

Pregled metoda poboljšanja numeričkih modela primjenom rezultata eksperimentalnih istraživanja u dinamičkoj analizi konstrukcija

Ereiz, Suzana; Duvnjak, Ivan

Source / Izvornik: **6. simpozij doktorskog studija građevinarstva 2020, 2020, 123 - 138**

Conference paper / Rad u zborniku

Publication status / Verzija rada: **Published version / Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

<https://doi.org/10.5592/CO/PhDSym.2020>

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:237:556451>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-09-19**

Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,
University of Zagreb](#)



Pregled metoda poboljšanja numeričkih modela primjenom rezultata eksperimentalnih istraživanja u dinamičkoj analizi konstrukcija

Suzana Ereiz¹, doc. dr. sc. Ivan Duvnjak²

¹Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, suzana.ereiz@grad.unizg.hr

²Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, ivan.duvnjak@grad.unizg.hr

Sažetak

Razvojem opreme za eksperimentalna istraživanja omogućuje se vrlo brzo i precizno određivanje dinamičkih parametara konstrukcije kao što su vlastite frekvencije, modalni oblici i koeficijenti prigušenja. Dobivene vrijednosti moguće je koristiti za poboljšanje numeričkih modela s ciljem približavanja rezultata realnom ponašanju konstrukcija. Poznato je da zbog nepoznatih ulaznih parametara kao što su krutosti, masa i rubni uvjeti dobivamo nepouzdanе numeričke modele. U radu dan je pregled metoda usporedbe eksperimentalno i numerički dobivenih skupova podataka te metoda koje se najčešće primjenjuju prilikom poboljšanja numeričkih modela. Istaknute su osnovne metode temeljene na vlastitim frekvencijama i modalnim oblicima te njihove izvedenice.

Ključne riječi: numeričko modeliranje, eksperimentalno istraživanje, metode usporedbe i korelacije, poboljšanje numeričkog modela, dinamička analiza konstrukcija

Hybrid model updating based on structural health monitoring in structural dynamics

Abstract

Development of equipment for experimental research enables very fast and accurate determination of dynamic parameters for structures, such as natural frequencies, mode shapes, and damping factors. Thus obtained values can be used to improve numerical models in order to bring the results closer to the real behaviour of structures. It is known that unreliable numerical models are obtained due to unknown input parameters such as stiffness, mass, and boundary conditions. An overview of methods for comparing experimentally and numerically obtained data sets and methods that are most often used in improving numerical models is provided in this paper. Basic methods relying on natural frequencies and modal shapes and their version are highlighted.

Key words: numerical modeling, structural health monitoring, comparison and correlation techniques, model updating, dynamic analysis of structures

1 Uvod

Numerički modeli predstavljaju učinkoviti suvremeni alat koji se koristi za praćenje stanja građevina. Rastom broja novih i napretkom sadašnjih numeričkih metoda, pred numeričkim modelima postavljaju se sve stroži zahtjevi. Sve se više područja, od projektiranja, predviđanja ponašanja do praćenja određenih pojava oslanja na računalne i numeričke modele. Općenito, simulacija je korisna kada stvarni sustav nije ekonomično, praktično ili moguće ispitati.

Budući da se tako velika važnost pridaje numeričkom modeliranju, zahtijeva se da dobiveni rezultati budu pouzdani. Tako je pogreške i nepouzdanosti povezane s pretpostavkama modela potrebno kvantificirati jer su ključne za ocjenu modela i kvantificiranje razine njegove pouzdanosti. Navedeno je dovelo do razvoja metoda poboljšanja numeričkih modela s ciljem njegove kalibracije na temelju stvarnog ponašanja.

U kontekstu projektiranja konstrukcija, numeričko modeliranje obično se izvodi primjenom modela konačnih elemenata (FE). Ovaj tip modela koristi se za analizu unutarnjih sila, naprezanja i pomaka. Kako bi se opravdale nesigurnosti kao što su svojstva materijala, geometrija, rubni uvjeti te opterećenje, uvode se različiti faktori nesigurnosti. Nedostatak podataka o sustavu koji se modelira još je jedna od prepreka u simulaciji primjenom modela konačnih elemenata. Nažalost, uslijed numeričkog modeliranja, dolazi do razlika između mjerenog ponašanja konstrukcije i modela predviđenog ponašanja. Time model ne predstavlja stvarno ponašanje konstrukcije i njegova korisnost za simulaciju opada. Kako bi se navedene razlike minimizirale i korisnost modela povećala, upotrebljavaju se rezultati mjerenja dinamičkog odziva konstrukcije (vlastita frekvencija, oblici titranja, koeficijenti prigušenja) [1-3]. Primjenom metoda poboljšanja modela zajedno s rezultatima dinamičkog ispitivanja moguće je odrediti nepoznate karakteristike sustava poput svojstava materijala, rubnih uvjeta i slično. Osim toga, koriste se i za otkrivanje oštećenja [4-6] koja se mogu prepoznati na temelju pretpostavke da je njihova prisutnost povezana sa smanjenjem krutosti što rezultira promjenom dinamičkih parametara konstrukcije.

Postoji više različitih metoda poboljšanja numeričkih modela, a općenito se mogu podijeliti u dvije skupine: ručne i automatizirane. Ručne metode temelje se na metodi pokušaja i pogreške pri izboru parametara kao što su geometrija, svojstva materijala i rubni uvjeti. Primjenjuju se ako je broj parametara mali, a primjena se smatra uspješnom ako su razlike između analiziranih vrijednosti modela i eksperimenta manje od 5 %. Ako se u obzir uzme veći broj parametara, preporučuju se automatizirane metode. Njihovom primjenom može se postići razlika manja od 1 % između analiziranih vrijednosti modela i eksperimenta [7].

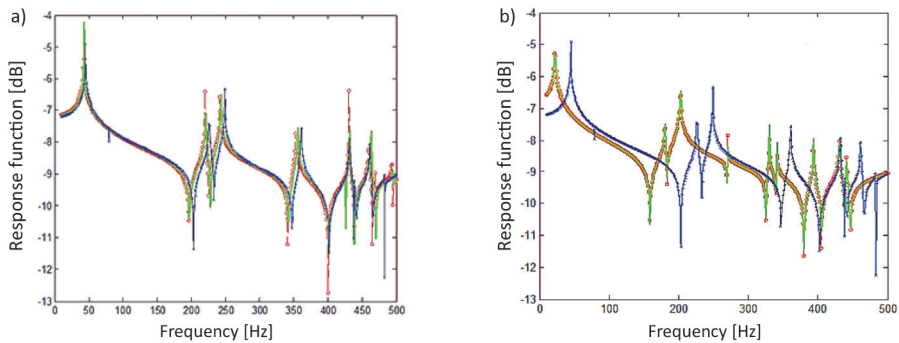
U nastavku, u prvom dijelu dan je prikaz najčešće korištenih metoda usporedbe i korelacije eksperimentalno i numerički dobivenih rezultata. Opisane su usporedbe funkcije frekventijskog odziva, vlastitih frekvencija i vlastitih oblika titranja. U drugom dijelu dan je pregled metoda koje se primjenjuju prilikom izrade poboljšanog numeričkog modela. Opisane su direktne i indirektne metode te njihove izvedenice.

2 Metode usporedbe eksperimentalnih i numeričkih skupova podataka

Prije primjene bilo koje metode (tehnike) poboljšanja numeričkog modela, eksperimentalne i numeričke skupove podataka potrebno je usporediti kako bi se osiguralo postojanje određene razine korelacije. Na taj način utvrđuje se vrijedi li poboljšati predloženi inicijalni numerički model ili je potrebna izrada potpuno novog. Ove metode uključuju usporedbu funkcije frekventijskog odziva (engl. *Frequency Response Function, FRF*), vlastitih frekvencija i vlastitih oblika titranja. Metode temeljene na promjeni vlastitih oblika titranja su modalni faktor skaliranja (engl. *Modal Scale Factor, MSF*), kriterij modalne ortogonalnosti (engl. *Modal Assurance Criterion, MAC*), normalizirani kriterij modalne ortogonalnosti (NMAC), koordinatni kriterij modalne ortogonalnosti (engl. *Coordinate modal assurance criterion, COMAC*), itd. U nastavku, dan je opis najčešćih metoda koje se koriste prilikom usporedbe za svaki od naziva eksperimentalno i numerički dobivenih skupova podataka.

2.1 Usporedba funkcija frekventijskog odziva

Jedna od jednostavnih metoda jest usporedba funkcije frekventijskog odziva kako bi se utvrdila prisutnost bilo kakve povezanosti skupova podataka. Na slici 1.a prikazan je primjer dobre korelacije funkcije frekventijskog odziva gdje se frekvencije međusobno podudaraju. Za slučaj dobrog podudaranja potrebno je poboljšanje numeričkog modela kako bi se korelacija dodatno povećala. Na slici 1.b prikazan je primjer loše usporedbe (korelacije) u kojoj ne dolazi do podudaranja vlastitih frekvencija. U tom slučaju umjesto poboljšanja potrebno je pristupiti konceptualno novom numeričkom modelu [8].



Slika 1. Usporedba funkcija frekvencijskog odziva za a) dobru korelaciju, b) lošu korelaciju [9]

2.2 Usporedba vlastitih frekvencija

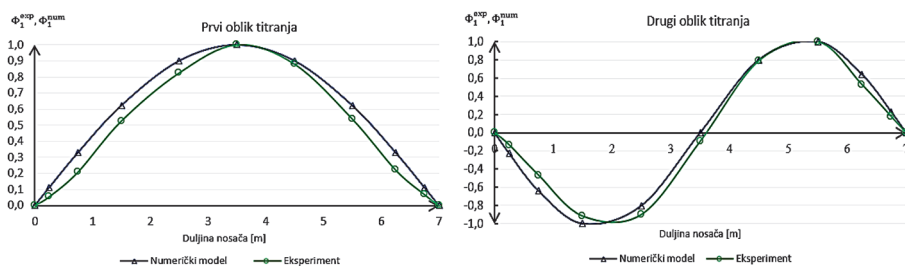
Vrlo je važno usporediti vlastite frekvencije dobivene numeričkom analizom s vrijednostima vlastitih frekvencija dobivenih eksperimentalnim ispitivanjem konstrukcije. Ako je odstupanje vrijednosti vlastitih frekvencija malo, može se pristupiti poboljšanju numeričkog modela kako bi se odstupanja dodatno umanjila. Radi li se o velikom odstupanju eksperimentalno i numerički dobivenih vrijednosti potrebno je pristupiti konceptualno novom modelu [10]. U tablici 1. prikazan je primjer dobrog podudaranja vrijednosti vlastitih frekvencija dobivenih eksperimentalnim ispitivanjem (f_n^{exp}) i analizom numeričkog modela (f_n^{num}) te pripadno odstupanje za promatrane vlastite oblike titranja (n).

Tablica 1. Usporedba vrijednosti vlastitih frekvencija

Oblik n	f_n^{exp} [Hz]	f_n^{num} [Hz]	Odstupanje [%]
1	6,94	6,88	0,86
2	17,07	16,72	2,05
3	31,26	30,71	1,76

2.3 Usporedba vlastitih oblika titranja

Jedna od metoda usporedbe vlastitih oblika titranja jest njihovo podudaranje. Primjer jedne takve usporedbe dan je na slici 2. gdje je provedena usporedba eksperimentalno i numerički određenog prvog i drugog vlastitog oblika titranja slobodno oslonjenog nosača.



Slika 2. Grafička metoda usporedbe vlastitih oblika titranja

Ovom se metodom mogu uočiti razlike eksperimentalnih vlastitih oblika titranja i vlastitih oblika titranja numeričkog modela, a za odgovarajući vlastiti oblik titranja te se razlike trebaju približiti nuli. Glavno ograničenje takvih grafičkih metoda je u tome što nisu toliko podržive ako se postupak korelacije želi automatizirati. Za automatiziranu korelaciju vlastitih oblika potrebno je provesti određene kvantitativne (numeričke) mjere korelacije koje se jednostavno mogu provesti različitim računalnim programima ili operacijama. U idućim podpoglavljima opisane su numeričke metode usporedbe vlastitih oblika titranja te je za svaku od njih dan primjer i grafički prikaz rezultata.

2.3.1 Modalni faktor skaliranja (MSF)

Modalni faktor skaliranja, MSF, jest faktor usporedbe dvaju ili više vlastitih oblika titranja koji služe njihovoj normalizaciji kako bi se doveli na istu razinu za mogućnost naknadne obrade. U slučaju složenih vlastitih oblika, MSF je kompleksan broj, a je u slučaju stvarnih vlastitih oblika titranja, MSF realna vrijednost. MSF vrijednost predstavlja nagib idealnog pravca na vlastite oblike titranja prikazane u x-y grafu, gdje je eksperimentalni vlastiti oblik titranja prikazan na jednoj, a numerički dobiveni vlastiti oblik titranja na drugoj osi [11]. Ako pretpostavimo da $\{\Phi^{\text{exp}}\}_i$ i $\{\Phi^{\text{num}}\}_j$ predstavljaju i-ti eksperimentalni i j-ti analitički vlastiti oblik koji želimo usporediti, $\{\Phi^{\text{exp}}\}_j^T$ i $\{\Phi^{\text{num}}\}_i^T$ njihove transponirane oblike, MSF faktor je onda definiran kao:

$$MSF\left(\{\Phi^{\text{exp}}\}_i, \{\Phi^{\text{num}}\}_j\right) = \frac{\{\Phi^{\text{exp}}\}_i^T \{\Phi^{\text{num}}\}_j}{\{\Phi^{\text{num}}\}_j^T \{\Phi^{\text{num}}\}_j} \quad (1)$$

$$MSF\left(\{\Phi^{\text{num}}\}_j, \{\Phi^{\text{exp}}\}_i\right) = \frac{\{\Phi^{\text{num}}\}_j^T \{\Phi^{\text{exp}}\}_i}{\{\Phi^{\text{exp}}\}_i^T \{\Phi^{\text{exp}}\}_i} \quad (2)$$

Ako se radi o dva vlastita oblika titranja koja se podudaraju, $\{\Phi^{\text{exp}}\}_j = \{\Phi^{\text{num}}\}_j$, onda je $\text{MSF}(\{\Phi^{\text{exp}}\}_j, \{\Phi^{\text{num}}\}_j) = \text{MSF}(\{\Phi^{\text{num}}\}_j, \{\Phi^{\text{exp}}\}_j) = 1$. Za dva vlastita oblika za koje vrijedi sljedeće, $\{\Phi^{\text{exp}}\}_j = a\{\Phi^{\text{num}}\}_j$, vrijednost $\text{MSF}(\{\Phi^{\text{exp}}\}_j, \{\Phi^{\text{num}}\}_j) = a$, dok je $\text{MSF}(\{\Phi^{\text{num}}\}_j, \{\Phi^{\text{exp}}\}_j) = 1/a$. Nedostatak MSF je što ne daje nikakve podatke u vezi s rasipanjem rezultata u x, y grafu. Kako bi se taj nedostatak izbjegao, primjenjuje se kriterij modalne ortogonalnosti, tzv., MAC faktor.

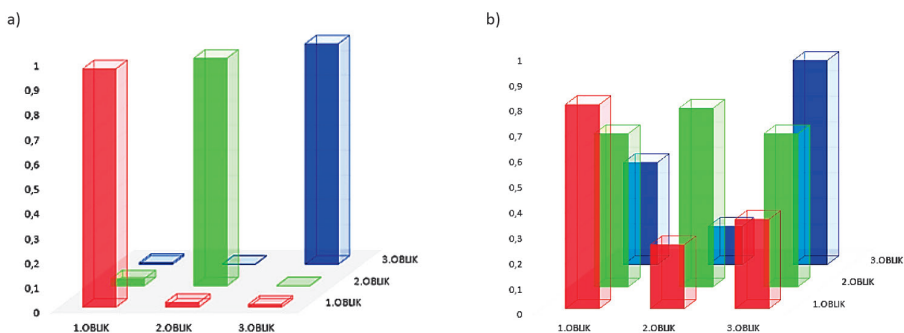
2.3.2 Kriterij modalne ortogonalnosti (MAC)

Kriterij modalne ortogonalnosti, MAC faktor, poznat je kao koeficijent korelacije vlastitih oblika titranja [12]. Njime se utvrđuje u kojoj mjeri pojedini vlastiti oblik titranja pri diskretnim frekvencijama ($\{\Phi^{\text{num}}\}_j$) oko vrha funkcije, oblikom odgovara referentnom vlastitom obliku titranja ($\{\Phi^{\text{exp}}\}_j$) određenom za sam vrh funkcije spektralne gustoće snage. MAC se računa kao normalizirani skalarni produkt (3) dvaju skupova vektora $\{\Phi^{\text{num}}\}_j$ i $\{\Phi^{\text{exp}}\}_j$. Rezultantni skalari raspoređeni su u MAC matricu gdje se može prepoznati oblik funkcije koja upućuje na vezu između $\{\Phi^{\text{num}}\}_j$ i $\{\Phi^{\text{exp}}\}_j$.

$$\text{MAC}\left(\{\Phi^{\text{exp}}\}_i, \{\Phi^{\text{num}}\}_j\right) = \frac{\left| \{\Phi^{\text{exp}}\}_i^T \{\Phi^{\text{num}}\}_j \right|^2}{\left(\{\Phi^{\text{exp}}\}_i^T \{\Phi^{\text{exp}}\}_i \right) \left(\{\Phi^{\text{num}}\}_j^T \{\Phi^{\text{num}}\}_j \right)} \quad (3)$$

MAC faktor može poprimiti vrijednosti između 0 i 1 pri čemu vrijednost jednaka 1 označava savršenu korelaciju vlastitih oblika titranja, a vrijednost jednaka 0 označava nepovezanost između dva vlastita oblika titranja.

Na slici 3.a dan je tipičan grafički prikaz MAC faktora između savršeno koreliranih eksperimentalno i numerički dobivenih vlastitih oblika titranja. Iz prikaza se može uočiti kako su svi dijagonalni elementi jedinstveni, a izvandijagonalni elementi jednaki su nula. Primjer loše korelacije vlastitih oblika titranja prikazan je na slici 3. b gdje niti jedan dijagonalni član nije jedinstven, a izvandijagonalni članovi nisu jednaki 0.



Slika 3. Grafički prikaz kriterija modalne ortogonalnosti za a) dobru korelaciju vlastitih oblika titranja, b) lošu korelaciju vlastitih oblika titranja

Jedno od glavnih ograničenja MAC faktora jest da se njegovom primjenom ne mogu lokalizirati odstupanja između skupova podataka koji se uspoređuju. To ograničenje može se izbjeći kombiniranjem MAC faktora s nekim od drugih metoda usporedbe. Zbog nepostojanja matrice masa i matrice krutosti u formuli prilikom njegova izračuna, MAC faktor nije istinski pokazatelj ortogonalnosti. Korištenjem normaliziranog MAC faktora (NMAC), navedeno ograničenje se može izbjeći [13].

2.3.3 Normalizirani kriterij modalne ortogonalnosti (NMAC)

Normalizirani kriterij modalne ortogonalnosti (NMAC) uzima u obzir ponderiranu matricu, \mathbf{W} , koja se može zamijeniti matricom mase ili matricom krutosti. Svrha upotrebe NMAC faktora je prepoznati da MAC faktor nije osjetljiv na raspodjelu mase ili raspodjelu krutosti, nego samo na raspored senzora koji se prilikom provođenja eksperimenta koriste [14].

$$NMAC\left(\left\{\Phi^{\text{exp}}\right\}_i,\left\{\Phi^{\text{num}}\right\}_j\right)=\frac{\left|\left\{\Phi^{\text{exp}}\right\}_i^T\mathbf{W}\left\{\Phi^{\text{num}}\right\}_j\right|^2}{\left(\left\{\Phi^{\text{exp}}\right\}_i^T\left\{\Phi^{\text{exp}}\right\}_i\right)\left|\mathbf{W}\right|\left(\left\{\Phi^{\text{num}}\right\}_j^T\left\{\Phi^{\text{num}}\right\}_j\right)} \quad (4)$$

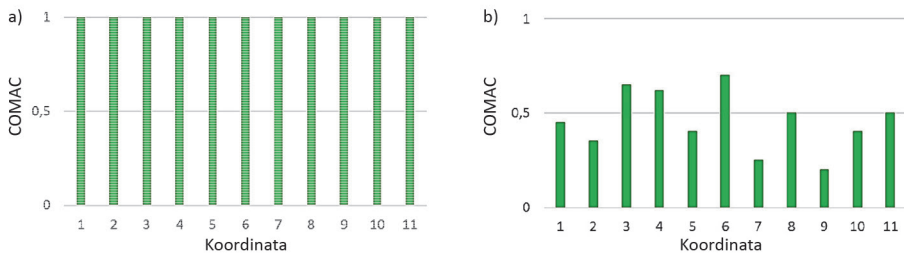
Primjena je NMAC faktora ograničena jer opisuje prostornu raspodjelu korelacije vlastitih oblika titranja. Međutim, ako se primjeni koordinatni kriterij modalne ortogonalnosti (COMAC), tada se može izbjeći to ograničenje.

2.3.4 Koordinatni kriterij modalne ortogonalnosti (COMAC)

Koordinatni kriterij modalne ortogonalnosti (COMAC) nakon pronalaženja broja parova povezanih vlastitih oblika titranja (L) može se odrediti prema sljedećem izrazu:

$$COMAC_k=\frac{\sum_{l=1}^L\left|\left(\Phi^{\text{exp}}\right)_{kl}\left(\Phi^{\text{num}}\right)_{kl}\right|^2}{\sum_{l=1}^L\left(\Phi^{\text{exp}}\right)_{kl}^2\sum_{l=1}^L\left(\Phi^{\text{num}}\right)_{kl}^2} \quad (5)$$

Vrijednost COMAC faktora blizu 1 označava dobru povezanost na određenoj koordinati (npr. k). COMAC-ove plohe koje pokazuju primjer dobre i loše korelacije vlastitih oblika titranja prikazane su na slici 4.



Slika 4. Grafički prikaz koordiniranog kriterija modalne ortogonalnosti za a) dobru korelaciju vlastitih oblika titranja, b) lošu korelaciju vlastitih oblika titranja

2.3.5 Korijen srednjeg kvadrata pogreške (RMSE)

Korijen srednjeg kvadrata pogreške (engl. *Root mean square error, RMSE*) kvadratan je pravilo validacije koje mjeri prosječnu veličinu pogreške, odnosno odstupanja eksperimentalno ($\Phi_{n,q}^{\text{exp}}$) i numerički dobivenih vlastitih oblika ($\Phi_{n,q}^{\text{num}}$) titranja. Predstavlja kvadratni korijen prosjeka kvadratnih razlika između eksperimentalnih i numeričkih rezultata.

$$RMS_n = \frac{\sqrt{\frac{1}{k} \sum_{q=1}^k (\Phi_{n,q}^{\text{num}} - \Phi_{n,q}^{\text{exp}})^2}}{\max(\Phi_n)} \quad (6)$$

Između RMSE pogreške i kriterija modalne ortogonalnosti postoji direktna veza pri kojoj za vrijednost koeficijenta modalne ortogonalnosti 1, vrijednost RMSE pogreške iznosi 0. Ta vrijednost RMSE (RMSE = 0) pogreške predstavlja dobru korelaciju vlastitih oblika titranja [15].

2.3.6 Srednja apsolutna pogreška (MAE)

Srednja apsolutna pogreška (engl. *Mean Absolute Error, MAE*) predstavlja prosjek apsolutnih razlika između vlastitih oblika titranja dobivenih numeričkom i eksperimentalnom analizom kada sve pojedinačne razlike u oblicima imaju jednako značenje.

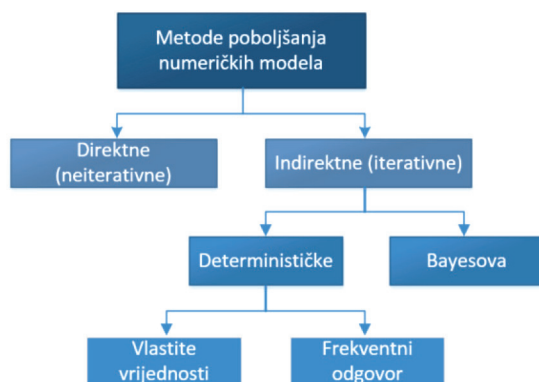
$$MAE_n = \frac{1}{k} \sum_{q=1}^k |\Phi_{n,q}^{\text{num}} - \Phi_{n,q}^{\text{exp}}| \quad (7)$$

Prilikom određivanja točnosti kontinuiranih varijabli, MAE i RMSE dvije su najčešće korištene metode. U oba slučaju pogreške mogu poprimiti vrijednosti između 0 i ∞ ,

pri čemu vrijednosti bliže nuli predstavljaju dobru korelaciju vlastitih oblika titranja. Osim razlike u samom zapisu, proračun RMSE daje veliko značenje velikim pogreškama budući da su pogreške kvadrirane prije nego su uprosječene [8].

3 Metode poboljšanja numeričkih modela

Metode poboljšanja numeričkih modela primjenom rezultata eksperimentalnih ispitivanja mogu se podijeliti u dvije glavne kategorije (slika 5.).



Slika 5. Osnovna podjela metoda poboljšanja numeričkih modela

Globalnom podjelom metode poboljšanja dijele se na direktne i indirektne metode. Indirektne metode dalje se dijele u dvije kategorije. Prvoj kategoriji pripadaju determinističke metode. Njima se pokušavaju razviti jedinstveni numerički modeli minimiziranjem pogreške između inicijalnog numeričkog modela i podataka dobivenih eksperimentalnim ispitivanjem. Drugoj kategoriji pripadaju Bayesove metode. One numeričke modele tretiraju kao statističke probleme i cilj im je razviti skup numeričkih modela koji će reprezentirati stvarno ponašanje konstrukcije [16]. Usmjerene su na kvantificiranje nepouzdanosti parametara numeričkog modela koji se podešavaju prilikom njegova poboljšanja [4].

Zadnjih desetljeća prilikom poboljšanja numeričkih modela realnih građevina koriste se determinističke metode temeljene na osjetljivosti. Tomu u prilog ide njihova jednostavnost i računalna učinkovitost u usporedbi s drugim metodama. Većina istraživanja koja su primjenjivala determinističke metode temeljila su se na pretpostavci da su podaci ispitivanja točni i pouzdani. Međutim, pri eksperimentalnom ispitivanju rezultati mjerenja mogu biti izloženi pogreškama i brojnim razinama nesigurnosti (temperatura, šumovi u signalu, mjerna oprema,...). Sve to može utjecati na kvalitetu izmjerenih podataka, a time i na postupak poboljšanja numeričkog

modela što može rezultirati razvojem poboljšanog modela koji neće reprezentirati stvarno ponašanje građevine [17]. Osim toga, postoje brojni parametri numeričkog modela s različitim razinama pouzdanosti koji se podešavaju na osnovi osjetljivosti metode poboljšanja realnih građevina [18, 19]. Ovdje se donosi kratak opis svake od metoda poboljšanja numeričkih modela koje se često primjenjuju u praksi, a temelje se na podjeli prikazanoj na slici 5.

3.1 Direktne (neiterativne) metode

Direktne metode poboljšanja numeričkih modela smatraju se najranije primjenjivanim metodama poboljšanja numeričkih modela, a njihovi su pokretači Baruch [20] i Nagy [21]. Koncept direktnih metoda temelji se na izmjeni globalne matrice krutosti, mase i prigušenja numeričkog modela u jednom koraku i iz toga proizlazi poboljšani numerički model koji točno reproducira eksperimentalne rezultate. Tijekom razvoja tih metoda zabilježene su mnoge uspješne primjene njihovih različitih inačica. To su metode ažuriranja matrica krutosti i mase te koeficijentata prigušenja kojima se izravno minimiziraju razlike između eksperimentalno i analitički određениh vrijednosti. U svim tim metodama nema referenciranja na promjenu fizikalnih parametara numeričkog modela tijekom procesa njegova poboljšanja. Stoga su neizbježne promjene izvornih fizikalnih parametara numeričkog modela koje mogu dovesti do gubitka njegove važnosti [22]. Zbog prethodno navedenih nedostataka direktnih metoda, iterativne metode dobile su na primjeni. Dobar primjer toga su metode temeljene na osjetljivosti uz pomoću kojih se mogu izraditi vrlo pouzdani numerički modeli.

3.2 Indirektne (iterativne) metode

Iterativne metode široko se primjenjuju u području građevinarstva jer imaju veću kontrolu nad postupkom poboljšanja numeričkog modela i njihovom upotrebom mogu se dobiti smisleniji i fizikalno ostvariviji rezultati. Kao što je prije navedeno, iterativne metode mogu se dalje podijeliti u dvije skupine: determinističke metode i Bayesovu metodu. Determinističke metode razvijaju samo jedan numerički model na kraju procesa njegova poboljšanja. Bayesova metoda pretežno se koristi za uključivanje različitih nesigurnosti u proces poboljšanja numeričkog modela na statističkoj osnovi. Najpopularnija deterministička metoda poboljšanja numeričkog modela temelji se na osjetljivosti koja pretpostavlja da su eksperimentalni podaci samo rezultat "poremećaja podataka" izvornog numeričkog modela koji reprezentira idealno ponašanje građevine.

3.2.1 Determinističke metode

Determinističke metode poboljšanja numeričkih modela često se temelje na analizi osjetljivosti i smatraju se najuspješnijim pristupom za primjenu na realnim građevinama. Te metode dobivaju na popularnosti u području građevinarstva u odnosu na druge metode zahvaljujući svojoj jednostavnosti i računalnoj učinkovitosti. Na temelju ciljanih odziva koji se koriste u poboljšanju numeričkih modela, ove metode se mogu dalje podijeliti u dvije skupine:

- metode koje koriste vlastite vrijednosti i vlastite vektore (vlastita frekvencija, vlastiti oblik titranja, koeficijent prigušenja)
- metode koje koriste podatke frekvencijskog odziva.

Metode koje koriste podatke frekvencijskog odziva već su i ranije primjenjivane i istraživane kako bi se riješilo pitanje nedostatka informacija dobivenih iz malog broja vlastitih frekvencija u izmjerenom frekvencijskom području.

3.2.2 Bayesova metoda

Kao što je spomenuto, Bayesova metoda poboljšanja numeričkog modela povezana je s postupkom njegove izrade kojoj se pristupa kao statističkom problemu. Ova metoda koristi Bayesovu teoriju vjerojatnosti koju su razvili Bayes i Price [23] radi poboljšanja prethodnog modela korištenjem dokaza kao što su mjerenja i opažanja. Da bi se to postiglo u dinamici konstrukcija, deterministički modeli ugrađeni su u skup vjerojatnih modela što rezultira predvidljivim (sustavnim) i slučajnim dijelom koji se ne može predvidjeti, a on predstavlja pogrešku nesigurnosti ili predviđanja [16]. Bayesova metoda temelji se na dvjema pretpostavkama: pretpostavci procjene parametara i izbora numeričkog modela. Procjena parametara odnosi se na vjerodostojnost parametara u numeričkom modelu koji se temelji na podacima dobivenim različitim mjerenjima na realnoj konstrukciji i koristi standardni Bayesov teorem. S druge strane, izbor numeričkog modela odnosi se na matematičku hipotezu sposobnosti modela za predviđanjem izmjerenih parametara, odnosno, koliko model vjerodostojno može opisati parametre koji su dobiveni različitim mjerenjima. Ovaj pristup poboljšanja numeričkih modela često može biti kompleksan, dugotrajan i računski ograničen, a time ograničava i primjenjivost na velikim realnim građevinama i mnogim područjima građevinarstva [24].

4 Rasprava o metodama

Utvrđivanje povezanosti, odnosno odstupanja između eksperimentalno i numerički dobivenih skupova podataka ključno je u provedbi poboljšanja modela. Uzimajući u

obzir pregled literature (tablica 2.) je dan sažeti prikaz metoda usporedbe podataka s istaknutim prednostima i nedostacima svake od njih. Njihovom primjenom vrlo lako se mogu utvrditi nedostaci modela i lokalizirati odstupanja od realnog ponašanja konstrukcija. Nakon provedenog postupka usporedbe te utvrđivanja poveznice između skupova podataka, pristupa se poboljšanju modela. U tablici 3. dan je prikaz metoda koje se najčešće primjenjuju u svrhu poboljšanja, s istaknutim prednostima i nedostacima svake od njih.

Tablica 2. Prednosti i nedostaci metoda usporedbe eksperimentalnih i numeričkih skupova podataka

Skup podataka	Usporedba	PREDNOSTI	NEDOSTACI
Funkcija frekvencijskog odziva	Podudaranje	* Vizualno se lako određuje * Dovoljna količina podataka	*Eksperimentalni podaci ne opisuju u potpunosti stvarno ponašanje konstrukcije * U slučaju prigušenja FRF je vrlo složena funkcija
Vlastita frekvencija	Usporedba vrijednosti	*Eksperimentalno se vrlo lako može izmjeriti *Jednostavna usporedba	*Ne daje podatke o lokalizaciji odstupanja
Vlastiti oblik titranja	Podudaranje	*Jednostavna usporedba *Lokalizacija odstupanja između modela	*Postupak usporedbe složen za automatizaciju *Globalna podudarnost vlastitih oblika
	MSF	*Automatizirani postupak usporedbe	* Ne daje podatke o rasipanju rezultata * Podudarnost vlastitih oblika u diskretnim koordinatama
	MAC	*Daje podatke o rasipanju rezultata	*Nema mogućnost lokalizacija odstupanja *Nije istinski pokazatelj ortogonalnosti
	NMAC	*Uzima u obzir ponderiranu matricu \mathbf{W}	* Opisuje prostornu raspodjelu korelacije
	COMAC	*Identificira koji stupnjevi slobode doprinose niskoj vrijednosti MAC faktora	* Nepouzdanost pri lokalizaciji odstupanja pri usporedbi simetričnih vlastitih oblika titranja.
	RMSE	*Ističe velike pogreške * Izbjegava apsolutnu vrijednost	*Ne daje prosječnu veličinu pogreške
	MAE	*Sve pogreške u modelu imaju jednako značenje *Daje prosječnu veličinu pogreške	*Uzima u obzir apsolutnu vrijednost

Tablica 3. Prednosti i nedostaci metoda poboljšanja numeričkih modela

	INAČICE	PREDNOSTI	NEDOSTACI
Direktne	-	*Ne zahtijeva iteracije *Reproduciranje eksperimentalnih rezultata	*Neizbježna promjena izvornih fizikalnih parametara *Potrebna kvalitetna mjerenja i precizna modalna analiza
Indirektne	DETERMINISTIČKE	*Vrlo pouzdani numerički modeli *Veća kontrola nad poboljšanjem numeričkog modela *Dobivanje smislenijih i fizikalno ostvarivijih rezultata	*Zahtijeva provođenje iterativnog postupka
	BAYESOVA	*Vjerodostojnost parametara numeričkog modela *uključivanje različitih nesigurnosti u proces poboljšanja	*Kompleksnost *Dugotrajnost *Računalna učinkovitost

5 Zaključak

Razvoj računalnih softvera i metoda numeričke analize imaju veliko značenje u području praćenja stanja građevina. Napretkom se tako postavljaju sve stroži kriteriji i zahtjevi numeričkim modelima koji se koriste u različite svrhe od projektiranja, predviđanja ponašanja pa sve do praćenja određenih pojava. Postavljanjem strožih zahtjeva razvila se potreba za uspostavom metoda poboljšanja numeričkih modela. Općenito govoreći, cilj poboljšanja je razvoj i prilagodba modela prema stvarnoj izvedbi konstrukcije. Tako se omogućuje učinkovito korištenje modela u svrhu praćenja, otkrivanja oštećenja te procjene stanja građevine u pogledu njene mehaničke otpornosti i stabilnosti. Kako bi se utvrdilo posjeduje li model kapacitet za njegovo poboljšanje ili je potrebno pristupiti konceptualno novom rješenju, rezultati numeričke analize uspoređuju se s eksperimentalno dobivenim. U ovom radu dan je pregled metoda usporedbe i korelacije numerički i eksperimentalno dobivenih parametara. Opisane metode uzimaju u obzir funkciju frekvencijskog odziva, vlastite frekvencije i vlastite oblike titranja. Usporedba funkcije frekvencijskog odziva i vlastitih oblika titranja uglavnom se temelje na podudaranju eksperimentalno i numerički dobivenih odziva. Osim podudaranja, usporedba vlastitih oblika titranja zasniva se i na metodama temeljenim na njihovoj promjeni – MSF, MAC, NMAC, COMAC. Usporedba vlastitih frekvencija temelji se na odstupanju numerički od eksperimentalno dobivene vrijednosti. Osim metoda usporedbi, dan je i pregled metoda koje se najčešće primjenjuju u svrhu poboljšanja modela. Istaknute su direktne i indirektne metode te njihove inačice. Primjenom direktnih metoda razvi-

ja se numerički model koji točno reproducira eksperimentalne rezultate. S druge strane, iterativnim metodama dobivaju se smisleniji i fizikalno ostvariviji rezultati. Prvom inačicom iterativnih metoda, determinističkim metodama, na kraju procesa poboljšanja razvija se jedan model. Druga inačica, Bayesova metoda, koristi se za uključivanje različitih nesigurnosti modela i temelji se na statističkoj osnovi. Zbog svoje jednostavnosti i računalne učinkovitosti, najuspješniju primjenu na realnim građevinama postigle su determinističke metode temeljene na osjetljivosti te sve više dobivaju na popularnosti u području građevinarstva. Odabir metode poboljšanja ovisi o složenosti problema, uzimajući u obzir prednosti i nedostatke metoda te o potrebama istraživača.

Literatura

- [1] A. Cabboi, C. Gentile, i A. Saisi, "From continuous vibration monitoring to FEM-based damage assessment: Application on a stone-masonry tower", *Construction and Building Materials*, sv. 156, str. 252–265, 2017, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2017.08.160.
- [2] A. S. Araujo, P. B. Lourenco, D. V. Oliveira, i J. Leite, "Seismic Assessment of St James Church by Means of Pushover Analysis – Before and After the New Zealand Earthquake", *The Open Civil Engineering Journal*, sv. 6, izd. 1, str. 160–172, 2012, doi: 10.2174/1874149501206010160.
- [3] S. Lagomarsino, "On the vulnerability assessment of monumental buildings", *Bulletin of Earthquake Engineering*, sv. 4, izd. 4, str. 445–463, 2006, doi: 10.1007/s10518-006-9025-y.
- [4] E. Simoen, G. De Roeck, i G. Lombaert, "Dealing with uncertainty in model updating for damage assessment: A review", *Mechanical Systems and Signal Processing*, sv. 56, str. 123–149, 2015, doi: 10.1016/j.ymsp.2014.11.001.
- [5] A. Cancelli, S. Laflamme, A. Alipour, S. Sritharan, i F. Ubertini, "Vibration-based damage localization and quantification in a pretensioned concrete girder using stochastic subspace identification and particle swarm model updating", *Structural Health Monitoring*, sv. 19, izd. 2, str. 587–605, 2020, doi: 10.1177/1475921718820015.
- [6] H. Seon Park, J. H. Kim, i B. K. Oh, "Model updating method for damage detection of building structures under ambient excitation using modal participation ratio", *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, sv. 133, str. 251–261, 2019, doi: 10.1016/j.measurement.2018.10.023.
- [7] A. C. Altunişik, E. Kalkan, F. Y. Okur, O. Ş. Karahasan, i K. Ozgan, "Finite-Element Model Updating and Dynamic Responses of Reconstructed Historical Timber Bridges using Ambient Vibration Test Results", *Journal of Performance of Constructed Facilities*, sv. 34, izd. 1, 2020, doi: 10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0001344.

- [8] Ajaya Kumar Gupta, "Response Spectrum Method in seismic analysis and design of structures", *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering*, sv. 26, izd. 3. str. 369, 1993, doi: 10.5459/bnzsee.26.3.369.
- [9] D. Jiang, P. Zhang, Q. Fei, i S. Wu, "1330. Comparative study of model updating methods using frequency response function data", *Journal of Vibroengineering*, sv. 16, izd. 5, str. 2305–2318, 2014.
- [10] K. He i W. D. Zhu, "Structural damage detection using changes in natural frequencies: Theory and applications", *Journal of Physics: Conference Series*, sv. 305, izd. 1, 2011, doi: 10.1088/1742-6596/305/1/012054.
- [11] R. J. Allemang i D. L. Brown, "Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis.", *Proceedings of the International Modal Analysis Conference & Exhibit*, str. 110–116, 1982.
- [12] M. Pastor, M. Binda, i T. Harčarik, "Modal assurance criterion", *Procedia Engineering*, sv. 48, str. 543–548, 2012, doi: 10.1016/j.proengl.2012.09.551.
- [13] T. K. Kundra i B. c. Nakra, "Optimum dynamic design using modal testing and structural dynamic modification", u *IUTAM - IITD international winter school of optimum dynamic design*, 1997.
- [14] R. J. Allemang, "The modal assurance criterion - Twenty years of use and abuse", *Sound and Vibration*, sv. 37, izd. 8, str. 14–21, 2003.
- [15] "Root mean square error criterion using operational deflection shape curvature for structural damage detection | JVE Journals". <https://www.jvejournals.com/article/16450> (pristupljeno tra. 09, 2020).
- [16] B. Goller i G. I. Schuëller, "Investigation of model uncertainties in Bayesian structural model updating", *Journal of Sound and Vibration*, sv. 330, izd. 25, str. 6122–6136, 2011, doi: 10.1016/j.jsv.2011.07.036.
- [17] J. E. Mottershead i M. I. Friswell, "Model Updating in structural dynamics.pdf", *Journal of Sound and Vibration*, sv. 167(2), str. 347–375, 1993.
- [18] B. Briseghella i ostali, "Dynamic Assessment of a Curved Cable-Stayed Bridge Based on Multi-Year Monitoring", *IABSE Congress Report*, sv. 18, izd. 27, str. 406–413, 2013, doi: 10.2749/222137912805110655.
- [19] N. Ibán i ostali, "Finite element model updating of a lively footbridge", *6th International Operational Modal Analysis Conference, IOMAC 2015*, 2015.
- [20] M. Baruch, "Optimization procedure to correct stiffness and flexibility matrices using vibration tests", *AIAA Journal*, sv. 16, izd. 11, str. 1208–1210, 1978, doi: 10.2514/3.61032.
- [21] A. Berman i E. J. Nagy, "Improvement of a large analytical model using test data", *AIAA Journal*, sv. 21, izd. 8, str. 1168–1173, 1983, doi: 10.2514/3.60140.

- [22] M. Girardi, C. Padovani, D. Pellegrini, M. Porcelli, i L. Robol, "Finite element model updating for structural applications", sv. 2014, str. 2016–2018, 2018.
- [23] M. Bayes i M. Price, "An essay towards solving a problem in the doctrine of chances, by the late rev. mr. bayes, frs communicated by mr. price., in a letter to john canton, amfrs.", *Philosophical Transactions*, sv. 1683–1775, str. 370–418, 1763.
- [24] H. B. Başağa, T. Türker, i A. Bayraktar, "A model updating approach based on design points for unknown structural parameters", *Applied Mathematical Modelling*, sv. 35, izd. 12, str. 5872–5883, 2011, doi: 10.1016/j.apm.2011.05.041.