

# Gerberovi nosači

---

Lovrić, Andrea

Undergraduate thesis / Završni rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:570203>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-09-08**

Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)





Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Andrea Lovrić

# GERBEROVI NOSAČI

ZAVRŠNI ISPIT

Zagreb, 2024.



Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Andrea Lovrić

# GERBEROVI NOSAČI

ZAVRŠNI ISPIT

Mentor: Izv.prof.dr.sc. Marta Šavor Novak

Zagreb, godina 2024.



University of Zagreb

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Andrea Lovrić

# **GERBER SYSTEMS**

FINAL EXAM

Supervisor: Assoc. prof. Marta Šavor Novak

Zagreb, 2024

## SAŽETAK

U ovom radu analizirani su Gerberovi nosači. Gerberovi nosači su statički određeni ravninski ravni nosači horizontalno položeni iznad dva ili više otvora. Osnovni oblik Gerberovih nosača ima samo zglobne ležajeve pri čemu jedan ležaj mora biti nepomičan, ali postoje i složeniji oblici. Postoje dva pravila koji osiguravaju ispravan raspored zglobova: u jednom polju ne smije biti više od dva zgloba i u dva susjedna polja ne smiju biti po dva zgloba. Analitički postupak se može provesti na dva načina: raščlanjeni i neraščlanjeni postupak. Superpozicijskim postupkom se zbrajanjem/oduzimanjem dvaju stanja zamjenjujući sistem dovodi u mehaničko stanje Gerberovog nosača. U radu je pokazan primjer Gerberovog nosača na kojem su urađeni analitički i superpozicijski postupci proračuna sila za zadano opterećenje, te su određeni dijagrami unutarnjih sila.

**Ključne riječi:** Gerberov nosač; položaj zglobova; analitički postupci; superpozicija

## SUMMARY

This work will analyse Gerber girders. Gerber girders are statically determined structures placed horizontally above two or more openings. The basic form of Gerber girder consists of pin supports, but there are also more complex forms of Gerber beams. There are two rules that ensure the correct arrangement of hinges: in one field there must not be more than two hinges and two adjacent fields there cannot have two hinges each. The analytical procedure can be performed in two ways: a disaggregated or an aggregated procedure. With the superposition procedure, the replacing system brings the mechanical state in which the Gerber carrier superimposes two states. This work also presents an example of a Gerber girder on which analytical and superposition procedures for a given load were performed and internal force diagrams were determined as well.

**Key words:** Gerber beams; hinges position; analytical procedures; superposition

---

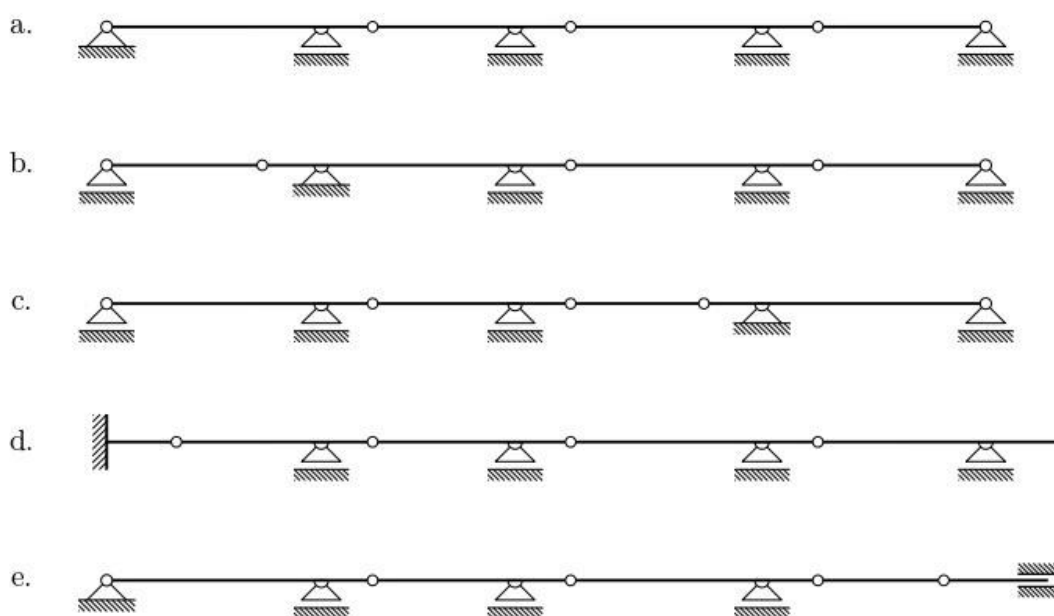
## SADRŽAJ

<b>SAŽETAK</b> .....	<b>iv</b>
<b>SUMMARY</b> .....	<b>v</b>
<b>SADRŽAJ</b> .....	<b>vi</b>
<b>1 UVOD</b> .....	<b>1</b>
1.1 Značajke Gerberovog nosača.....	1
1.2 Raspored zglobova .....	3
<b>2 ANALITIČKI POSTUPCI</b> .....	<b>5</b>
2.1 Neraščlanjeni postupak .....	5
2.2 Raščlanjeni postupak .....	7
2.3 Dijagram unutarnjih sila.....	10
<b>3 SUPERPOZICIJSKI POSTUPAK</b> .....	<b>13</b>
3.1 Grafoanalitički postupak .....	13
3.2 Verižni poligon (grafički) .....	16
<b>4 ZAKLJUČAK</b> .....	<b>19</b>
<b>POPIS LITERATURE</b> .....	<b>20</b>
<b>POPIS SLIKA</b> .....	<b>21</b>

# 1 UVOD

## 1.1 Značajke Gerberovog nosača

Gerberovi nosači odnosno, nosači sa zglobovima su statički određeni ravninski ravni nosači horizontalno položeni iznad dva ili više otvora (Fresl, 2017a). Osnovni oblik Gerberovih nosača ima samo zglobne ležajeve pri čemu jedan ležaj mora biti nepomičan, a ostali uzdužno pomični. Postoje i složenije vrste Gerberovih nosača s različitim vrstama ležajeva i prepustima iznad ležajeva.



Slika 1. Primjeri Gerberovih nosača

Izvor: Fresl K. (2017). Građevna statika 1.

Prednost Gerberovih nosača u odnos na jednostavno oslonjene grede je sposobnost smanjivanja intenziteta momenata povoljnim razmještajem zglobova, pri čemu se dobiva statički povoljno svojstvo kontinuiranih nosača koji su statički neodređeni. Ako se ograniči Gerberov nosač samo na zglobne ležajeve i pretpostavi se da nije važno koji od njih je nepomičan, taj se zadatak može riješiti na beskonačno mnogo načina. Zglobovi se mogu pomaknuti na druge položaje unutar polja u kojem se nalaze.



Usporedbom momentnih dijagrama za jednoliko distribuirano opterećenje na nizu jednostavno oslonjenih greda i nekog primjera Gerberovog nosača vidi se da su intenziteti momenata u poljima Gerberovog nosača znatno manji nego na jednostavno oslonjenim gredama.

Njemački inženjer Heinrich Gerber (1832.-1912.) uvidio je da se ugradnjom zglobova u ispravno raspoređene presjeke mogu momenti u poljima smanjiti uz istodobno izbjegavanje nepovoljnih utjecaja slijeganja koji kod statički neodređenih sistema uzrokuju pojavu značajnih unutarnjih sila i reakcija (Fresl, 2017b). Na temelju toga danas postoje različiti primjeri iz prakse koji imaju Gerberov nosač kao njihov glavni sistem. Neki od tih primjera su: most Sydney Harbour u Sidneyu, most Tower Bridge u Londonu i most Forth river u Škotskoj.



Slika 2. Tower Bridge, London

Izvor: Colin / Wikimedia Commons,(2015.)



Slika 3. Forth river Bridge, Škotska

Izvor: MrMasterKeyboard - Own work,(2022.)

Kako su se na Gerberovom nosaču nultočke momentnog dijagrama pomaknule sa ležajeva u polja, pojavljuje se moment na ležajevima. Ako dođe do nepovoljnog razmještaja zglobova intenzitet momenta nad ležajevima može biti veći od intenziteta momenata u poljima.

## 1.2 Raspored zglobova

Proizvoljno pomicanje zglobova s ležajeva u polja ne osigurava smanjenje najvećih intenziteta momenata. Pomicanjem zgloba s ležaja donosi pojavu momenta nad ležajem što pri nepovoljnom razmještanju zglobova može uzrokovati veći intenzitet momenata nad ležajevima od intenziteta momenata u poljima jednostavno oslonjene grede.

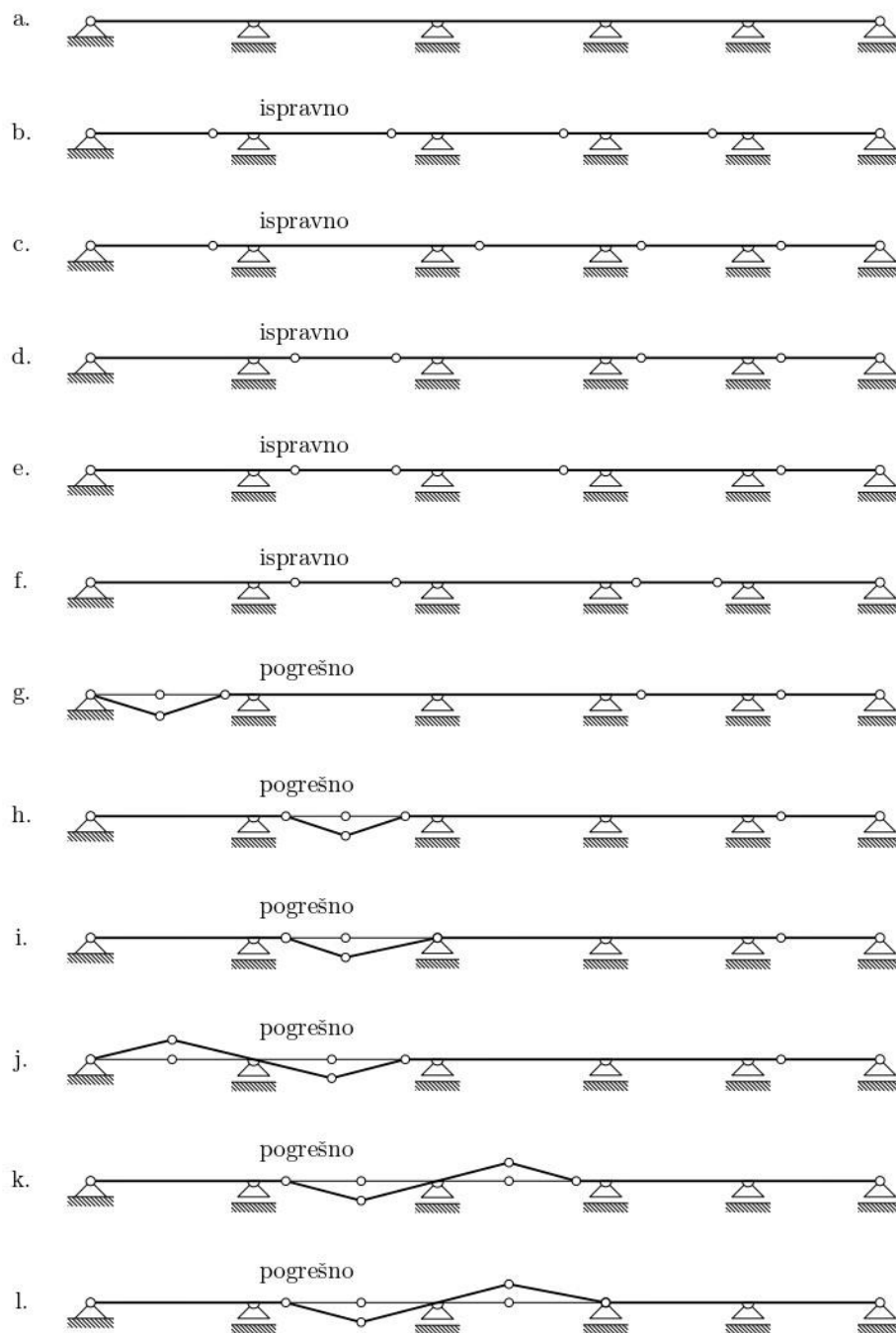
Raspored zglobova u Gerberovim nosačima je vrlo važan radi geometrijske nepromjenjivosti koja ovisi u kojim se poljima i nad kojim se ležajevima zglobovi nalaze. Broj zglobova i njihov raspored isto utječe na statičku određenost nosača.

Postoje dva pravila koja osiguravaju ispravan raspored zglobova koji će se obrazložiti pomoću primjera kontinuiranog nosača sa slike 4.

Kontinuirani nosač sa slike 4.a je četiri puta statički neodređen:

$$S = n_D \times 3 - n_L = 1 \times 3 - 7$$

Na statički neodređenom kontinuiranom nosaču treba umetnuti četiri dodatna zgloba kako bi se dobio statički određeni Gerberov nosač. Na primjerima g.-i. sa slike 4 prikazano je prvo pravilo koje glasi da u jednom polju ne smije biti više od dva zgloba, a na primjerima k. i l. prikazano je drugo pravilo da u dva susjedna polja ne smiju biti po dva zgloba (Fresl, 2017c). Ako se ta pravila ne primjenjuju na nosač doći će do pojave mehanizma pri čemu ne postoji geometrijska nepromjenjivost i nosač je statički neodređen.



Slika 4. Ispravan i pogrešan raspored zglobova

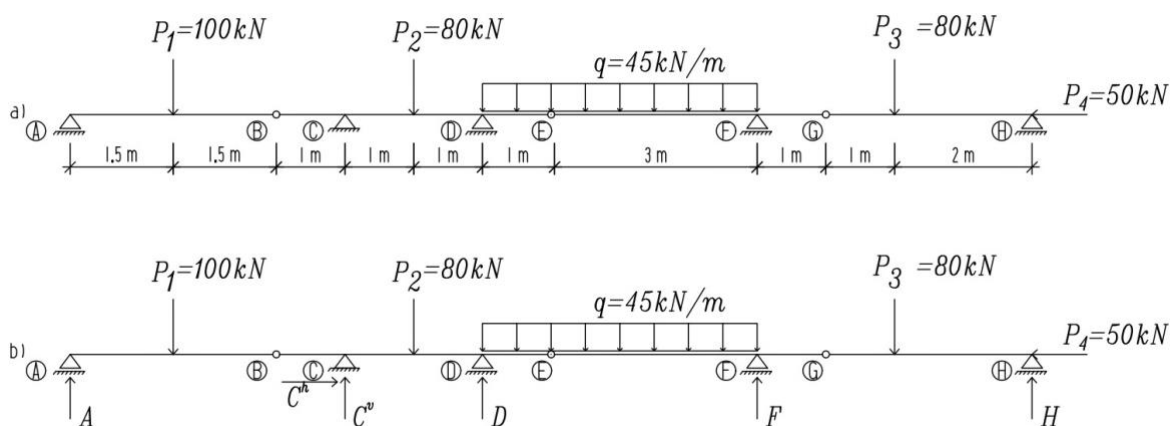
Izvor: Fresl K. (2017). Građevna statika 1.

## 2 ANALITIČKI POSTUPCI

U svakom ležaju Gerberovog nosača postoje reakcije. Kada gledamo nosač u cjelini, primjećujemo da nepoznatih vrijednosti sila ima više od jednačbi ravnoteže. Dodatne se jednačbe mogu izvesti na dva načina: neraščlanjenim i raščlanjenim postupkom. Kod oba načina rješavanje se svodi na uravnoteženje sila ili momenata na izdvojenim dijelovima zadanog sistema.

### 2.1 Neraščlanjeni postupak

Neraščlanjenim postupkom dodatne jednačbe se dobivaju izdvajanjem i uravnoteženjem dijelova nosača. Presijecanjem kroz zglobove dobit će se jednačbe ravnoteže momenata koje su jednake nuli, pri čemu se ne uvode nikakve nove nepoznanice u rješavanju jednačbi.



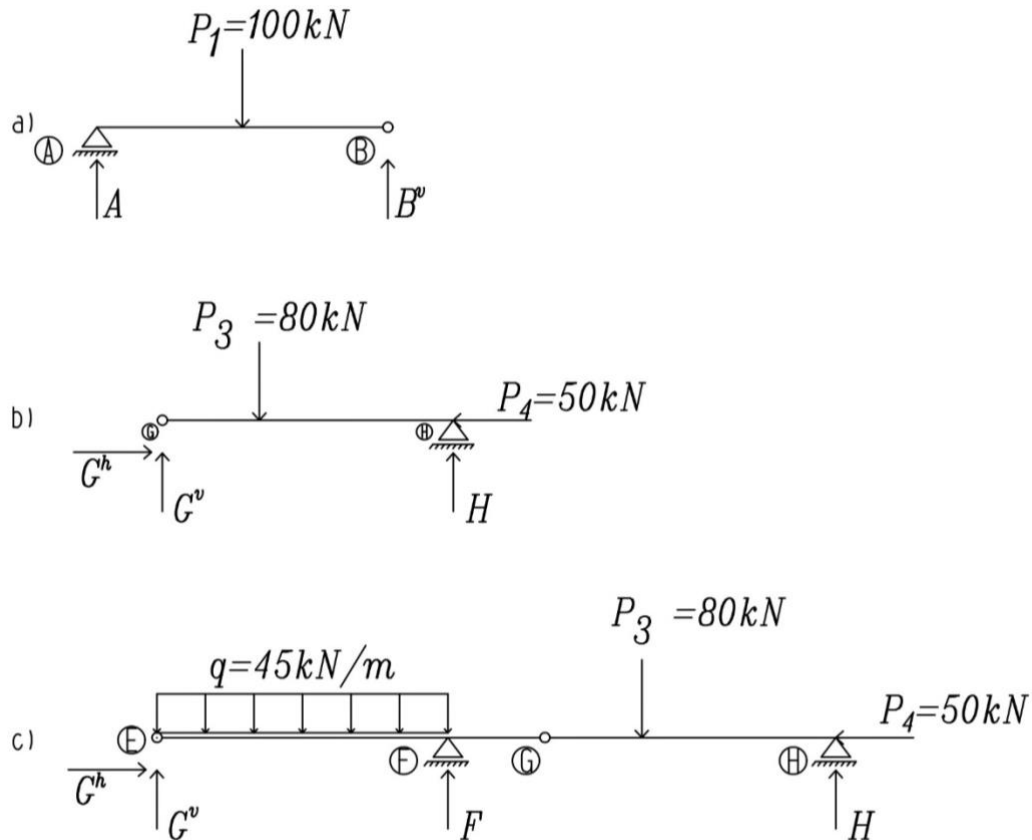
Slika 5. Primjer Gerberovog nosača

Primjer sa slike 5. je nosač na kojem se mogu napraviti tri presjeka i izdvojiti tri dijela. Uravnoteženjem tih dijelova dobivamo tri nedostajuće jednačbe koje uz tri jednačbe ravnoteže nosača čine sustav od šest jednačbi sa šest nepoznanica.

Za jednačbe ravnoteže nosača kao cjelinu (slika 5.) uzet će se jednačba ravnoteže sila u smjeru osi x i jednačbe ravnoteže momenata u odnos na točke A i H.

$$\sum_{\overline{AH}} F_x = 0 \quad \sum_{AH} M_{/A} = 0 \quad \sum_{AH} M_{/H} = 0$$

$\overline{AH}$  pored znaka sumacije označuje zbrajanje po cijelom nosaču.



Slika 6. Neraščlanjeni postupak

Postoje još tri dodatne jednadžbe ravnoteže: jednadžba ravnoteže momenta oko zgloba B za dio  $\overline{AB}$ , jednadžba ravnoteže momenta oko zgloba G za dio  $\overline{GH}$  i jednadžba ravnoteže momenta oko zgloba E za dio  $\overline{EH}$ .

$$\sum_{\overline{AB}} M_{/B} = 0 \quad \sum_{\overline{GH}} M_{/G} = 0 \quad \sum_{\overline{EH}} M_{/E} = 0$$

$\overline{AB}$ ,  $\overline{GH}$  i  $\overline{EH}$  uz znakove sumacije označuju da u zbrajanje ulazi samo momenti sila na označenim dionicama.

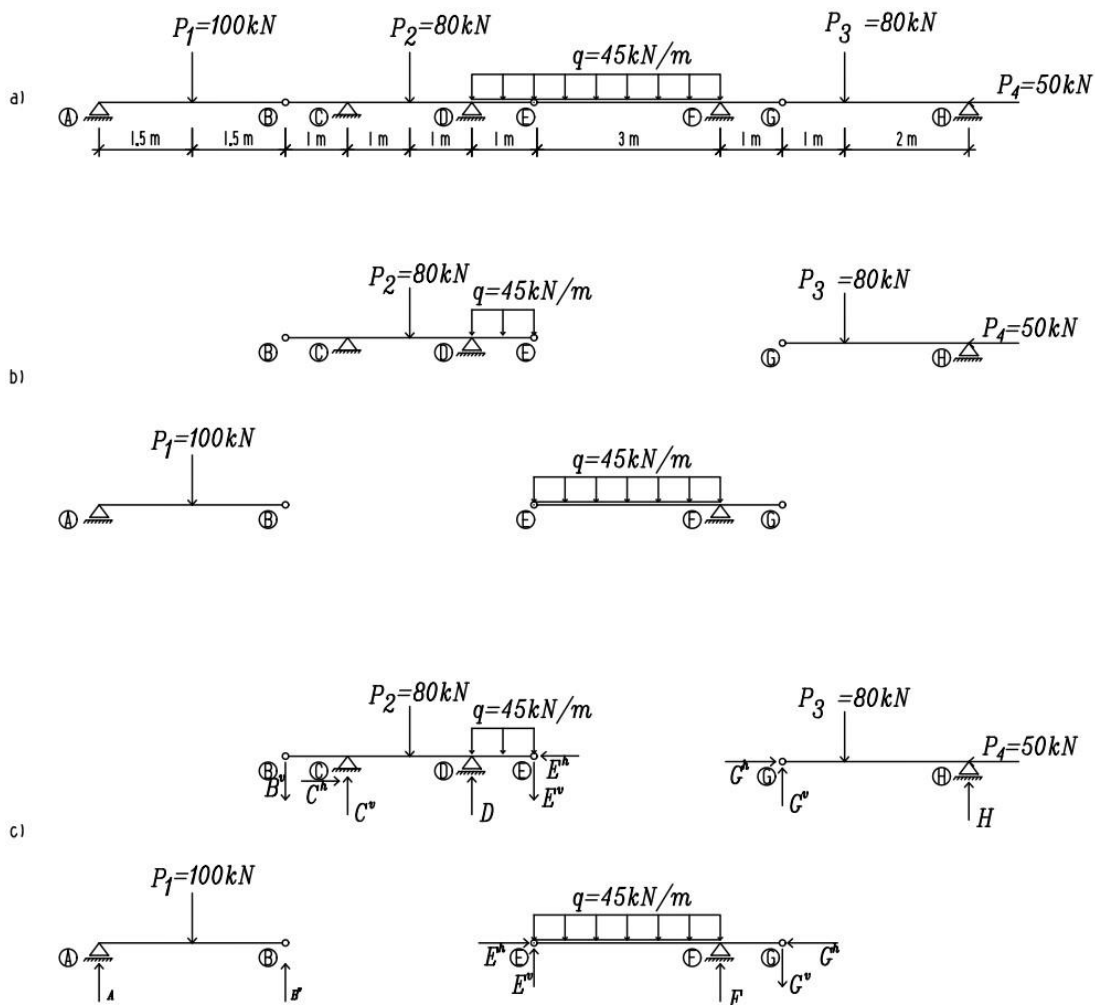
Riječ je o velikom sustavu jednadžbi koje se mogu jednostavno riješiti. Neovisnom jednadžbom ravnoteže sila oko osi x dobivamo vrijednost sile  $C^h$ , a jednadžbom ravnoteže momenata oko zgloba B na dionici  $\overline{AB}$  dobivamo vrijednost sile A. Iz neovisnog sustava dvaju jednadžbi ravnoteže momenta oko zglobova G i E na dionicama  $\overline{GH}$  i  $\overline{EH}$  dobit će se vrijednosti nepoznanica F i H. Nakon dobivanja vrijednosti A, F i H rješavanjem sustava dvaju jednadžbi ravnoteže momenta oko zglobova A i H na dionici  $\overline{AH}$  dobivamo vrijednosti posljednjih nepoznanica  $C^v$  i D.

$$\sum_{AH} M_{/A} = 0 \quad \sum_{AH} M_{/H} = 0$$

## 2.2 Raščlanjeni postupak

Raščlanjenim postupkom dodatne jednadžbe dobivamo rastavljanjem nosača presijecanjem između dva susjedna zgloba. Rješava se dio po dio redosljedom koji je utvrđen na temelju sheme statičkog djelovanja nosača.

Statičko djelovanje sistema je slijed prijenosa sile sa jednog dijela nosača na drugi sve do podloge. On ovisi o tome jesu li zadane sile vertikalne ili horizontalne, zbog čega postoje dva statička djelovanja po čemu zadane sile dijelimo na horizontalne i vertikalne komponente.



Slika 7. Raščlanjeni postupak

Nepomični zglobni ležaj u točki C je jedini ležaj koji može preuzeti i na podlogu prenijeti horizontalne sile, što znači da sva horizontalna opterećenja treba dovesti do ležaja. Krećući sa krajeva nosača redom će se zbrajati zadane horizontalne sile, te ih horizontalnim komponentama u zglobovima prenositi s jednog dijela nosača na drugi, do dijela gdje je nepomični ležaj.

Na dijelu  $\overline{GH}$  djeluje zadana horizontalna sila  $P_4^{\square}$  koja se pomoću horizontalne komponente  $\pm G^h$  prenosi na dio  $\overline{EG}$ , pa pomoću horizontalne komponente  $\pm E^h$  prenosi na dio  $\overline{BE}$  na kojem je nepomičan ležaj. Pošto je  $P_4$  jedino horizontalno opterećenje na nosaču jednadžba ravnoteže glasi:

$$\sum_{\overline{AH}} F_X = 0 \quad : \quad -P_4 + C^h = 0$$

Odnosno:

$$C^h = P_4$$

Rješavanje problem prijenosa vertikalnih sila je malo složeniji od prijenosa horizontalnih sila. Gerberov nosač se pri tom gleda kao nosač sastavljen od jednostavno oslonjenih greda i greda s prepustom ili prepustima. Grede koje se s obje veze oslanjaju na podlogu osnovni su dijelovi sistema, a ostale grede su priključeni dijelovi koji se barem s jednom vezom oslanjaju na druge grede.

Osnovni dio sistema kod primjera sa slike 7.a je dio grede s prepustima  $\overline{BE}$ , a priključeni dijelovi su jednostavno oslonjene grede  $\overline{AB}$ ,  $\overline{EG}$  i  $\overline{GH}$ . Pošto opterećenja sa priključnih dijelova utječu na osnovne dijelove prvo će se rješavati priključni dijelovi pa onda osnovni dio, kada su mu poznata sva opterećenja koja djeluju na njega. Zamisljeni ležajevi na mjestima B, E i G ne postoje oni samo služe za prikaz vertikalnih komponenata sila u zglobovima kojima su priključni dijelovi spojeni na osnovne dijelove.

Na dio  $\overline{AB}$  djeluje zadana sila  $P_1^{\square}$ , a reakcija A u ležaju A i vertikalna komponenta  $\pm B^v$  u zglobu B su nepoznanice koje mogu izračunati iz jednadžbi ravnoteže momenata oko točaka A i B :

$$\sum_{\overline{AB}} M_{/A} = 0 \quad : \quad 1.5 \times 100 - 3 \times B^v = 0 \quad \rightarrow \quad B^v = 50 \text{ kN}$$

$$\sum_{\overline{AB}} M_{/B} = 0 \quad : \quad 1.5 \times 100 - 3 \times A = 0 \quad \rightarrow \quad A = 50 \text{ kN}$$

Na dio  $\overline{GH}$  djeluju zadane sile  $P_3^{\square}$  i  $P_4^{\square}$ , a vertikalna komponenta  $\pm G^v$  i reakcija H su nepoznanice koje mogu izračunati iz jednadžbi ravnoteže momenata oko točaka G i H:

$$\sum_{\overline{GH}} M_{/G} = 0 : 1 \times 80 - 3 \times H = 0 \rightarrow H = 26,67 \text{ kN}$$

$$\sum_{\overline{GH}} M_{/H} = 0 : 2 \times 80 - 3 \times G^v = 0 \rightarrow G^v = 53,33 \text{ kN}$$

Sila  $\pm G^v$  se može smatrati kao zadanom silom, a nepoznanice vertikalne komponente u zglobu E i reakcije u zglobu F na dijelu  $\overline{EG}$  se izračunavaju pomoću jednadžbi ravnoteže momenata oko točaka E i G:

$$\sum_{\overline{EG}} M_{/E} = 0 : 4 \times 53,33 + 45 \times 3 \times 1,5 - 3 \times F = 0 \rightarrow F = 138,61 \text{ kN}$$

$$\sum_{\overline{EG}} M_{/G} = 0 : 1 \times 138,61 + 45 \times 3 \times 2,5 - 4 \times E^v = 0 \rightarrow E^v = 49,72 \text{ kN}$$

Kada se rješava dio  $\overline{BE}$  sile  $\pm B^v$  i  $\pm E^v$  se mogu smatrati kao zadanim silama, a nepoznate vrijednosti reakcija C i D izračunavaju se pomoću jednadžbi ravnoteže momenata oko tačaka B i E:

$$\begin{aligned} \sum_{\overline{BE}} M_{/B} = 0 : 2 \times 80 + 45 \times 1 \times 3,5 + 49,72 \times 4 - 3 \times D - 1 \times C = 0 \\ \rightarrow C = 516,38 - 3 \times D \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{\overline{BE}} M_{/E} = 0 : 2 \times 80 + 45 \times 1 \times 0,5 + 50 \times 4 - 3 \times (317,5 - 3 \times D) - 1 \times D = 0 \\ \rightarrow D = 145,83 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\rightarrow C = 78,89 \text{ kN}$$

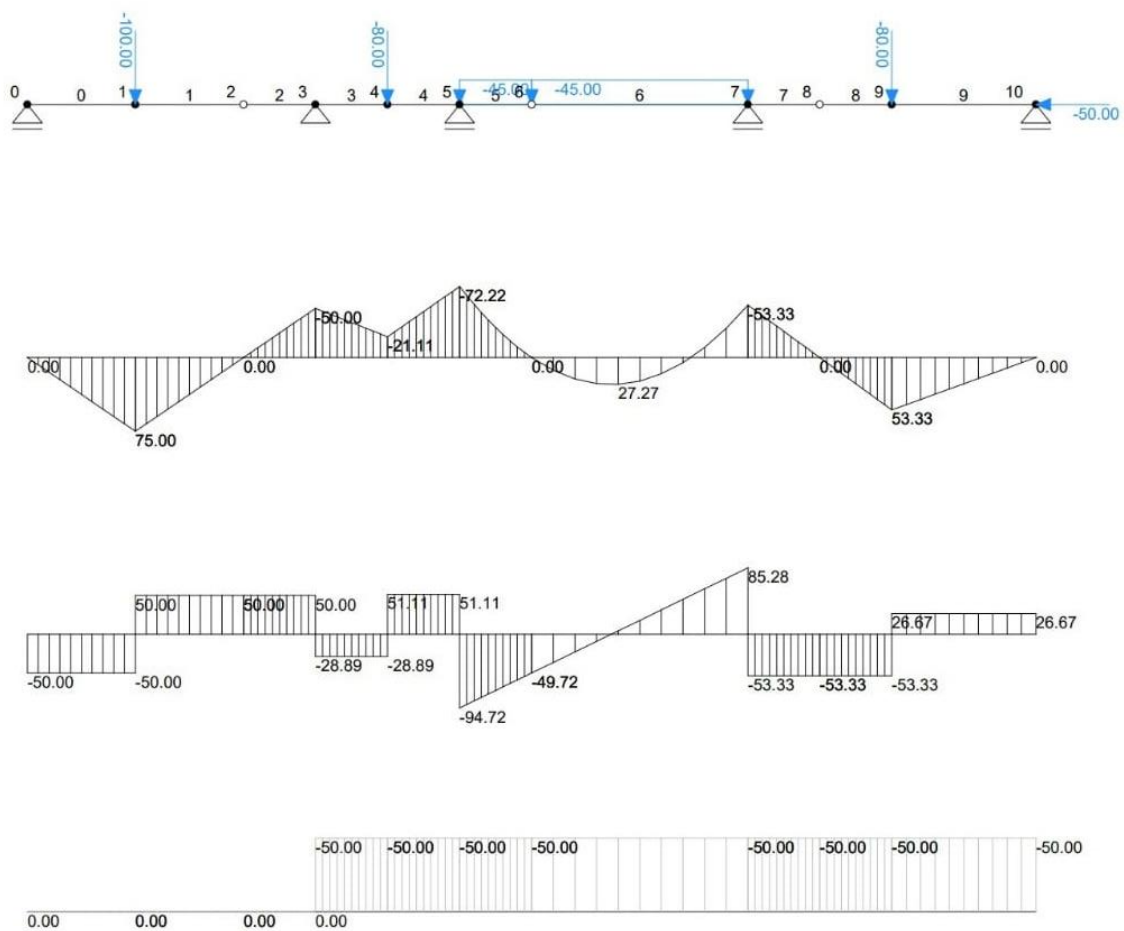
U raščlanjenom postupku rješavaju se pojedini dijelovi nosača pa se izračunaju vrijednosti sila u svim zglobovima.



### 2.3 Dijagram unutarnjih sila

Dijagram unutarnjih sila je graf funkcije koji opisuje njihove vrijednosti (Fresl, 2017d). Za crtanje grafova potrebno je znati vrijednosti sila u karakterističnim točkama, to su točke u kojima se funkcijski izrazi mijenjaju. Vrste krivulja između karakterističnih točaka određenu su diferencijalnim odnosima unutarnjih i vanjskih sila.

Karakteristične točke kod primjera sa slike 7. su hvatišta sila  $P_1, P_2, P_3$  i  $P_4$  i ležajne točke C, D i F. Vrijednosti momenata u zglobovima A, B, E, G i H su jednake nuli.



Slika 8. Dijagrami M, T i N

Za izračunavanje vrijednosti momenta savijanja u karakterističnim točkama koristit će se vrijednosti dobivene iz raščlanjenog postupka i rastav nosača sa slike 7.

$$M_{P_1} = 1,5 \times A = 1,5 \times 50 = 75 \text{ kNm}$$

$$M_C = 1 \times B^v = 1 \times (-50) = -50 \text{ kNm}$$

$$M_{P_2} = 2 \times B^v + 1 \times C = 2 \times (-50) + 1 \times 78,89 = -21,11 \text{ kNm}$$

$$M_D = 1 \times E^v + q \times 1 \times 0,5 = 1 \times (-49,72) + (-45) \times 1 \times 0,5 = -72,22 \text{ kNm}$$

$$M_F = 1 \times G^v = 1 \times (-53,33) = -53,33 \text{ kNm}$$

$$M_{P_3} = 1 \times G^v = 1 \times 53,33 = 53,33 \text{ kNm}$$

Pošto na nosač ne djeluje koncentrirani moment u svim će karakterističnim točkama funkcija koja opisuje vrijednost momenta savijanja biti neprekinuta. Na temelju diferencijalnog odnosa  $M''(X) = -q(X)$  zna se da su vrijednosti momenata na neopterećenom dijelu između dviju karakterističnih točaka prikazane linearnom jednačbom, a na dijelu gdje djeluje jednoliko distribuirana sila kvadratnom funkcijom. Dijelovi momentnog dijagrama na područjima  $\overline{AC}$ ,  $\overline{CD}$  i  $\overline{FH}$  su pravci pri čemu koncentrirane sile na tom području uzrokuju lom na tom dijagramu. Na području  $\overline{DF}$  je kvadratna parabola. Dijelovi pravaca na područjima između hvatišta sile  $P_1$  i točke C i između točke F i hvatišta sile  $P_3$  sijeku os dijagrama u točkama ispod zglobova.

Za crtanje parabole potrebno je znati vrijednost dijagrama na polovici distribuiranog opterećenja koje se može dobiti iz izraza :

$$M_{l/2} = \frac{M_D + M_F}{2} + \frac{q \times l^2}{8} = \frac{-72,22 - 53,33}{2} + \frac{45 \times 4^2}{8} = 27,27 \text{ kNm}$$

Za dijagram poprečnih sila karakteristične su točke svi ležajevi i hvatišta vertikalnih sila. U točkama poprečnih sila imaju dvije vrijednosti: neposredno lijevo i neposredno desno od nje, jer poprečna sila se mijenja skokovito preko tih točaka.

Iz diferencijalnog odnosa  $T'(X) = -q(X)$  slijedi da se vrijednost poprečnih sila na području između točaka D i F mijenja linearno, a na ostalim će područjima biti konstantne.

Vrijednosti poprečnih sila na nosaču:

$$T_A^{desno} = A = 50 \text{ kN}$$

$$T_{P_1}^{lijevo} = T_A^{desno} = A = 50 \text{ kN}$$

$$T_{P_1}^{desno} = T_C^{lijevo} = T_{P_1}^{lijevo} + P_1 = -50 \text{ kN}$$

$$T_C^{desno} = T_{P_2}^{lijevo} = T_C^{lijevo} + C_v = 28,89 \text{ kN}$$

$$T_{P_2}^{desno} = T_D^{lijevo} = T_{P_2}^{lijevo} + P_2 = -51,11 \text{ kN}$$

$$T_D^{desno} = T_D^{lijevo} + D = 94,72 \text{ kN}$$

$$T_F^{lijevo} = T_D^{desno} + q \times 4 = -85,28 \text{ kN}$$

$$T_F^{desno} = T_{P_3}^{lijevo} = T_F^{lijevo} + F = 53,33 \text{ kN}$$

$$T_{P_3}^{desno} = T_H^{lijevo} = T_{P_3}^{lijevo} + H = -26,67 \text{ kN}$$

Za dijagram uzdužnih sila karakteristične točke su hvatište sile  $P_4$  i točka C. Pošto nema uzdužnih distribuiranih sila iz diferencijalnog odnosa  $N'(X) = -p(X)$  slijedi da će vrijednosti uzdužnih sila između karakterističnih točaka biti konstantne.

Vrijednosti uzdužnih sila na nosaču:

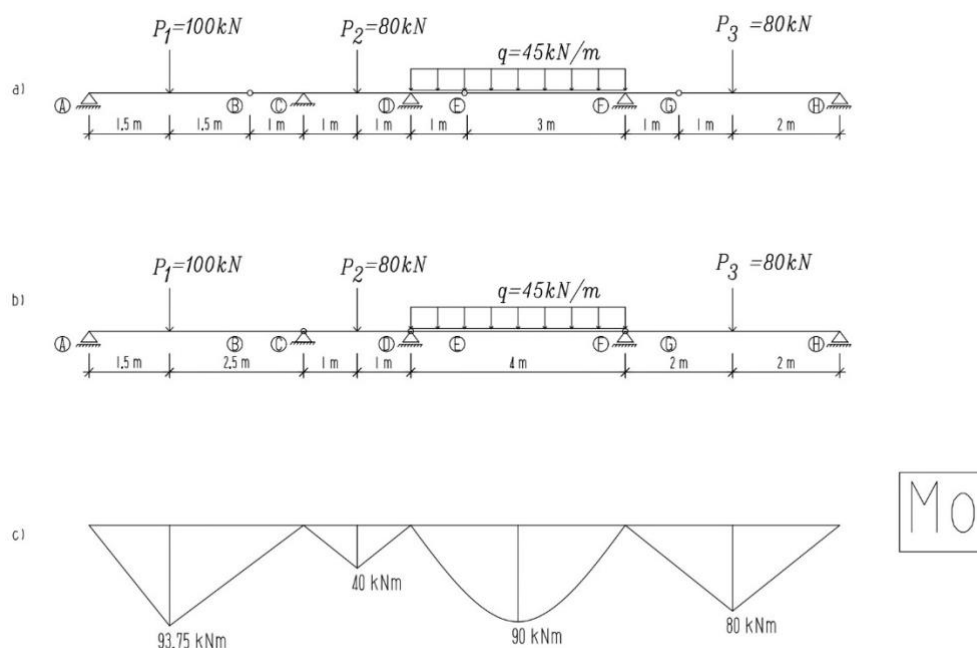
$$P_{CH} = P_4 = -50 \text{ kN}$$

### 3 SUPERPOZICIJSKI POSTUPAK

#### 3.1 Grafoanalitički postupak

Superpozicijski postupak se rješava tako da se zglobovi sa Gerberovog nosača sa slike 9.a prebacuju na srednje ležaje sto čini sistem od niza jednostavno oslonjenih greda (slika 9.b), a razmještaj opterećenja će pri tom ostati isti.

Nakon toga crta se zamjenski dijagram  $M_0$  (slika 9.c) koji odgovara sistemu od niza tri jednostavno oslonjenih greda pri čemu se vidi da se on znatno razlikuje od momentnog dijagrama Gerberovog nosača jer na mjestu zglobova B, E, i G vrijednost momenata nije jednak nuli, uz to razlika je nepostojanje momenata savijanja iznad ležajeva.



Slika 9. Zamjenski dijagram  $M_0$

Dodavanjem para koncentriranih momenata jednakih intenziteta savijanja iznad ležajeva C, D, i F nastoji se ostvariti poništenje momenata na mjestu zglobova. Problem je u tome što vrijednosti tih momenata nisu poznati prije nego što se riješi izvorni Gerberov nosač. Momentni dijagram tih momenata mora sjeći os u točki u kojoj odgovara zglobu Gerberovog nosača.

Obzirom na to da je vrijednost momenta  $M(x)$  savijanja u svakom presjeku  $x$  jednaka zbroju vrijednosti momenta izazvanog djelovanjem zadanog opterećenja i vrijednosti momenta zbog djelovanja dodatnog para momenata, na mjestima zglobova B, E, i G ti se momenti moraju poništiti.

$$M_0 + M_{\text{dodatni}} = 0$$

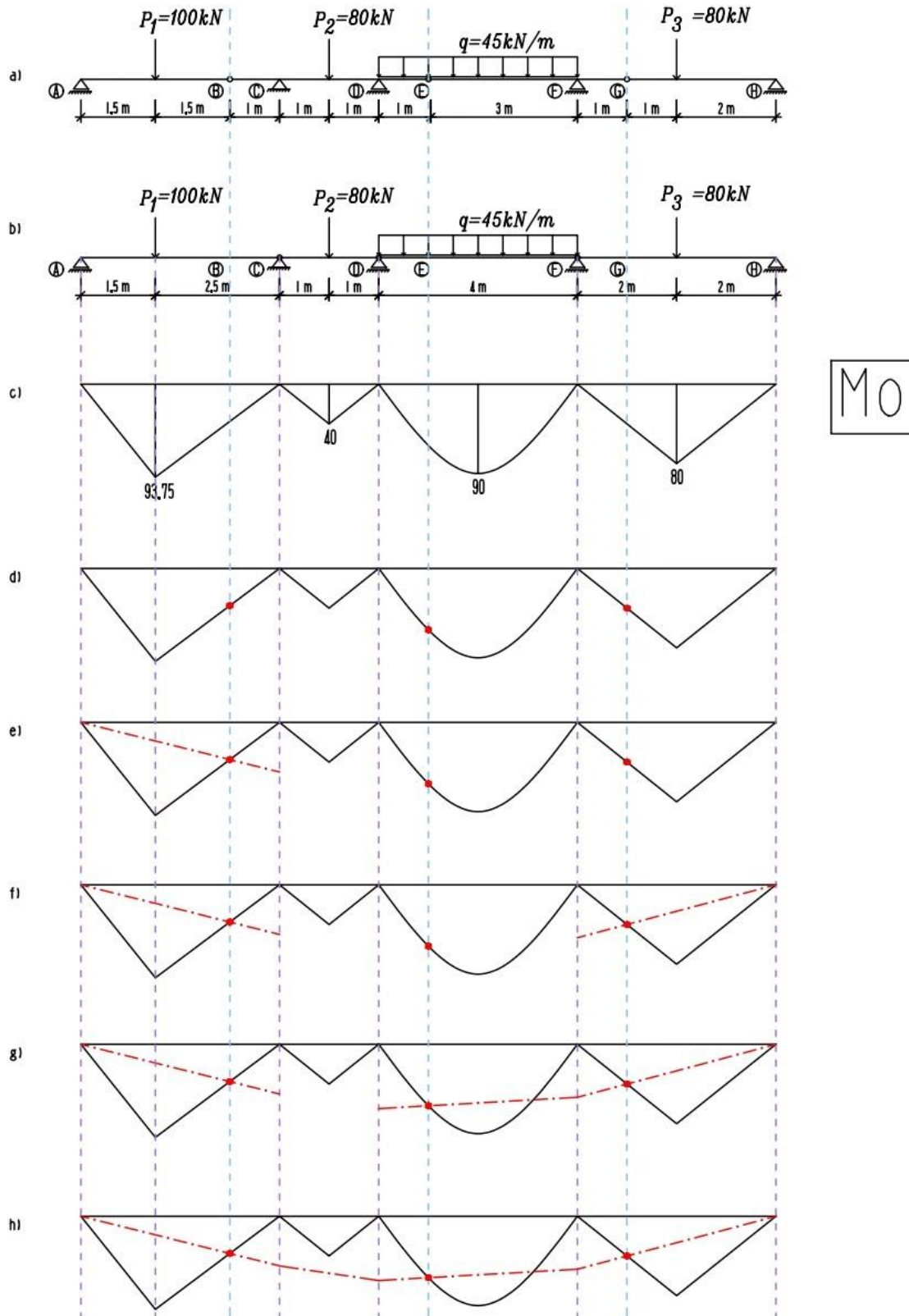
$$M_{\text{dodatni}} = -M_0$$

Vrijednost dodatnog momenta se najjednostavnije dobiva grafičkim postupkom. Djeluje li na zamišljeni nosač samo dodatni moment, momentni će dijagram biti sastavljen od dijelova pravaca. Za crtanje pravaca potrebno je poznavati dvije njegove točke: točka na os na kojoj moment savijanja jednak nuli i točka u kojoj se nastavlja pravac iz susjednog polja.

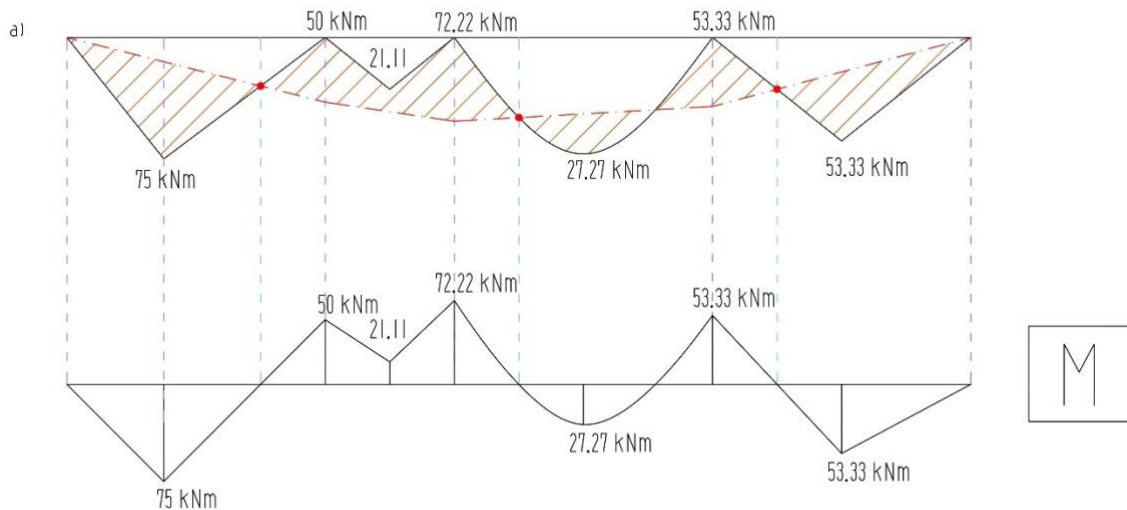
Konačni izgled momentnog dijagrama Gerberovog nosača se dobije novom izlomljenoj osi dijagrama kod koje površine između nje i linije dijagrama  $M_0$  predstavlja vrijednost momenta savijanja Gerberovog nosača.

Prvo se crta momentni dijagram  $M_0$  za zadano opterećenje na zamjenjujućem sistemu. Dijagram dodatnih momenata se onda zrcali na os te se crta „preko“ dijagrama  $M_0$ . Crtanje dodatnog dijagrama započinje se na polju gdje su poznate dvije točke kojima je poznata vrijednost konačnog momenta. Na primjeru sa slike 9. na polju  $\overline{AC}$  poznate su vrijednosti momenata u točkama  $M_A=0$  i  $M_B=0$  pa se kroz njih povuče pravac do ležaja C. Na dijelu  $\overline{FH}$  poznate su vrijednosti u točkama  $M_G=0$  i  $M_H=0$  pa se kroz njih provuče pravac do ležaja F. Time se dobiva vrijednost  $M_F$  nad ležajem F koja s točkom  $M_E=0$  čine dvije poznate točke na dijelu  $\overline{DF}$  kroz koju se nastavlja pravac do dijela  $\overline{CD}$  gdje su poznate vrijednosti u točkama nad ležajevima C i D koje spojimo i na kraju dobijemo izlomljeni pravac koji predstavlja izlomljenu os konačnog momentnog dijagrama. Takvo crtanje omogućuje izravno grafičko oduzimanje drugog dijagrama od prvog, a vrijednosti momenata se gledaju od te osi do „starih“ vrijednosti. Izravnavanjem te osi dobiva se konačni oblik momentnog dijagrama zadanog Gerberovog nosača.

Ovaj način rješavanja se naziva superpozicijski postupak jer se zamjenjujući sistem dovodi u mehaničko stanje u kojem Gerberov nosač, zbrajanjem ili oduzimanjem, odnosno superponiranjem dvaju stanja (Fresl, 2017e). U prikazanom primjeru karakteristične vrijednosti dijagrama  $M_0$  dobivene su izračunavanjem, zbog čega način rješavanja bio grafoanalitički.



Slika 10. Grafoanalitički postupak



Slika 11. Momentni dijagram

### 3.2 Verižni poligon (grafički)

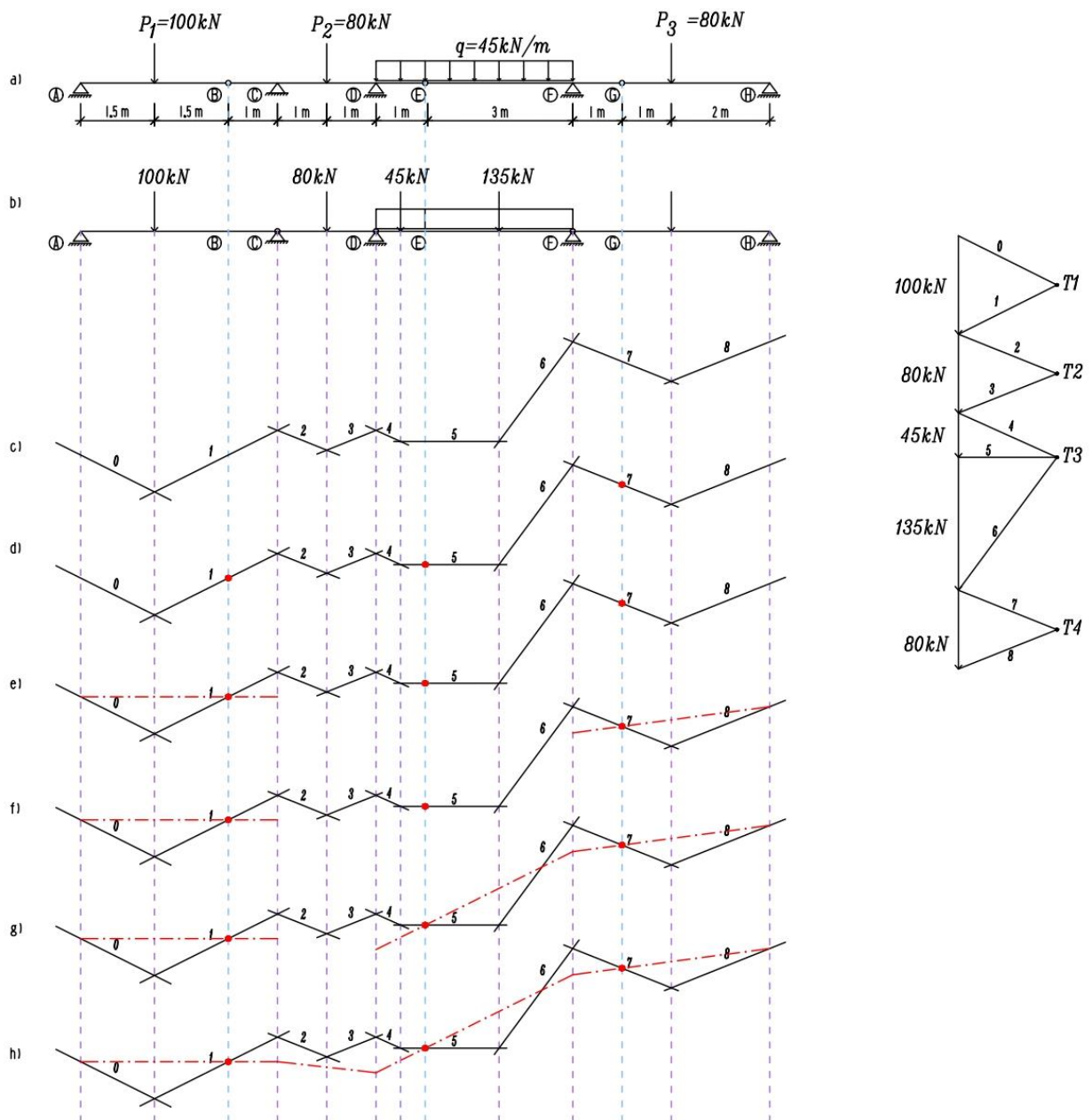
Razlika između grafičkog i grafoanalitičkog postupka je samo u prvom koraku. Grafički način rješavanja Gerberovog nosača izvodi se korištenjem verižnog poligona.

Zamjenjujući sistem je prikazan na slici 10.b. Linije momentnih dijagrama na pojedinim gredama nacrtane su kao verižni poligon za djelovanje sila sa izvornog Gerberovog nosača. Distribuirana sila zamijenjena je koncentriranim silama pa je verižni poligon na dijelu  $\overline{DF}$  tangenti poligon verižne krivulje. Verižni se poligon spaja u točkama koje odgovaraju zajedničkim ležajevima susjednih greda kako bi se međusobno povezali. Kako bi se održala jednakost mjerila vrijednosti momenata u sva četiri dijagrama moraju se sva četiri pola u dijagramu držati na jednakoj udaljenosti od pravca na kojem su nanizani vektori sila. Potrebno je još ucrtati osi dijagrama. Pošto se traži mehaničko stanje Gerberovog nosača, zaključne su linije, prema pravilu za grafičko zbrajanje/oduzimanje funkcija, linije momentnih dijagrama zbog djelovanja dodatnih parova uravnoteženih koncentriranih momenata iznad ležajeva crtane „iza zrcala”. Vrijednosti tih momenata nisu poznati, ali se zna da njima izazvani momenti savijanja moraju na mjestima zglobova Gerberovog nosača biti jednaki nuli, pa zaključne linije moraju sjeći stranice verižnih poligona „ispod” tih zglobova. Na slici 10.d. označena su mjesta „ispod” zglobova gdje zaključne linije moraju prolaziti.

Crtanje zaključne linije započet će se na polju  $\overline{AC}$  gdje su poznate vrijednosti dvaju točaka gdje treba prolaziti linija koja je na slici 10. prikazana s crvenom crta-točka linijom. Pošto je poznata vrijednost samo jedne točke u polju  $\overline{CD}$  crtanje se prebacuje na polje  $\overline{FH}$  gdje su poznate vrijednosti u zglobovima G i na ležaju H pa se kroz te točke provuče zaključna linija do ležaja F. Zatim

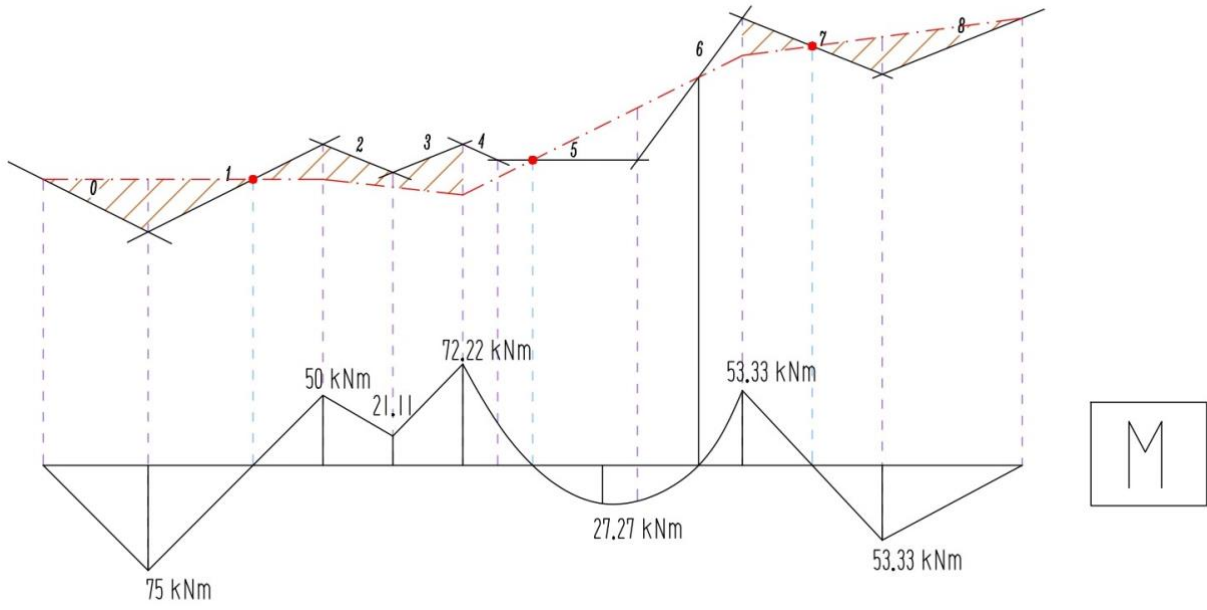
se prelazi na polje  $\overline{DF}$  gdje je poznata jedna točka kojim prolazi zaključna linija i vrijednost momenta nad ležajem F, te se povlači zaključna linija kroz te dvije točke. Na kraju je ostalo polje  $\overline{CD}$  gdje su sada poznate vrijednosti na oba kraja polja pa se kroz te točke provuče odsječak zaključne linije. Naposljetku preostalo je izravnati izlomljenu zaključnu liniju i konstruirati krivulje drugog reda ispod distribuiranog opterećenja.

Dijagram poprečnih sila može se dobiti na temelju diferencijalnog odnosa  $T = M'$  iz momentnog dijagrama. Geometrijsko značenje derivacijske funkcije u nekoj točki je nagib tangente na graf funkcije u toj točki, što znači da vrijednost poprečne sile će biti jednaka prirastu tangente pri jediničnom prirastu apscise.



Slika 12. Grafički postupak





Slika 13. Momentni dijagram

## 4 ZAKLJUČAK

Gerberovi nosači su statički određeni ravninski ravni nosači horizontalno položeni iznad dva ili više otvora. Osnovni oblik Gerberovih nosača ima samo zglobne ležajeve pri čemu jedan ležaj mora biti nepomičan, ali postoje i složeniji oblici.

Prednost Gerberovih nosača u odnos na jednostavno oslonjene grede je sposobnost smanjivanja intenziteta momenata povoljnim razmještajem zglobova, pri čemu dobivamo statički povoljno svojstvo kontinuiranih nosača koji su statički neodređeni.

Raspored zglobova u Gerberovim nosačima je vrlo važan radi geometrijske nepromjenjivosti koja ovisi u kojim se poljima i nad kojim se ležajevima zglobovi nalaze. Broj zglobova i njihov raspored isto utječe na statičku određenost nosača.

Analitički se postupak može provest na dva načina, raščlanjenim postupkom ili ne raščlanjenim postupkom. Kod oba načina rješavanje se svodi na uravnoteženje sila ili momenata na izdvojenim dijelovima zadanog sistema.

Superpozicijskim postupkom zamjenjujući sistem dovodi u mehaničko stanje u kojem Gerberov nosač superponiranjem dvaju stanja. Postoje dva načina rješavanja, direktni pristup rješavanju i rješavanje pomoću verižnog poligona.

## POPIS LITERATURE

- [1] Fresl K. (2017). Građevna statika 1. dostupno: <http://grad.hr/nastava/gS/gS1/gS1.pdf>.
- [2] Šavor-Novak M. (2019.) Mehanika 1: bilješke s predavanja, dostupno: [https://moodle.srce.hr/2019-2020/pluginfile.php/3904945/mod\\_resource/content/1/2020\\_meh1\\_12\\_MSN.pdf](https://moodle.srce.hr/2019-2020/pluginfile.php/3904945/mod_resource/content/1/2020_meh1_12_MSN.pdf) (Pristupljeno: svibanj 2024).
- [3] Žagar T. (2021). Gerberovi nosači, dostupno: <https://moodle.srce.hr/2020-2021/course/view.php?id=80136> (Pristupljeno: svibanj 2024).
- [4] Werner H. (1985). Uvod u proračun konstrukcija, dostupno: <https://master.grad.hr/nastava/gS/meh1/hw-uvod.pdf>

---

## POPIS SLIKA

<b>Slika 1:</b> Primjeri Gerberovih nosača ( Fresl K. Građevna statika 1. URL <a href="http://grad.hr/nastava/gs/g1/g1.pdf">http://grad.hr/nastava/gs/g1/g1.pdf</a> .) .....	1
<b>Slika 2:</b> Tower Bridge, London ( Colin / Wikimedia Commons,(2015.) <a href="https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=38800229">https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=38800229</a> ) .....	2
<b>Slika 3:</b> Forth river Bridge, Škotska ( MrMasterKeyboard - Own work,(2022.) <a href="https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=121262762">https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=121262762</a> ) .....	2
<b>Slika 4:</b> Ispravan i pogrešan raspored zglobova ( Fresl K. Građevna statika 1. URL <a href="http://grad.hr/nastava/gs/g1/g1.pdf">http://grad.hr/nastava/gs/g1/g1.pdf</a> .) .....	4