \times 10^{-2}}$$

Rješenjem jednadžbe dobivamo da je najveći dopušteni unutarnji pritisak :

$$p = 11 \text{ MPa}$$

**Zadatak 2:** Duga cijev bojlera treba izdržati unutarnji pritisak od 4 MPa, dok glavno cirkularno naprezanje ne smije prijeći 120 MPa. Unutarnji promjer cijevi je 5 cm i gustoća je 7840 kg/m<sup>3</sup>. Pronađi masu cijevi po metru dužnom.

Rješenje:

Prvo moramo pronaći debljinu stijenke cijevi koju ćemo dobiti iz formule za cirkularno naprezanje.

$$\sigma_1 = \frac{pr}{t}$$

Kad uvrstimo poznate faktore:

$$120 = \frac{4 \cdot 2.5 \cdot 10^{-2}}{t}$$

Iz toga dobivamo vrijednost:  $t=0.83\text{mm}$

Potom tražimo površinu kružnog isječka stijenke cijevi debljine 0.83mm.

$$\frac{D^2\pi}{4} - \frac{d^2\pi}{4} = \frac{(50+0.83)^2\pi}{4} - \frac{(50)^2\pi}{4} = 65.72 \text{ mm}^2$$

Pošto je duljina jedinična, za masu po metru množimo površinu presjeka stijenke i gustoću materijala cijevi.

$$m = A * \rho = 65.72 * 10^{-6} * 7840 = 0.515 \text{ kg/m'}$$

**Zadatak 3.:** Duga čelična cijev, promjera 7.5 cm i debljine 0.15 cm, začepljena je na oba kraja i opterećena unutarnjim pritiskom fluidom tako da je maksimalni direktan pritisak na cijev 120 MPa. Pretpostavimo  $\nu=0.3$  i  $E= 200000$  MPa, odredi postotak volumenskog proširenja cijevi.

Rješenje:

$$\sigma_1=120 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2=\sigma_1/2=60 \text{ MPa}$$

Volumensko proširenje je jednako  $2\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ .

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1)$$

Iz toga izvlačimo :

$$\begin{aligned} 2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 &= \frac{1}{E}(2\sigma_1 - 2\nu\sigma_2 + \sigma_2 - \nu\sigma_1) = \\ \frac{1}{200000} (2 \times 120 - 2 \times 0.3 \times 60 + 60 - 0.3 \times 120) &= \\ &= 1.14 \times 10^{-3} = 0.114 \% \end{aligned}$$

Događa se povećanje volumena od 0.114 %.

**Zadatak 4:** Duga čelična cijev, promjera 7.5 cm i debljine 0.15 cm je ima zatvorene krajeve i podvrgnuta je unutarnjem pritisku fluida od 3 MPa. Ako je  $E=200000$  MPa i  $\nu = 0.3$ , odredi postotno povećanje unutarnjeg volumena cijevi.

Rješenje:

Cirkularno opterećenje je:

$$\sigma_1 = \frac{pr}{t} = \frac{(3 \times 10^6)(0.0375)}{(0.0015)} = 75 \text{ MPa}$$

Meridijansko naprezanje je:

$$\sigma_2 = \frac{pr}{2t} = 37,5 \text{ MPa}$$

Relativna deformacija u cirkularnom smjeru je:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2)$$

i relativna deformacija u smjeru meridijana je :

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1)$$

Volumenska deformacija je:

$$2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{1}{E}[2\sigma_1 - 2\nu\sigma_2 + \sigma_2 - \nu\sigma_1] =$$

$$2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_1(2 - \nu) + \sigma_2(1 - 2\nu)]$$

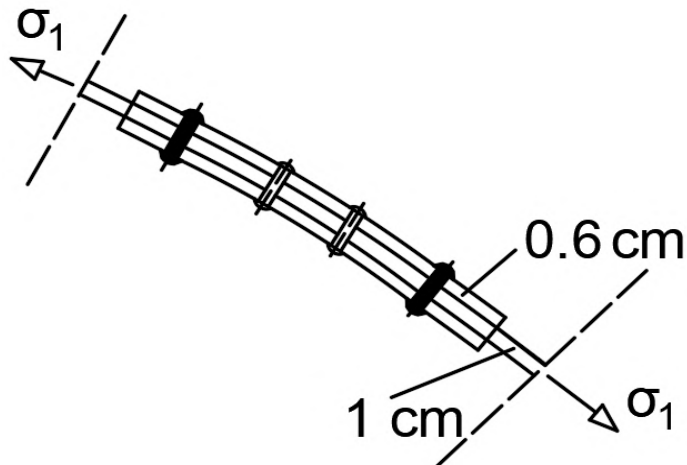
Stoga:

$$\begin{aligned} 2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 &= \frac{(75 \times 10^6)((2 - 0.3) + (1 - 0.6))}{200 \times 10^9} = \\ &= \frac{(75.5 \times 10^6)(1.9)}{200 \times 10^9} = 7.88 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

Postotak povećanja volumena iznosi 0.0788 %.



**Zadatak 5:** Dvije oplata za boiler, svaka 1 cm debela, spojene su dvostruko zakovanim sučeonim spojem s dvije pokrovne ploče, svaka 0.6 cm debela. Zakovice su promjera 2 cm, a njihov je razmak 0.9 cm. Unutarnji promjer boilerja je 1.25 m, i pritisak je  $0.8 \text{ MN/m}^2$ . Proračunaj posmično opterećenje u zakovicama te vlačna opterećenja u oplatama za boiler i pokrovnim pločama .



Slika 4.1.: Prikaz spoja oplata (Izvor: [2])

Rješenje:

Pretpostavimo da su zakovice raspoređene sa svake strane spoja. Tada jedna zakovica preuzima obodno opterećenje od  $\frac{1}{2} (0.090) = 0.045 \text{ m}$  duljine boilerja. Opterećenje po zakovici je:

$$\left[ \frac{1}{2} (1,25) \right] (0.045 (0.8 \times 10^6)) = 22.5 \text{ kN}$$

Površina zakovice je:

$$\frac{\pi}{4} (0.02)^2 = 0.314 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Opterećenje od 22.5 kN se prenosi na dvije posmične površine, tako da je posmično opterećenje:

$$\frac{1}{2} \times (22.5 \times 10^3) / (0.314 \times 10^{-3}) = 35.8 \text{ Mpa}$$

Rupe za zakovice u pločama dovode do gubitka širine ploče od 2 cm na svakih 9 cm linije zakovice. Efektivna površina oplata bojlera u 9 cm duljine je:

$$(0.010)(0.090 - 0.020) = (0.010)(0.070) = 0.7 \times 10^3 \text{ m}^2$$

Vlačno naprezanje preuzeto na ovom području je:

$$\frac{1}{2} (1.25)(0.090)(0.8 \times 10^6) = 45 \text{ kN}$$

Prosječno cirkularno naprezanje u oplatama bojlera je stoga:

$$\sigma_1 = \frac{45 \times 10^3}{0.7 \times 10^{-3}} = 64.2 \text{ MPa}$$

Ovo se događa u području zakovica. U području udaljenom od spoja, cirkularno naprezanje je:

$$\sigma_1 = \frac{pr}{t} = \frac{(0.8 \times 10^6)(0.625)}{(0.0010)} = 50.0 \text{ MPa}$$

U pokrovnim pločama, cirkularno je naprezanje:

$$\frac{45.0 \times 10^3}{2(0.006)(0.070)} = 53.6 \text{ MPa}$$

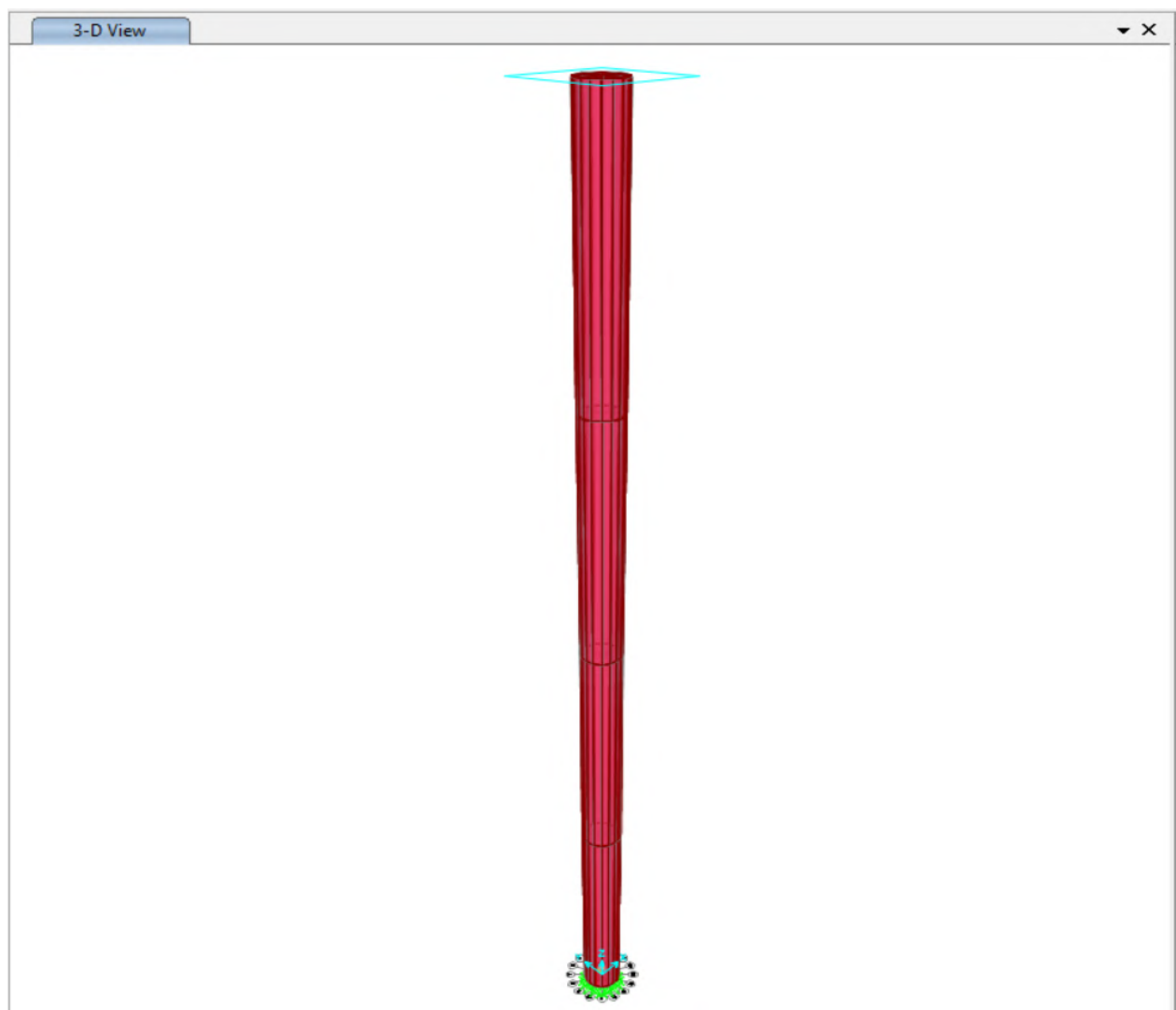
Meridijansko opterećenje u pločama u području spoja su zahtjevne za odrediti, osim vrlo blizu rupa zakovica, opterećenje će biti:

$$\sigma_2 = \frac{pr}{2t} = 25.0 \text{ M}$$

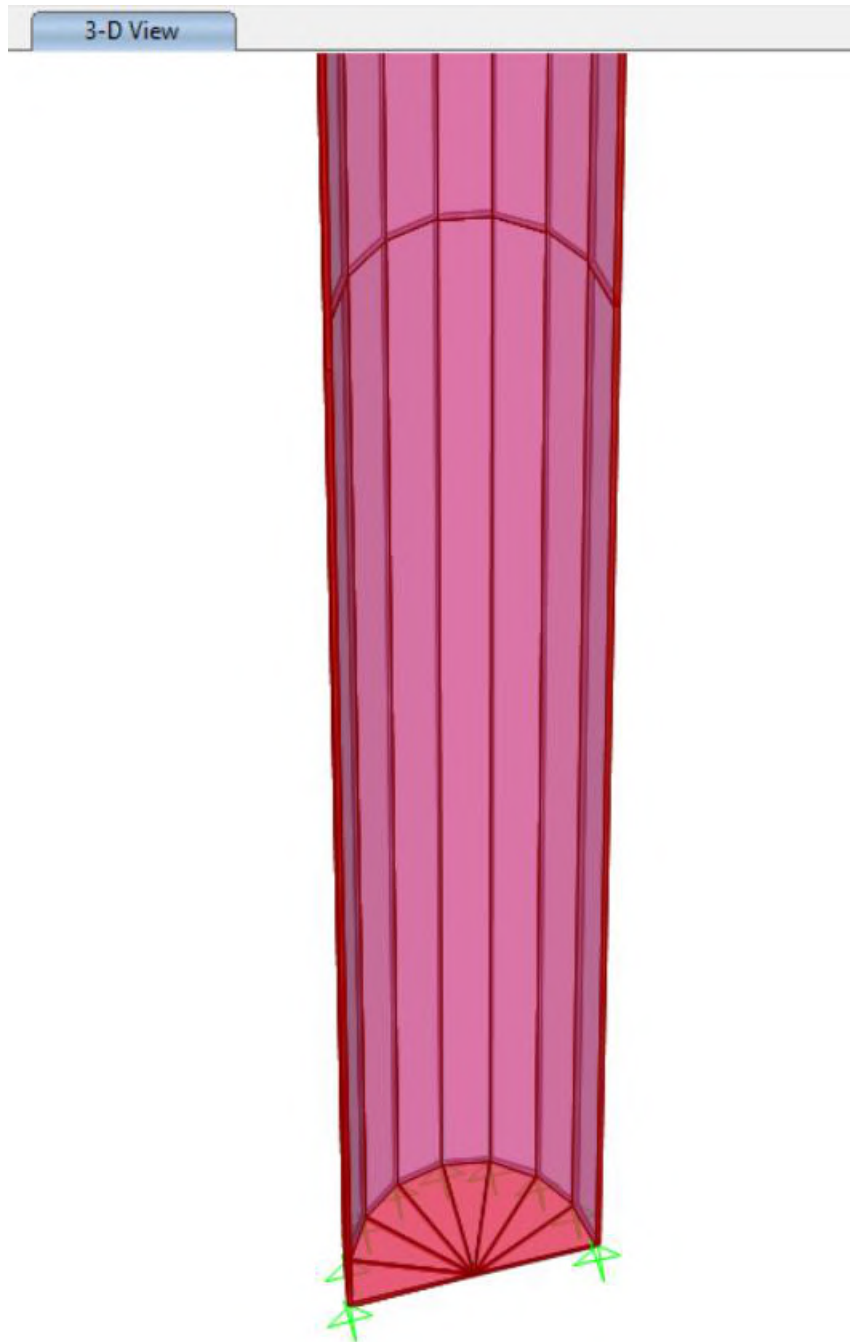
## 5. Računalno modelirani numerički primjer

Za primjer računalnog modeliranja korišten je program SAP2000. Prikazano je rješenje zadatka 6.5. gdje je zadana duga cijev promjera 75 mm, dok je debljina stijenke 1,5 mm.

Cijev je unutarnje opterećena pritiskom od 3 MPa i zatvorena je na oba kraja. Tražimo relativnu volumensku deformaciju cijevi. Cijev je proizvoljno duga 2000 mm.



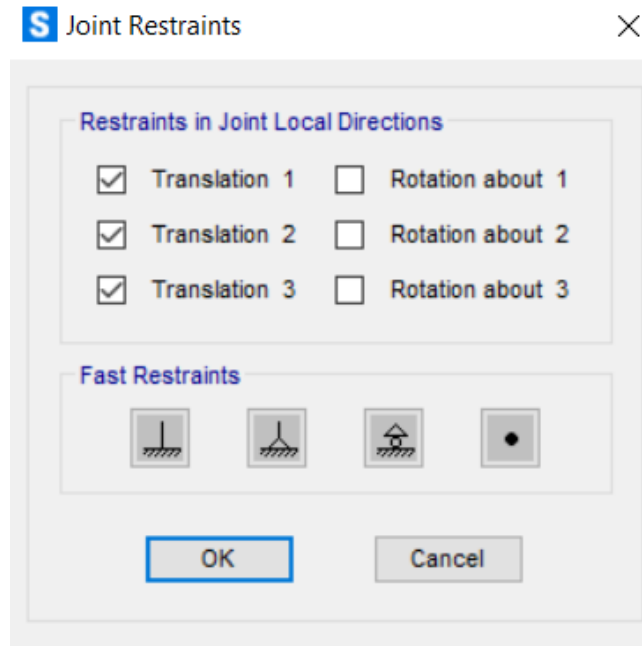
Slika 5.1.: Prikaz ekstrudiranog modela cijevi (Izvor: [3])



Slika 5.2.: Prikaz poprečnog presjeka i ležajeva na bazi (Izvor: [2])

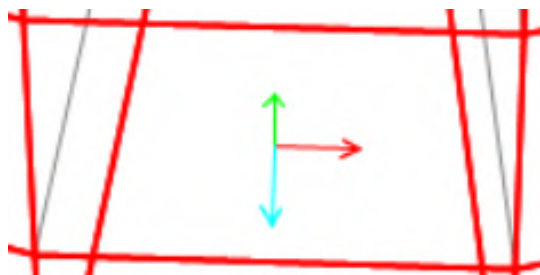
## RAČUNALNO MODELIRANI NUMERIČKI PRIMJER

Cijev je u bazi vezana ležajevima tako da sprječavaju pomake i dozvoljavaju rotaciji u sve tri osi.

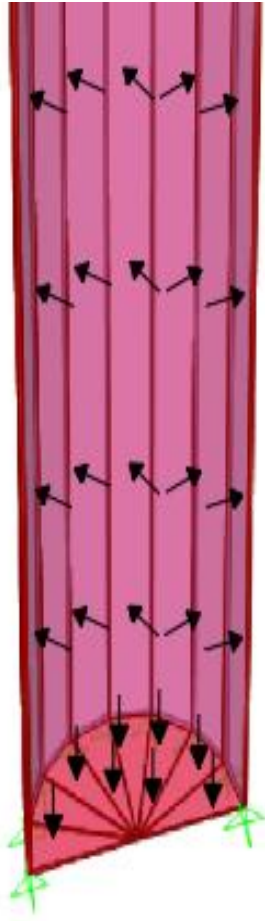


Slika 5.3.: Prikaz rubnih uvjeta cijevi (Izvor: [3])

Opterećenje od 3 MPa je jednoliko raspoređeno po unutrašnjosti cijevi te djeluje okimto na jedinice površine cijevi. Djeluje u smjeru lokalne osi 3 (plave osi).

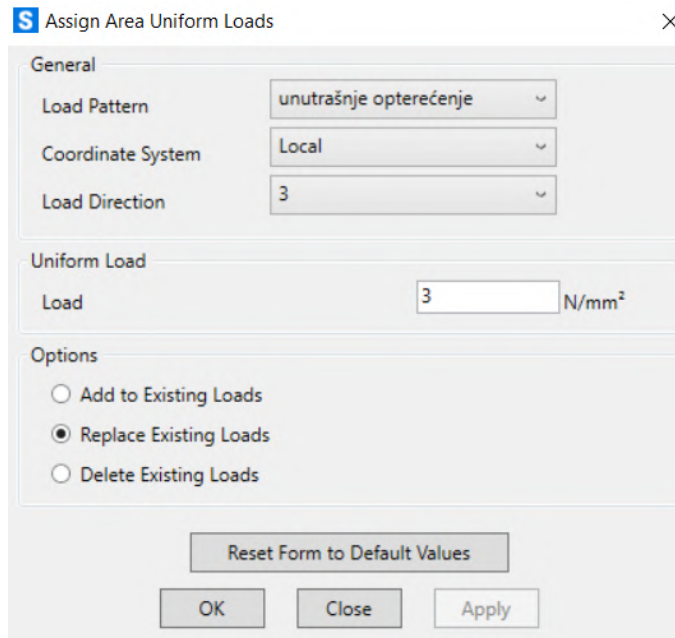


Slika 5.4.: Prikaz lokalnih osi na svaku jedinicu površine (Izvor: [3])

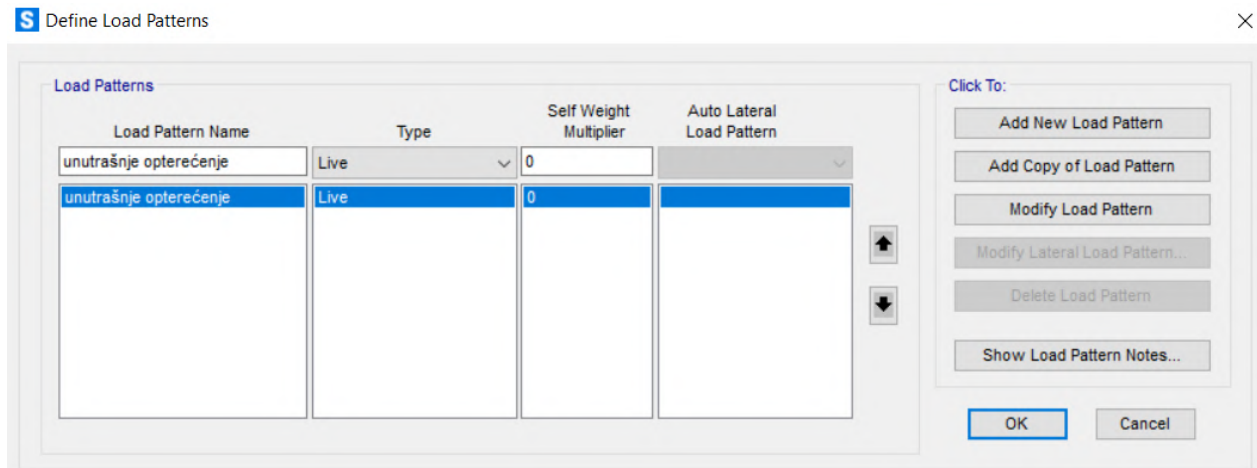


Slika 5.5.: Prikaz djelovanja pritiska od 3 MPa (Izvor: [3])

# RAČUNALNO MODELIRANI NUMERIČKI PRIMJER



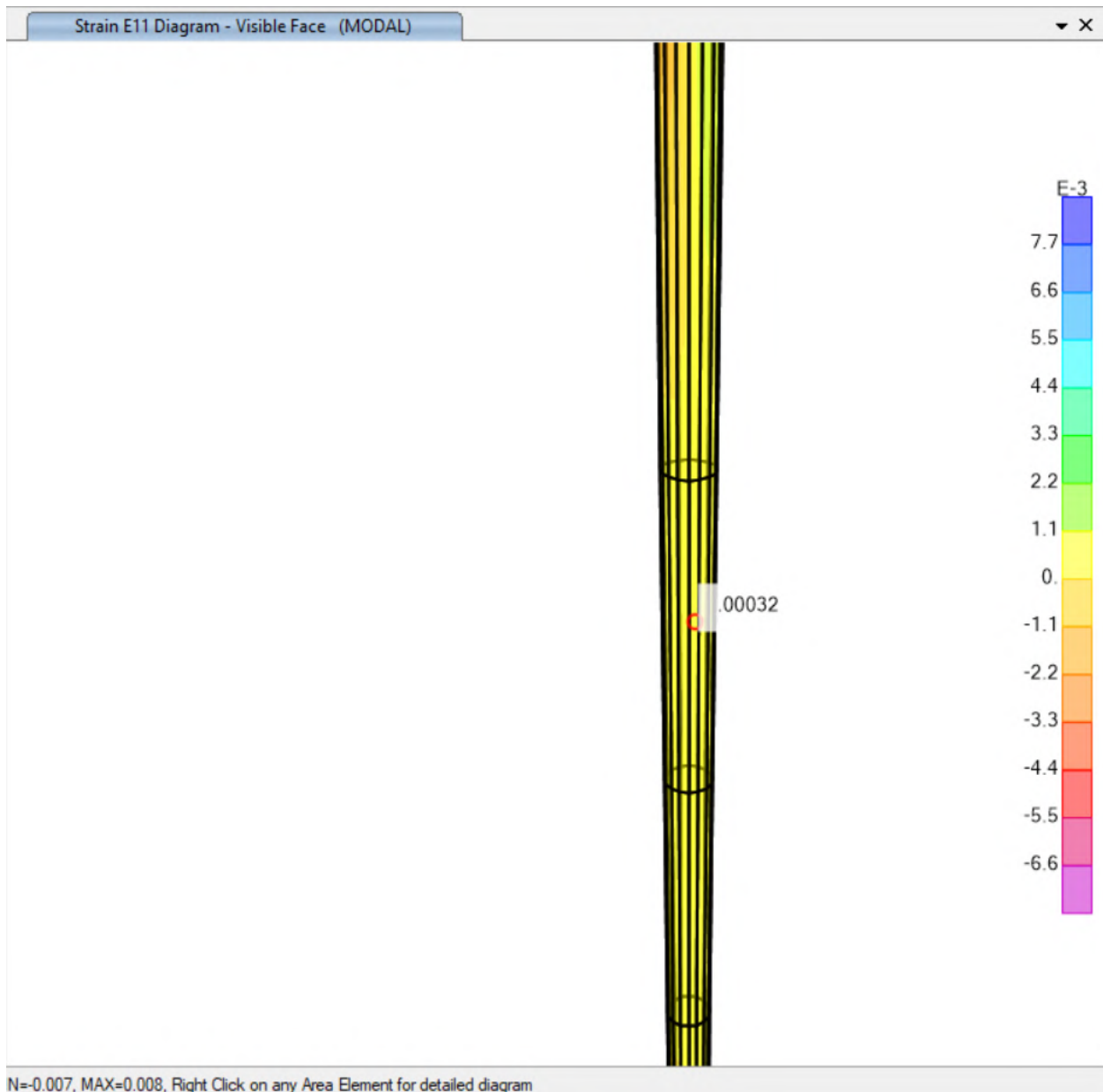
Slika 5.6.: Zadavanje pritiska (Izvor: [3])



Slika 5.7.: Definiranje vrste opterećenja (Izvor: [3])

## RAČUNALNO MODELIRANI NUMERIČKI PRIMJER

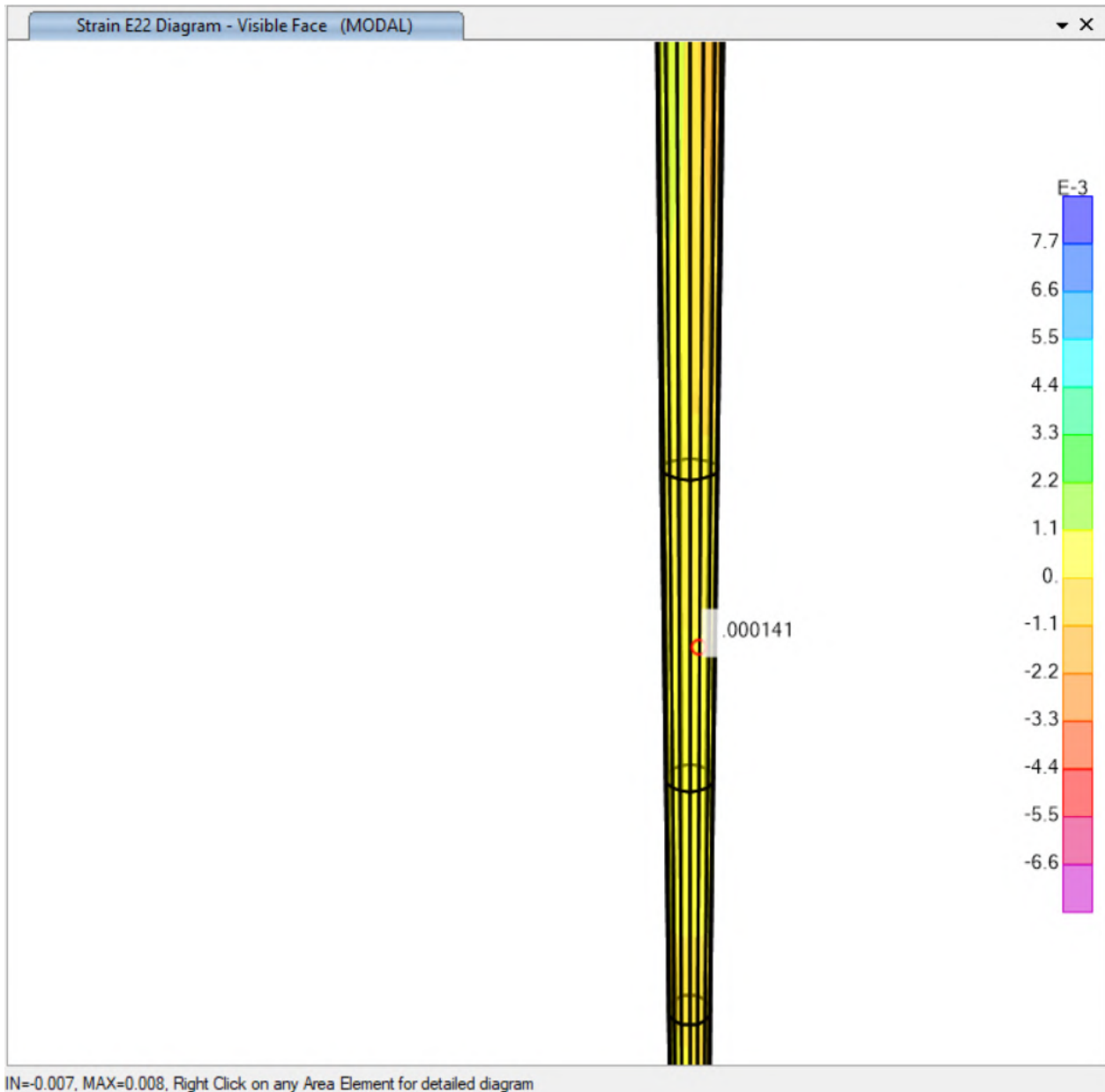
Za potrebe izračunavanja volumenske deformacije koristiti ćemo relativne deformacije u cirkularnom i meridijanskom smjeru.



**Slika 5.8.:** Relativna deformacija  $\varepsilon_1$  - u cirkularnom smjeru (Izvor: [3])



# RAČUNALNO MODELIRANI NUMERIČKI PRIMJER



**Slika 5.9.:** Relativna deformacija  $\epsilon_2$ - u meridijanskom smjeru (Izvor: [3])

## RAČUNALNO MODELIRANI NUMERIČKI PRIMJER

Relativne deformacije su uzete po sredini cijevi:

$$\varepsilon_1 = 0.00032$$

$$\varepsilon_2 = 0.000141$$

Kada ove vrijednosti uvrstimo u izraz:

$$2\varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

dobivamo relativnu promjenu volumen od:

$$0.00032 + 0.000141 = 7,81 \times 10^{-4}$$

Preračunato u postotak iznosi 0.0781 %

Rezultat se poklapa sa otprije ručno izračunatim primjerom.

## 7. ZAKLJUČAK

Posude tankih stijenki su posude kojima je debljina stijenki zanemariva u odnosu na ostale dimenzije zanemarive. Imaju široku industrijsku primjenu da zadržavaju tekućine i plinove pod visokim pritiskom.

Na posudu djeluju tri glavna naprezanja, cirkularno, meridijansko i treće naprezanje koje djeluje u smjeru normale na površinu elemenata. Treće naprezanje je veličinom zanemarivo u odnosu na prva dva.

Ako pretpostavimo elastičnu prirodu elementa cirkularno i meridijansko naprezanje će direktno uzrokovati na deformacije cilindrične posude tankih stijenki.

Uz cilindar, još spomenimo sferne te posude sa polukružnim krajevima koje također imaju neizostavnu primjenu u današnjem svijetu.

## 8. POPIS LITERATURE

- [1] V. Šimić, Otpornost Materijala I., Zagreb, 1990.
- [2] John Case, A.H. Chilver and Carl T.F. Ross, " Strength of Materials", London, 1999.
- [3] SAP2000

## 9. POPIS SLIKA

Slika 1.1.: Skica posude tankih stijenki kružnog poprečnog presjeka (Izvor: [2]).....	1
Slika 1.2: Duga cilindrična posuda zatvorenih krajeva unutarnje opterećena (Izvor: [2]).....	2
Slika 1.3: Cirkularno i meridijansko naprezanje na cilindričnu posudu tankih stijenki zatvorenih krajeva pod djelovanjem unutarnjeg pritiska (Izvor: [2]).....	2
Slika 1.4.: Prikaz cirkularnog naprezanja (Izvor: [2]).....	4
Slika 1.5.: Prikaz meridijanskog naprezanje $\sigma_2$ (Izvor: [2]) .....	5
Slika 1.6.:Prikaz svih dijelova na posudu tankih stijenki. (Izvor: [2]).....	6
Slika 1.7.: Detaljni prikaz djelovanja (Izvor: [2]).....	6
Slika 1.8.: Prikaz ravnine najvećeg posmičnog naprezanja (Izvor: [2]).....	6
Slika 2.1.: Djelovanja opterećenja na sferu (Izvor: [2]).....	9
Slika 3.1.: Prikaz cilindra sa polukružnim krajevima (Izvor: [2]).....	11
Slika 4.1.: Prikaz spoja oplata (Izvor: [2]).....	18
Slika 5.1.: Prikaz ekstrudiranog modela cijevi (Izvor: [3]).....	20
Slika 5.2.: Prikaz poprečnog presjeka i ležajeva na bazi (Izvor: [3]).....	21
Slika 5.3.: Prikaz rubnih uvjeta cijevi (Izvor: [3]).....	22
Slika 5.4.: Prikaz lokalnih osi na svaku jedinicu površine (Izvor: [3]).....	22
Slika 5.5.: Prikaz djelovanja opterećenja od 3 MPa (Izvor: [3]).....	23
Slika 5.6.: Zadavanje pritiska u program (Izvor: [2]).....	24
Slika 5.7.: Definiranje vrste opterećenja (Izvor: [3]).....	24
Slika 5.8.: Relativna deformacija $\varepsilon_1$ - u cirkularnom smjeru (Izvor: [3]).....	25
Slika 5.9.: Relativna deformacija $\varepsilon_2$ - u meridijanskom smjeru (Izvor: [3]).....	26