

Primjena numeričkih postupaka pri provjeri stanja naprezanja i deformacija podzemnih prostorija rudnika

Hrženjak, Petar; Jaguljnjak Lazarević, Antonia; Uroš, Mario

Source / Izvornik: **Mini simpozij o numeričkim postupcima, 2019, 129 - 137**

Conference paper / Rad u zborniku

Publication status / Verzija rada: **Published version / Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

<https://doi.org/10.5592/CO/YODA.2019.3.2>

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:096816>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-11**

Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,
University of Zagreb](#)



Primjena numeričkih postupaka pri provjeri stanja naprezanja i deformacija podzemnih prostorija rudnika

Petar Hrženjak¹, Antonia Jaguljnjak Lazarević¹, Mario Uroš²

¹Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet

²Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet

Sažetak

U radu se prikazuje primjena numeričkih postupaka modeliranja, odnosno problematika primjene numeričkih postupaka s obzirom na geometriju podzemnih prostorija, značajke geoloških naslaga materijala te uvjete u kojima se podzemne prostorije rudnika nalaze. Posebni osvrt dan je na različitost ponašanja stijenske mase u odnosu na različitost geometrije podzemnih prostorija, strukturnih značajki geoloških naslaga te različitost uvjeta naprezanja u kojima se podzemne prostorije nalaze. Kao primjer provedenih numeričkih proračuna prikazana su dobivena rješenja za stanje naprezanja i deformacija podzemnih prostorija kame-noloma arhitektonsko-građevnog kamena na eksploatacijskom polju "Kanfanar-jug".

Ključne riječi: podzemne prostorije rudnika, stanje naprezanja i deformacija, numerički postupci

Application of numerical methods for stress and strain analysis of underground mining spaces

Abstract

The paper deals with the application of numerical modeling, ie the problem of application of numerical methods with respect to the geometry of underground spaces, characteristics of the geological deposits and the conditions in which the underground mining spaces are located. Special attention is given to the diversity of rock mass behavior in relation to the different geometry of underground spaces, structural features of the geological deposits and the different stress conditions in which the underground spaces are located. As an example of carried out numerical calculations, the solutions for the state of stress and strain of underground spaces of the quarry of dimension stone on the exploitation field "Kanfanar-jug" are presented.

Key words: underground mining spaces, stress and strain state, numerical methods

Uvod

Posebnost podzemnih prostorija rudnika u odnosu na neke druge inženjerske objekte očituje se prije svega u specifičnoj geometriji koja je uglavnom uvjetovana značajkama ležišta mineralnih sirovina i tehnologijom eksploatacije. Pri projektiranju rudnika osnovni je zadatak utvrđivanje dimenzija podzemnih prostorija, koje bi s jedne strane trebale omogućiti učinkovitu i ekonomičnu eksploataciju mineralnih sirovina, a s druge sigurnost te prihvatljivo ponašanje stijenske mase oko podzemnih prostorija. S obzirom na trenutačni stupanj razvijenosti numeričkih postupaka modeliranja, može se reći da danas sve više predstavljaju glavnu okosnicu pri projektiranju podzemnih prostorija rudnika te glavnu poveznicu između empirijskoga i promatračkoga pristupa projektiranju podzemnih prostorija. Glavna je svrha primjene numeričkih postupaka modeliranja utvrđivanje stanja naprezanja i deformacija te prognoza ponašanja stijenske mase oko podzemnih prostorija rudnika.

Ponašanje stijenske mase oko podzemnih prostorija uglavnom ovisi o stupnju razlomljenosti, geometrijskim značajkama diskontinuiteta u odnosu na geometriju podzemnih prostorija te o stanju naprezanja (Barla & Barla, 2000). Ako se stijenska masa ponaša kao diskontinuirana geotehnička sredina, njezin se slom oko podzemnih prostorija uglavnom odvija po plohama diskontinuiteta, a oblik sloma ovisi o međusobnim odnosima orijentacija slobodnih ploha objekata te ploha diskontinuiteta. Takva situacija najčešće vrijedi u slučaju podzemnih prostorija čije su dimenzije nekoliko puta veće od prosječnih razmaka diskontinuiteta u stijenskim masama te u uvjetima relativno manjih naprezanja, odnosno plićih objekata. U tom slučaju mjerodavni su parametri čvrstoće parametri posmične čvrstoće sustava diskontinuiteta, pri čemu se numeričko modeliranje provodi prema koncepciji diskontinuumu uz najčešće korištenje metode diskretnih elemenata (MDE). Ako se stijenska masa ponaša kao kvazikontinuirana geotehnička sredina, njezin se slom odvija po zakrivljenim kliznim plohama kroz stijensku masu, odnosno većim dijelom po mnogostrukim plohama diskontinuiteta, a manjim dijelom kroz intaktni materijal. Takva situacija uglavnom vrijedi za podzemne prostorija čije su dimenzije višestruko puta veće od prosječnih razmaka diskontinuiteta u stijenskim masama te u uvjetima većih naprezanja, odnosno objekata na većim dubinama. U takvim su slučajevima mjerodavni parametri čvrstoće parametri posmične čvrstoće stijenske mase, koji preko kriterija čvrstoće za stijensku masu za pravo uključuju i čvrstoću intaktnoga materijala i čvrstoću te gustoću diskontinuiteta u stijenskoj masi. Numeričko se modeliranje provodi prema koncepciji kvazikontinuumu uz najčešće korištenje metoda konačnih elemenata (MKE) ili metoda konačnih razlika (MKR). Spomenuta dva slučaja najčešće se susreću u rješavanju redovitih, odnosno uobičajenih inženjerskih zahvata u diskontinuiranim stijenskim masama s dobro razvijenim strukturnim elementima osnovnoga strukturnog sklopa. Međutim, u slučaju masivnih stijena, kod kojih su prosječni razmaci između diskontinuiteta jednaki ili veći

od dimenzija podzemnih prostorija, stijenska se masa ponaša kao pravi kontinuum s pojedinačnim prekidima, odnosno diskontinuitetima koji odvajaju velike blokove masivne stijene. Mjerodavne su parametri čvrstoće pri tome parametri čvrstoće stijenskih blokova te parametri čvrstoće diskontinuiteta. U tom se slučaju numeričko modeliranje provodi prema koncepciji kontinuuma s uključivanjem pojedinačnih kliznih elementa (engl. *interfaces*) uz također najčešće korištenje metoda konačnih elemenata ili metoda konačnih razlika. Pritom je upravo ključna čvrstoća svakoga pojedinog diskontinuiteta te čvrstoća intaktnoga materijala.

Osim spomenutih značajki koje imaju najveći utjecaja na ponašanje stijenske mase oko podzemnih prostorija rudničkih objekata, veliki utjecaj još imaju i anizotropija te nelinearna svojstva materijala bilo u pogledu čvrstoće bilo u pogledu odnosa naprezanja i deformacija. Uz to pojedine značajke, kako intaktnoga stijenskoga materijala tako i strukture te stijenske mase, mogu jako varirati od mjesta do mjesta promatranja unutar iste vrste ili tipa stijene. Sve te značajke treba uzeti u obzir prilikom numeričkoga modeliranja, odnosno proračuna stanja naprezanja i deformacija stijenske mase oko podzemnih prostorija rudnika.

Provjera stanja naprezanja i deformacija podzemnih prostorija kamenoloma arhitektonsko-građevnog kamena “Kanfanar-jug”

Ležište kamenoloma arhitektonsko-građevnoga kamena “Kanfanar-jug” izgrađuju slojeviti vapnenci krednih i paleogenih naslaga koji u stratigrafski tektonskom pogledu pripadaju Istarskoj ploči, odnosno zapadno-istarskoj jursko-krednoj antiklinali (Cotman, 2006). Značajke samoga ležišta karakteriziraju slojeviti vapnenci različite debljina kvazihorizontalnoga zalijeganja, odnosno s kutom pada do 3° u smjeru istoka. Cijelo je ležište podijeljeno na nekoliko otkopnih polja na kojima se provodi eksploatacija površinskim ili podzemnim načinom otkopavanja. Prikaz istočnoga dijela otkopnoga polja “Kanfanar III” na kojemu se provodi podzemni način otkopavanja arhitektonsko-građevnog kamena dan je na slici 1.

Eksploatacijski slojevi stratigrafski pripadaju naslagama donjega apta, podijeljeni su u više slojeva čija se ukupna debljina kreće od 6,7 do 6,8 m. Iznad eksploatacijskih slojeva nalazi se neposredna krovina debljine do 9,5 m, prvih 4,5 m koje čine kompaktni i homogeni vapnenci sličnih fizikalno-mehaničkih značajki kao i eksploatacijski slojevi, koji također pripadaju naslagama donjeg apta, a preostali gornji dio čine svijetli, brašnasti i školjkasti vapnenci sa znatno lošijim fizikalno-mehaničkim značajkama materijala, koji pripadaju naslagama gornjega apta. Nakon neposredne krovine slijede mlađe naslage gornje krovine, koju čine tanko uslojeni vapnenci s proslojcima lapora i raslojeni laporoviti vapnenci, koji su pri površini okršeni i pomiješani sa zemljom crvenicom. Ukupna se debljina naslaga gornje krovine kreće od 5 do 10 m, ovisno o reljefu terena.



Slika 1. Prikaz istočnog dijela podzemnoga kamenoloma na otkopnom polju "Kanfanar III"

U strukturnom smislu ležište karakteriziraju uglavnom dva pukotinska sustava, od kojih se prvi pruža približno u pravcu sjeverozapad-jugoistok, dok je drugi s približnim pravcem pružanja sjeveroistok-jugozapad. Pukotine su uglavnom subvertikalne do vertikalne, s manjim varijacijama kuta pada od 85° do 90° , ali sa znatno većim varijacijama kuta pružanja, čak do $\pm 30^\circ$. Pukotinski sustavi na taj način mogu međusobno zatvarati kutove od 60° do 120° . Postojanost ploha pukotina vrlo je velika, uglavnom veća od 30 m, tako da pukotine u kontinuitetu presijecaju i eksploatacijske naslage i naslage neposredne krovine i podine. Budući da su razmaci između pukotina vrlo veliki, ležište prema tome izgrađuju masivne stijene s vrlo velikim stijenskim blokovima koji su međusobno odvojeni prilično izraženim pukotinama, odnosno karakterističnim diskontinuitetima (Hrženjak et al., 2014). Osim toga, pukotine su vrlo nepravilne, odnosno promatrane u velikom mjerilu valovite i povijajuće, sa stijenama koje i u malom mjerilu promatranja imaju veliku hrapavost površina. Radi utvrđivanja geomehaničkih značajki naslaga ležišta u periodu istraživanja od 2007. do 2014. godine provedena su detaljna laboratorijska ispitivanja fizikalno-mehaničkih značajki intaktnoga stijenskog materijala te terenska *in situ* ispitivanja stijenske mase. Od laboratorijskih ispitivanja provedeno je određivanje gustoće i poro-

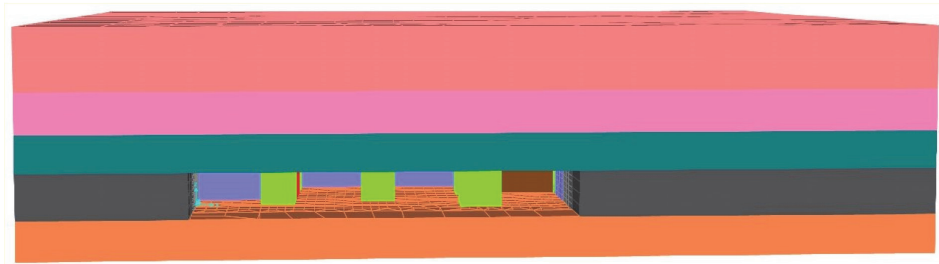
znosti materijala, ispitivanje jednoosne tlačne čvrstoće i deformabilnosti materijala, ispitivanje tlačne čvrstoće u troosnom stanju naprezanja, ispitivanje čvrstoće pri savijanju pod koncentriranim opterećenjem te utvrđivanje učinka pada tlačne čvrstoće za različite omjere visine i širine uzoraka. Od terenskih ispitivanja provedeno je *in situ* određivanje naprezanja i modula deformabilnosti stijenske mase primjenom tlačnoga jastuka te *in situ* ispitivanje čvrstoće pri savijanju velikih blokova. Osim navedenoga, u razdoblju istraživanja provedena su i mjerenja promjena naprezanja u stupovima, konvergencije komora te deformacija materijala i pomaka na pukotinama, na svim utvrđenim karakterističnim dijelovima podzemnoga kamenoloma. Na temelju rezultata svih provedenih ispitivanja, uz primjenu odgovarajućih korekcija laboratorijskih rezultata ispitivanja, dobivene su prosječne vrijednosti geomehaničkih značajki stijenske mase koje su prikazane u tablici 1.

Tablica 1. Prosječne vrijednosti geomehaničkih značajki stijenske mase

Stijenska masa	Gustoća [kg/m ³]	Hoek-Brownova konstanta m_b	Hoek-Brownova konstanta s	Jednoos. tlačna čvrstoća [MPa]	Vlačna čvrstoća [MPa]	Modul deformabilnosti [GPa]
Eksploatacijski slojevi	2670	3,14142	0,05930	27,055	2,097	8,505
Nosivi donji slojevi neposredne krovine	2650	3,14142	0,05930	27,055	2,097	12,429
Gornji slojevi neposredne krovine	2285	2,43521	0,05930	18,295	1,829	9,053
Slojevi gornje krovine	2575	0,78507	0,00073	1,565	0,060	3,175

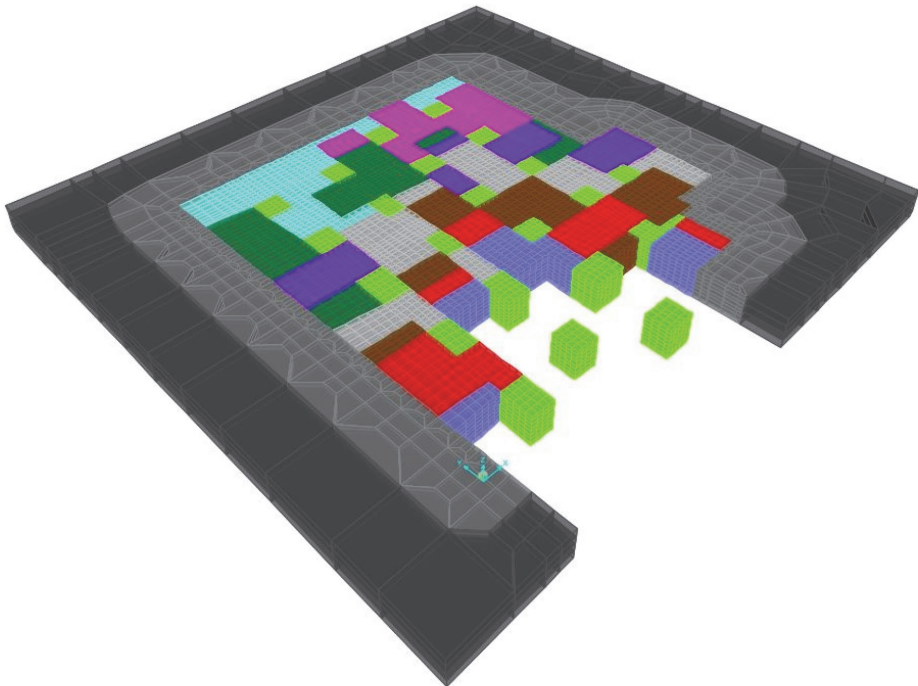
Primjena numeričkih postupaka modeliranja pri provjeri stanja naprezanja i deformacija provedena je za situaciju podzemnih prostorija na odabranom području istočnoga dijela otkopnoga polja "Kanfanar III". Na temelju rasporeda naslaga ležišta te utvrđenih prosječnih vrijednosti geomehaničkih značajki stijenske mase, u prvom je koraku analize na odabranomu području postavljen proračunski model kao model kontinuirane geotehničke sredine s obzirom na utvrđenu međusobnu uklinjenost stijenskih blokova na plohamu diskontinuitetima. Proračuni na postavljenomu modelu provedeni su pomoću računalnoga programa SAP2000 koji je namijenjen rješavanju stanja naprezanja i deformacija trodimenzionalnih modela metodom konačnih elemenata. Prostorni numerički model sastojao se od ukupno 90 002 osmeročvorna prostorna elementa s 96 849 čvornih točaka s tri stupnja slobode, što daje sustav od 290 799 jednadžbi ravnoteže. Prikaz postavljenoga prostornog numerič-

kog modela dan je na slici 2, a prikaz dijela toga modela u razini eksploatacijskih slojeva, odnosno u visini iskopa s prikazom faza otkopavanja, dan je na slici 3.



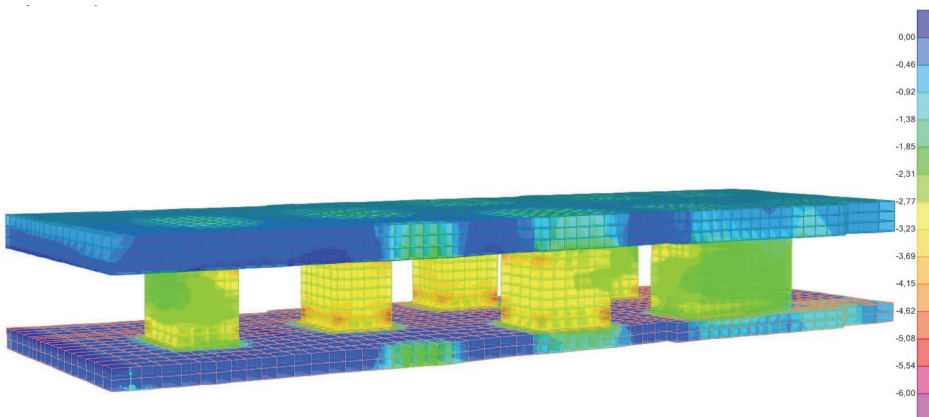
Slika 2. Prikaz prostornoga numeričkog modela

Proračunski model postavljen je s rasporedom i dimenzijama stupova te fazama otkopavanja prema stvarnom izvedenu stanju na tom području, uz manja geometrijska pojednostavljenja na granicama otkopnoga područja. Na slikama 2. i 3. slojevi su, kao i faze otkopavanja, prikazane različitim bojama, dok su stupovi prikazani zelenom bojom.



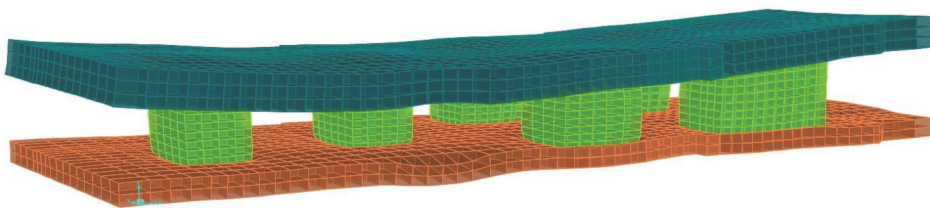
Slika 3. Prikaz dijela prostornoga numeričkog modela s fazama otkopavanja

Kao prvo, proračunom je dobivena vrijednost primarnoga vertikalnog naprezanja u središnjemu dijelu eksploatacijskih slojeva u iznosu od 0,5 MPa. Drugo, daljnji su proračuni provedeni po fazama otkopavanja kako su one u stvarnosti bile izvođene s ciljem promatranja promjena vrijednosti naprezanja i deformacija na karakterističnim mjestima, odnosno na mjestima na kojima su upravo bila provedena *in situ* ispitivanja i mjerenja, kako bi se dobivene vrijednosti mogle međusobno uspoređivati. Početne vrijednosti vertikalnih naprezanja na karakterističnim mjestima ili stupovima dobivene su na temelju rješenja numeričkoga modela nakon faze prvoga iskopa na tom mjestu, nakon koje se pristupilo ispitivanju ili mjerenju. Na taj su način proračunom dobivene početne vrijednosti vertikalnih naprezanja u rasponu od 0,85 do 1,15 MPa, dok su *in situ* ispitivanjima dobivene vrijednosti od 0,95 do 1,7 MPa. Nakon posljednje faze iskopa, odnosno nakon potpunoga otkopavanja materijala oko svih stupova na promatranu području, dobivene su prosječne vrijednosti vertikalnih naprezanja u stupovima u iznosu od 2,25 do 3,55 MPa. Mjerenjem promjena vertikalnoga naprezanja u određenim stupovima utvrđeno je povećanje naprezanja od 0,8 do 1,2 MPa. Najveće vrijednosti tlačnih naprezanja, odnosno koncentracije tlačnih naprezanja, dobivene su na bridovima stupova, u gornjim i donjim dijelovima s iznosom od 6,2 MPa. Raspodjela glavnih naprezanja na dijelu postavljenoga numeričkog modela prikazana je na slici 4., na kojoj su dobro vidljiva područja koncentracije naprezanja, pri čemu su tlačna naprezanja prikazana kao negativne vrijednosti. Najveće vrijednosti vlačnih naprezanja dobivene su u središnjim ili malo izmaknutim područjima komora, unutar donjih slojeva neposredne krovine, s iznosom od 0,6 MPa.



Slika 4. Prikaz vrijednosti glavnih naprezanja na dijelu postavljenoga numeričkog modela

Od dobivenih deformacija materijala i pomaka čvornih točaka mreže numeričkoga modela najinteresantnija su rješenja za slučaj podzemnih prostorija na kojima su provedena mjerenja konvergencija. Relativni vertikalni pomaci krovine u komorama, odnosno stropnih točaka na sredini komora, što odgovara situaciji kod mjerenja konvergencija, dobivaju se na temelju razlike izračunatih pomaka stropnih točaka i točaka na stupovima u visini mjernoga trokuta. Pri tome se razlike odnose na razlike između posljednje i početne faze iskopa. Numeričkim proračunima i mjerenjima konvergencija dobivene su vrijednosti vertikalnih pomaka u istomu rasponu od 1,10 do 1,15 mm. Izgled deformirane mreže konačnih elemenata na dijelu postavljenoga numeričkoga modela prikazan je na slici 5., na kojoj su vrijednosti pomaka uvećane 700 puta radi lakšeg uočavanja principa deformiranja modela podzemnih prostorija.



Slika 5. Prikaz deformirane mreže na dijelu postavljenoga numeričkoga modela

Za slučaj elemenata modela na području s najvećom koncentracijom tlačnih naprezanja od 6,2 MPa, primjenom Hoek-Brownovog kriterija čvrstoće (Hoek i Brown, 1997) i značajki stijenske mase čije su vrijednosti veličina prikazane u tablici 1., dobivena je vrijednost faktora stabilnosti u iznosu od 4,36. U slučaju elemenata modela s utvrđenim najvećim vrijednostima vlačnih naprezanja od 0,6 MPa, dobivena je vrijednost faktora stabilnosti u iznosu od 3,49. Na temelju ovih vrijednosti može se konstatirati da se svi elementi numeričkoga modela nalaze u elastičnom području, odnosno da plastifikacija materijala nije utvrđena ni na jednom dijelu postavljenoga modela, a s obzirom na dobivene vrijednosti faktora stabilnosti da je riječ o zadovoljavajućemu stanju stabilnosti podzemnih prostorija.

Zaključak

Izuzetno dobro podudaranje rezultata *in situ* ispitivanja i mjerenja s rezultatima provedenih proračuna primjenom numeričkih postupaka prije svega dokazuje, kao prvo, veliku primjenjivost numeričkih postupaka pri provjeri stanja naprezanja i deformacija podzemnih prostorija rudnika u određenim uvjetima, a kao drugo, na temelju ostalih mogućnosti numeričkih postupaka, dobivanje daleko boljšega uvida u ponašanje stijenske mase oko podzemnih prostorija rudnika. Na taj su način zapra-

vo potvrđene pretpostavke o preraspodjeli naprezanja prema "tributary" teoriji u slučaju komorno-stupne metode otkopavanja s nepravilnim rasporedom stupova u prikazanim ležišnim uvjetima. Osim navedenoga, može se također konstatirati da su prema tome i geomehaničke značajke stijenske mase eksploatacijskih slojeva, kao i nosivih slojeva neposredne krovine, utvrđene s vrijednostima koje očito odgovaraju stvarnim *in situ* vrijednostima značajki stijenskih masa u ležištu.

Literatura

Barla, G., Barla, M. (2000): Continuum and discontinuum modelling in tunnel engineering. Rudarsko-geološko-naftni zbornik. Vol. 12, pp. 45-57.

Cotman, I. (2006): Glavni rudarski projekt podzemne eksploatacije arhitektonsko-građevnog kamena na eksploatacijskom polju "Kanfanar-jug". Pazin: Kamen d.d.

Hoek, E., Brown, E. T. (1997): Practical estimates of rock mass strength. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. Vol. 34, pp. 1165-1186.

Hrženjak, P., Jaguljnjak Lazarević, A., Briševac, Z. (2014): Istraživanje stabilnosti podzemnih prostorija kamenoloma arhitektonsko-građevnog kamena na eksploatacijskom polju "Kanfanar-jug". Zagreb: Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu.

SAP2000 (Version 15.2.1) Computer software. Berkeley, CA: Computers and Structures, Inc.