

# Poduprti nosači

---

**Herceg, Lovro**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Civil Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:237:902190>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-25**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the Faculty of Civil Engineering,  
University of Zagreb](#)





Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Lovro Herceg

# **PODUPRTI NOSAČI**

ZAVRŠNI ISPIT

Zagreb, 2024.



Sveučilište u Zagrebu

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Lovro Herceg

# **PODUPRTI NOSAČI**

ZAVRŠNI ISPIT

Mentor: izv. prof. dr. sc. Višnja Tkalčević Lakušić

Zagreb, 2024.



University of Zagreb

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Lovro Herceg

## **SUPPORTED GIRDERS**

FINAL EXAM

Supervisor: izv. prof. dr. sc. Višnja Tkalčević Lakušić

Zagreb, 2024.

## SAŽETAK

Predmet istraživanja ovog završnog rada su poduprti nosači. Poduprti nosači imaju široku primjenu u graditeljstvu. Koriste se kao glavni nosači u mostogradnji, kod krovnih konstrukcija, izrada skela, oplata itd.

Sastoje se od dvije ravne grede spojene u zglobu i oslonjene na dva pomična ležaja ili jedan pomični, a drugi nepomični. Stabilizirajući sklop čine kosnici i stupovi.

U radu je prikazana definicija i primjena poduprtih nosača u praksi. Objašnjen je način proračuna ovog tipa nosača. Prikazan je način određivanja reakcija analitičkom, grafičkom i superpozicijskim postupkom. Primjenom navedenih postupaka u radu su riješena numerička primjera. Provjera dobivenih rezultata provedena je korištenjem kompjutorskog programa SAP.

**Ključne riječi:** poduprti nosači, trozglobni sustavi, analitička metoda, grafička metoda, metoda superpozicije

## SUMMARY

The subject of this final thesis is supported girders. Supported girders have wide applications in construction. They are used as main supports in bridge construction, roofing structures, scaffolding, formwork, etc.

They consist of two straight beams connected at a joint and supported by either two movable bearings or one movable and one fixed bearing. The stabilizing assembly consists of braces and posts.

The paper presents the definition and application of supported beams in practice. The method of calculating this type of beam is explained. The process of determining reactions through analytical, graphical, and superposition methods is described. Numerical examples are solved using the mentioned methods. The obtained results are verified using the SAP computer program.

**Key words:** supported girders, three-hinged systems, analytical method, graphical method, superposition method

---

**SADRŽAJ**

<b>SAŽETAK .....</b>	<b>i</b>
<b>SUMMARY.....</b>	<b>ii</b>
<b>SADRŽAJ .....</b>	<b>iii</b>
<b>1. UVOD .....</b>	<b>1</b>
<b>2. DEFINICIJA PODUPRTIH NOSAČA .....</b>	<b>2</b>
<b>3. PRIMJENA PODUPRTIH NOSAČA.....</b>	<b>3</b>
<b>4. PRORAČUN PODUPRTIH NOSAČA .....</b>	<b>6</b>
4.1. Poduprti nosači prve skupine .....	6
4.1.1. Analitička metoda proračuna poduprtih nosača prve skupine .....	6
4.1.2. Grafička metoda proračuna poduprtih nosača prve skupine.....	7
4.1.3. Superpozicijska metoda proračuna poduprtih nosača prve skupine .....	9
4.2. Poduprti nosači druge skupine .....	12
4.2.1. Analitička metoda proračuna poduprtih nosača druge skupine .....	12
4.2.2. Grafička metoda proračuna poduprtih nosača druge skupine.....	14
4.2.3. Superpozicijska metoda proračuna poduprtih nosača druge skupine .....	15
<b>5. NUMERIČKI PRIMJERI.....</b>	<b>18</b>
5.1. Numerički primjer 1.....	18
5.1.1. Analitički postupak.....	18
5.1.2. Grafički postupak .....	21
5.1.3. Superpozicijski postupak .....	23
5.1.4. Softversko rješenje .....	24
5.2. Numerički primjer 2.....	25
5.2.1. Analitički postupak.....	25
5.2.2. Grafički postupak.....	28
5.2.3. Superpozicijski postupak .....	30
5.2.4. Softversko rješenje .....	31
<b>6. ZAKLJUČAK .....</b>	<b>32</b>
<b>POPIS LITERATURE .....</b>	<b>33</b>
<b>POPIS SLIKA .....</b>	<b>34</b>

## 1. UVOD

Tema ovog završnog rada su poduprti nosači. Poduprti nosači su statički određeni sustavi slični troglobnim nosačima i ojačanim gredama. Kod statički određenih sustava moguće je odrediti sve reakcije i unutarnje sile koristeći samo jednadžbe ravnoteže.

U ovom radu je iskazana definicija poduprtih greda i njihova primjena u praksi. Prikazan je način proračuna poduprtih nosača analitičkim, grafičkim i superpozicijskim postupkom.



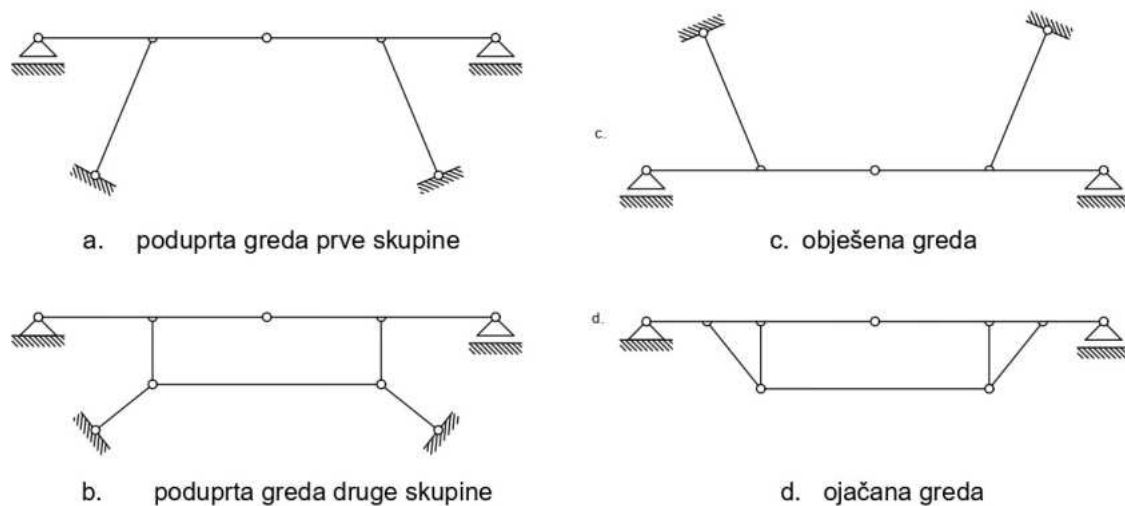
## 2. DEFINICIJA PODUPRTIH NOSAČA

Poduprti nosači ili poduprte grede predstavljaju skupinu složenih, statički određenih sustava kod kojih se proračun reakcija i unutarnjih sila provodi analogno kao kod trozglobnih nosača. Sastavljeni su od krutog dijela kojeg čine dvije ravne grede spojene u zglobu oslonjene na dva pomična ležaja ili jedan pomičan, a drugi nepomičan ležaj [1]. Poduprti nosači prikazani su na slici 2.1.a. i slici 2.1.b.

Stabilizirajući sklop kod poduprtih nosača čine kosnici i stupovi [2]. S obzirom na razmještaj štapova i vrsta ležajeva razlikuju se dva tipa poduprtih nosača. Prvi tip sastoji se od dvije zglobno povezane grede koje su oslonjene na dva pomična ležaja dok je kod drugog tipa jedan ležaj nepomičan. Nadalje, drugi tip karakterizira cjeloviti potporni sklop koji se nalazi i ispod zgloba, dok kod prvog tipa ispod zgloba nema zglobnih štapova. Poduprti nosač prve skupine prikazan je na slici 2.1.a., a poduprti nosač druge skupine na slici 2.1.b. [3]

Sustavi koji pripadaju istoj grupi kao i poduprte grede su obješene grede. Primjer obješene grede prikazan je na slici 2.1.c. Postupak rješavanja statičkih nepoznanica je identičan, a jedina razlika je u predznak uzdužnih sila u zglobnim štapovima stabilizirajućih sklopova [1].

Druga skupina poduprtih nosača vrlo je slična ojačanim gredama (slika 2.1.d.), a razlika je u tome što se kod ojačanih greda sile u štapovima prenose unutar sustava, dok se kod poduprtih greda sile u štapovima prenose izvan sustava [1].



Slika 2.1. Poduprti nosači i slični

### 3. PRIMJENA PODUPRTIH NOSAČA

Sustavi poduprtih nosača primarno se koriste kao nosive konstrukcije u mostovima kod kojih postoje povoljni uvjeti za prenošenje vertikalnih i horizontalnih sila na ležajeve, a sami oblik potpornog sustava određuje se u ovisnosti o dominantnom opterećenju [2]. Primjer uporabe sustava poduprtih nosača je Sjeverni most preko kanjona Rječine prikazan na slici 3.1. [4].



**Slika 3.1.** Sjeverni most preko kanjona Rječine u Rijeci [4]

Nosive konstrukcije u mostovima koje predstavljaju poduprte nosače su razupore. Najčešće se izvode za nadvožnjake na autocestama jer se izvedbom kosnika umjesto stupova ostvaruje bolja preglednost. Razupore se dijele u nekoliko skupina: sustavi s rukama (slika 3.2), trokutaste razupore, trapezaste razupore i složene razupore (slika 3.3.) [4].



**Slika 3.2.** Pont Saint Michel, Toulouse, Francuska [5]



**Slika 3.3.** Pont du Languedoc, Francuska [5]

Zapravo, poduprti nosači se koriste za svladavanje velikih raspona kada je potrebno višak sile u gredi prenijeti u tlo. Poduprti nosači koriste se još pri izradi skela i oplata (slika 3.4.), kod krovnih konstrukcija (slika 3.5.), kod velikih hala itd.



**Slika 3.4.** Primjer oplata [6]

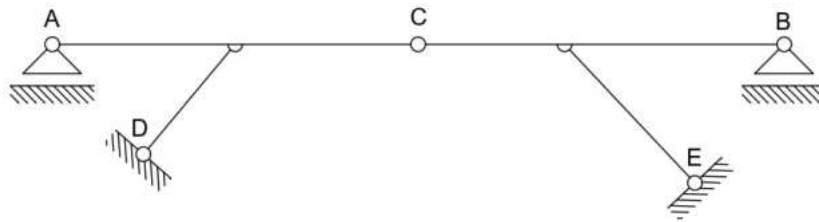


**Slika 3.5.** Primjer krovšta [7]

## 4. PRORAČUN PODUPRTIH NOSAČA

### 4.1. Poduprti nosači prve skupine

Kod poduprtih nosača prve skupine zglobni ležajevi na kojima je oslonjena greda su pomični te je greda razdvojena zglobom [3]. Primjer poduprtog nosača prikazan je na slici 4.1.



Slika 4.1. Poduprti nosač prve skupine

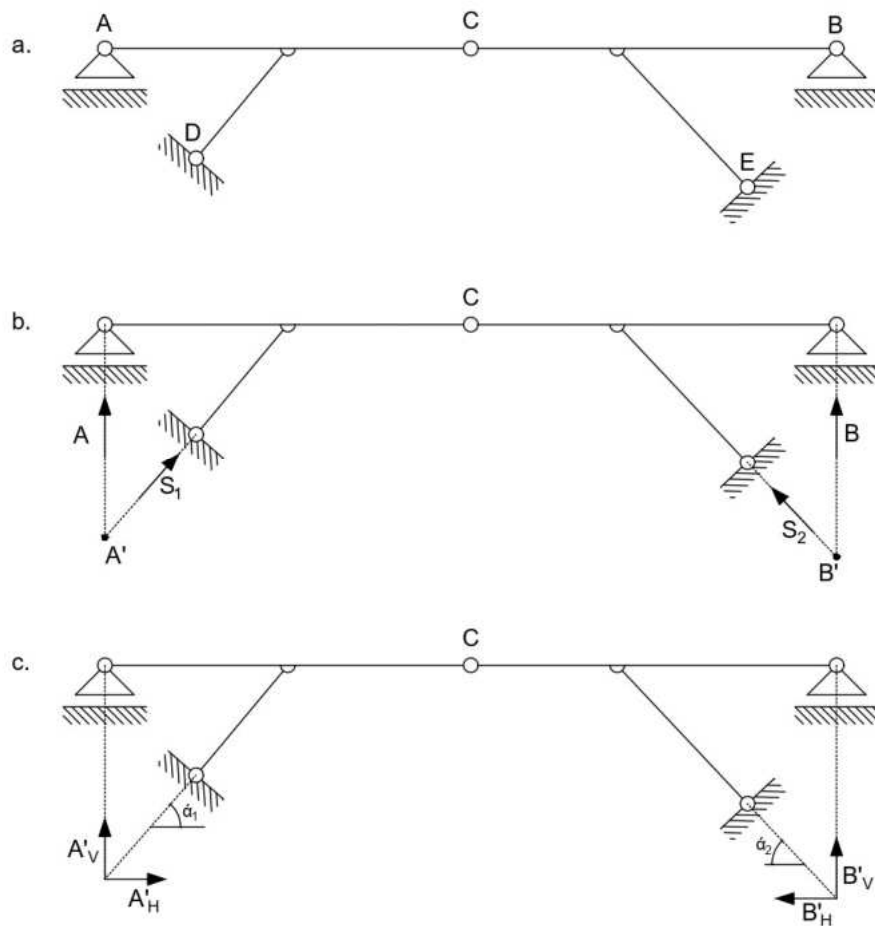
#### 4.1.1. Analitička metoda proračuna poduprtih nosača prve skupine

Kako je već spomenuto, poduprti nosači su statički određeni ravninski sustavi sastavljeni od dva diska pa se kao takvi mogu riješiti jednadžbama ravnoteže. Analizirajući sustav sa slike 4.2. može se vidjeti da su zglobni ležajevi A i B pomični, stoga su reakcije na tim ležajevima vertikalne. Potporni štapovi, ako nisu opterećeni, su zglobni štapovi što znači da prenose samo uzdužnu silu, stoga će reakcije  $S_1$  i  $S_2$  u ležajevima D i E biti jednake silama u štapovima. Kako su poznati pravci svih reakcija, mogu se naći točke u kojima djeluju po dvije sile na istom disku. Tako se dolazi do točke A' u kojoj djeluje rezultanta reakcije A i sile  $S_1$ , te točke B' u kojoj djeluje rezultanta reakcije B i sile  $S_2$  (slika 4.2.b.). Rezultantne reakcije u točkama A' i B' imaju horizontalnu i vertikalnu komponentu čije se vrijednosti mogu odrediti iz jednadžbi ravnoteže (slika 4.2.c.) [3]:

$$\begin{aligned} \sum M_C^l = 0, \quad \sum M_{B'} = 0 &\rightarrow A'_V, A'_H \\ \sum M_C^d = 0, \quad \sum M_{A'} = 0 &\rightarrow B'_V, B'_H \end{aligned} \quad (4.1)$$

Na kraju se pomoću jednadžbi ravnoteža čvorova A' i B' dobivaju tražene reakcije (A, B,  $S_1$ ,  $S_2$ ):

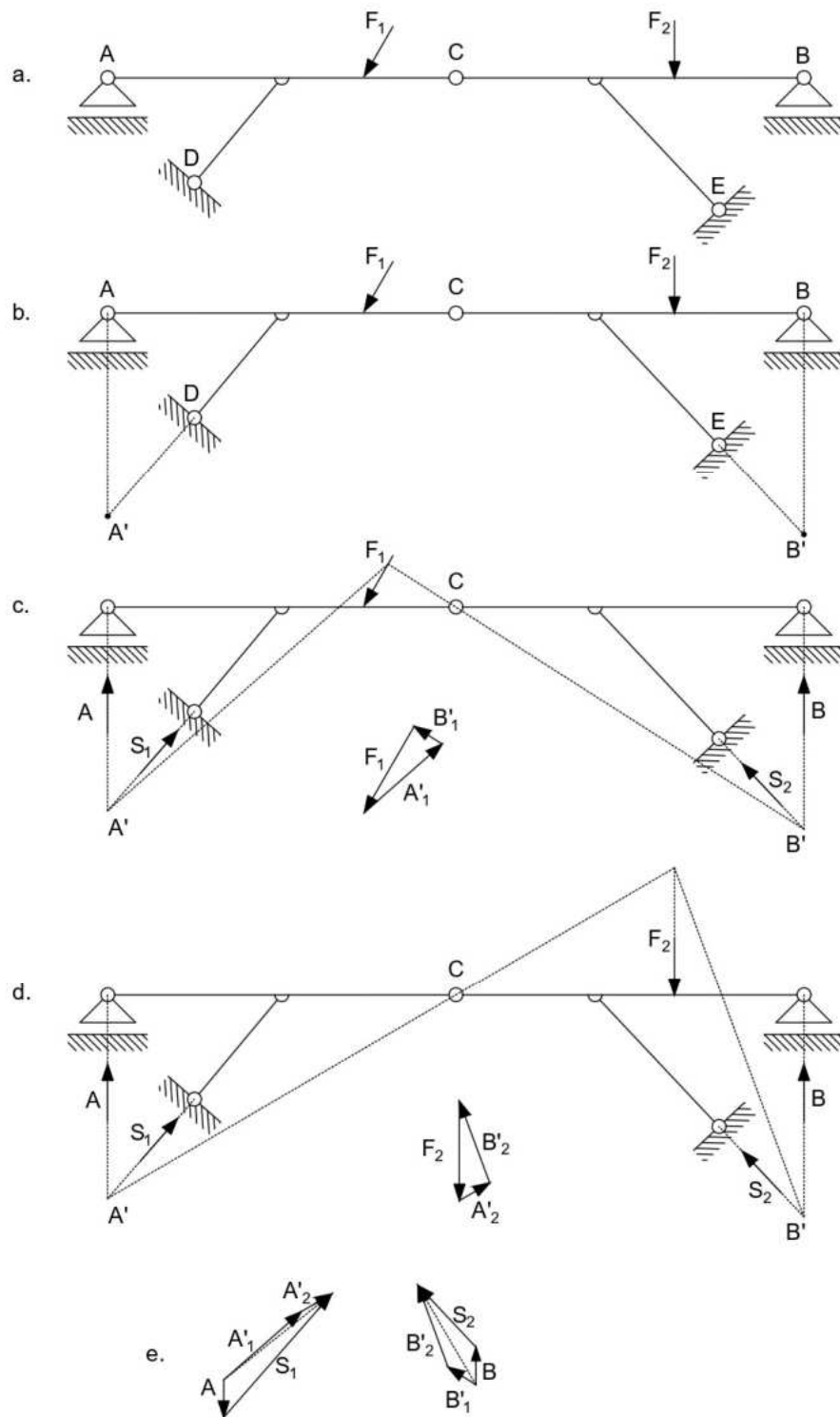
$$\begin{aligned} \text{čvor A': } A + S_1 \sin \alpha_1 &= A'_V, S_1 \cos \alpha_1 = A'_H \rightarrow A, S_1 \\ \text{čvor B': } B + S_2 \sin \alpha_2 &= B'_V, S_2 \cos \alpha_2 = B'_H \rightarrow B, S_2 \end{aligned} \quad (4.2)$$



Slika 4.2. Poduprti nosači prve skupine - analitički postupak

#### 4.1.2. Grafička metoda proračuna poduprtih nosača prve skupine

Grafički postupak rješavanja zadatka prikazan je na slici 4.3., te je veoma sličan analitičkom. Kod grafičkog postupka potrebno je sustav svesti na trozglobni nosač tražeći točke u kojima djeluju po dvije nepoznate sile (slika 4.3.b.). Ako opterećenje djeluje na oba diska, sustav je potrebno riješiti superpozicijskim postupkom na slijedeći način. Prvo se rješava tako da je opterećen samo jedan disk pa se određuju reakcije (slika 4.3.c.), zatim se traže reakcije kada opterećenje djeluje samo na drugi disk (slika 4.3.d.). Na kraju se reakcije dobiju zbrajanjem (superponiranjem) (slika 4.3.e.). Ako kod sustava opterećenje djeluje samo na jednom disku, zadatak se rješava sa opterećenim diskom te su dobiveni rezultati konačne reakcije [1, 3].



Slika 4.3. Poduprti nosači prve skupine - grafički postupak

### 4.1.3. Superpozicijska metoda proračuna poduprtih nosača prve skupine

Metoda superpozicije je brz i jednostavan proračun pomoću kojeg se određuje dijagram momenata savijanja od vertikalnih opterećenja [8].

Na početku proračuna sustava superpozicijom potrebno je pronaći fiktivne ležajeve te reakcije u njima rastaviti na vertikalne komponente ( $A^0$  i  $B^0$ ) i komponente koje leže na spojnici fiktivnih ležajeva ( $H'$ ) (slika 4.4.a.). Zbog toga što opterećenje koje djeluje na sustav mora biti vertikalno, vrijednosti komponenata koje djeluju na spojnici fiktivnih ležajeva bit će iste veličine, ali različite orijentacije. Iz navedenog se zaključuje da će horizontalno komponenta biti jednaka u svim zglobnim štapovima [8].

Zadani sustav dijeli se na dva podsustava: prostu gredu na koju djeluju sva opterećenja kao i na zadani sustav te geometrijski isti sustav kao početni bez ikakvih opterećenja. Pomoću proste grede određuje se momentni dijagram savijanja od svih opterećenja koje djeluju na početni sustav, a reakcije u ležajevima proste grede bit će jednake vertikalnim komponentama ( $A^0$  i  $B^0$ ) početnog sustava (slika 4.4.b.). Jedina sila koja djeluje na početnom sustavu, a nije uključena u podsustav proste grede je sila  $H'$ , a njen učinak proračunat će se pomoću drugog podsustava. Kako je ova sila po iznosu jednaka u cijelom sustavu, razliku u momentima savijanja njenog djelovanja činit će samo udaljenost te sile od grede [8].

Izraz za konačni moment savijanja poduprte grede u presjeku  $x$  prema slici 4.5.a.:

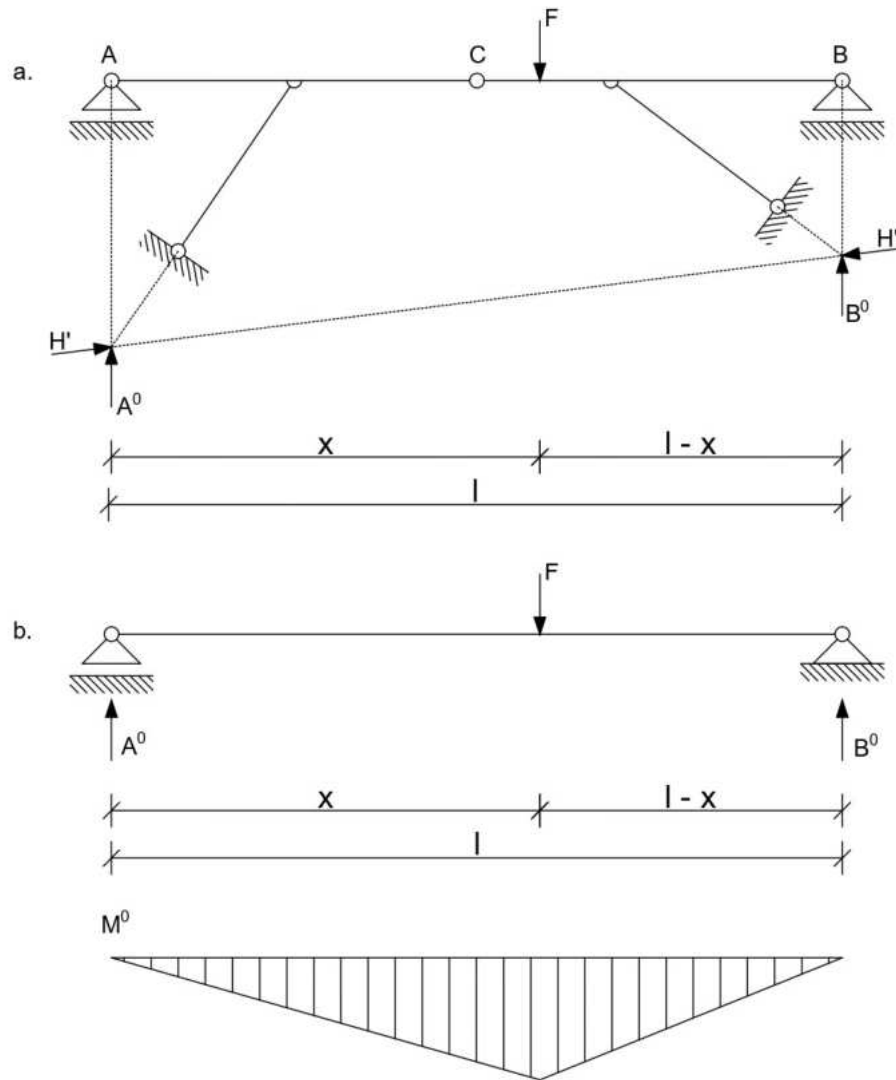
$$M(x) = A^0 \cdot x - H \cdot y = M^0(x) - H \cdot y \quad (4.3)$$

Prema izrazu 4.3. momentni dijagram momenata savijanja proste grede ( $M^0$ ) i dijagram momenata savijanja od utjecaja horizontalne sile ( $M^H$ ) potrebno je zbrojiti (superponirati) [8].

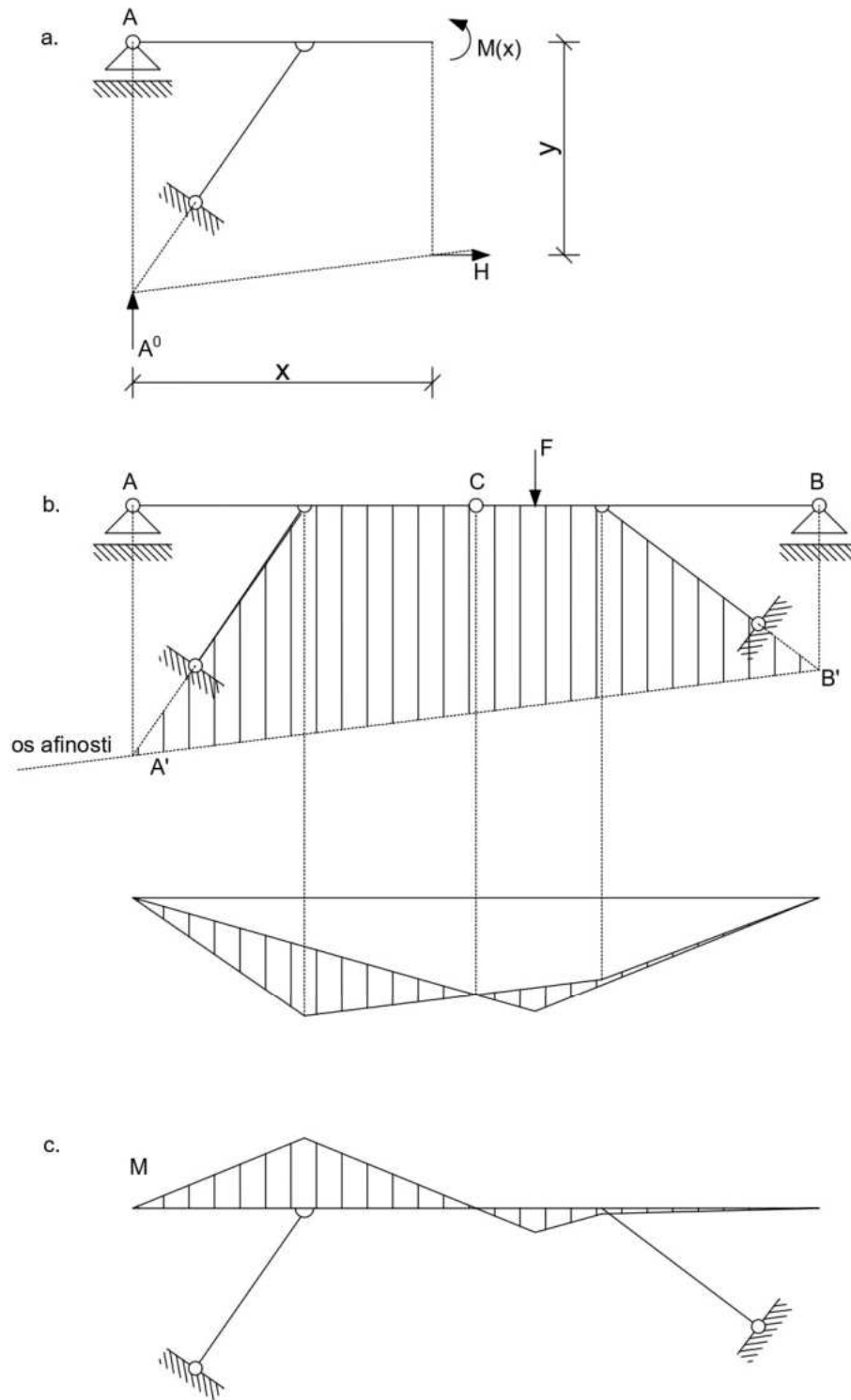
Kako razlika u  $M^H$  ovisi samo o odaljenosti horizontalne sile od grede,  $M^H$  će bit lik koji je afin geometrijskom liku što ga čine štapovi, dio grede u kojoj se pojavljuje horizontalna sila i spojnica fiktivnih ležajeva. Spojnica fiktivnih ležajeva je os afinosti u odnosu na koju se precrtava spomenuti geometrijski lik [8] (slika 4.5.b.).

Dijelovi koji se ne preklapaju čine konačni momentni dijagram, a nulta linija, u odnosu na koju se očitavaju konačni momenti, je krivulja dijagrama  $M^H$  [8]. Konačni momentni dijagram je prikazan na slici 4.5.c.





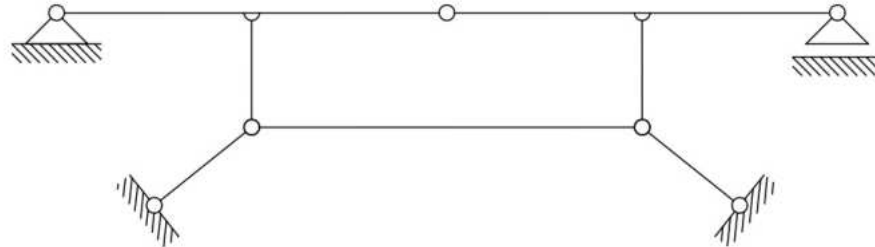
Slika 4.4. Poduprti nosači prve skupine - superpozicijski postupak - zamjenska greda



Slika 4.5. Poduprti nosači prve skupine - superpozicijski postupak - afino preslikavanje

## 4.2. Poduprti nosači druge skupine

Kod poduprtih nosača druge skupine greda je oslonjena na dva zglobna ležaja od kojih je jedan pomičan, a drugi je nepomičan te je greda razdvojena zglobom [3]. Primjer poduprtog nosača druge skupine prikazan je na slici 4.6.



Slika 4.6. Poduprti nosači druge skupine

### 4.2.1. Analitička metoda proračuna poduprtih nosača druge skupine

Za razliku od poduprtih nosača prve skupine, kod druge skupine se pojavljuje jedan nepomičan ležaj što znači da smjer reakcije u tom ležaju ne mora biti vertikalna pa se sada ne može naći točka u kojoj se sijeku pravci djelovanja reakcije u nepomičnom ležaju i ležaju štapa [3].

Opterećenje koje djeluje na sustav potrebno je rastaviti na horizontalnu i vertikalnu komponentu kao što je prikazano na slici 4.7.b.

Na slici 4.7.c. prikazano je izdvajanje dijela sustava tako da se presijeku vertikalni štapovi. Kako bi sustav bio u ravnoteži, zbroj veličina sila koje na njega djeluju mora biti jednak nuli. Isto tako i zbroj veličina horizontalnih i vertikalnih komponenti sila mora biti jednak nuli. Zbog toga što sustav ima samu jednu horizontalnu reakciju, ona će biti iste vrijednosti kao horizontalna komponenta opterećenja, ali suprotnog predznaka [3].

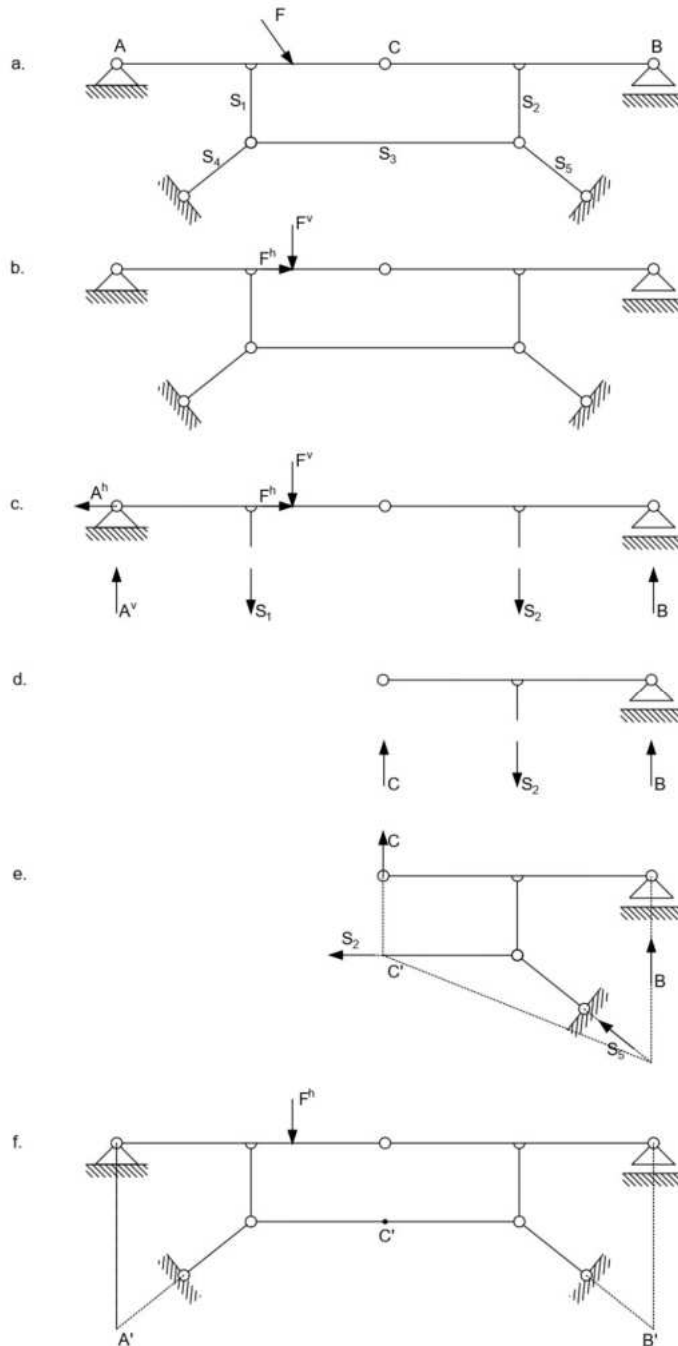
Nakon pronalaska fiktivnih ležajeva, sustav je potrebno do kraja svesti na trozglobni sustav. Zglob pripadajućeg poduprtog nosača se ne podudara sa zglobom dobivenog trozglobnog sustava. Prilikom grafičkog pronalaska reakcija kod trozglobnog sustava, a neopterećeni disk se svodi u ravnotežni položaj tako što pravac djelovanja reakcije prolazi kroz zglob zbog toga što na taj disk djeluju samo sila u ležaju i sila u zglobu. Kod poduprtih greda druge skupine odvajanjem neopterećenog dijela od diska potrebno je presjeći jedan zglobni štap pa se na tom mjestu pojavljuje još jedna sila. Izdvajanjem sustava prikazanog na slici 4.7.d. vidljivo je da sila u zglobu C ima samo vertikalnu komponentu. Svođenjem sustava u ravnotežni položaj na slici 4.7.e. dobiva se fiktivni zglob C'. Dobiveni trozglobni sustav prikazan je na slici 4.7.f.[3].

Ukupne reakcije se, nadalje, pronalaze svođenjem momenta oko fiktivnih ležajeva i fiktivnog zgloba na nulu:

$$\sum M_{C'}^l = 0, \sum M_{B'} = 0 \rightarrow R_{A,S_4}^v, R_{A,S_4}^h$$

$$\sum M_{C'}^d = 0, \sum M_{A'} = 0 \rightarrow R_{B,S_5}^v, R_{B,S_5}^h \quad (4.4)$$

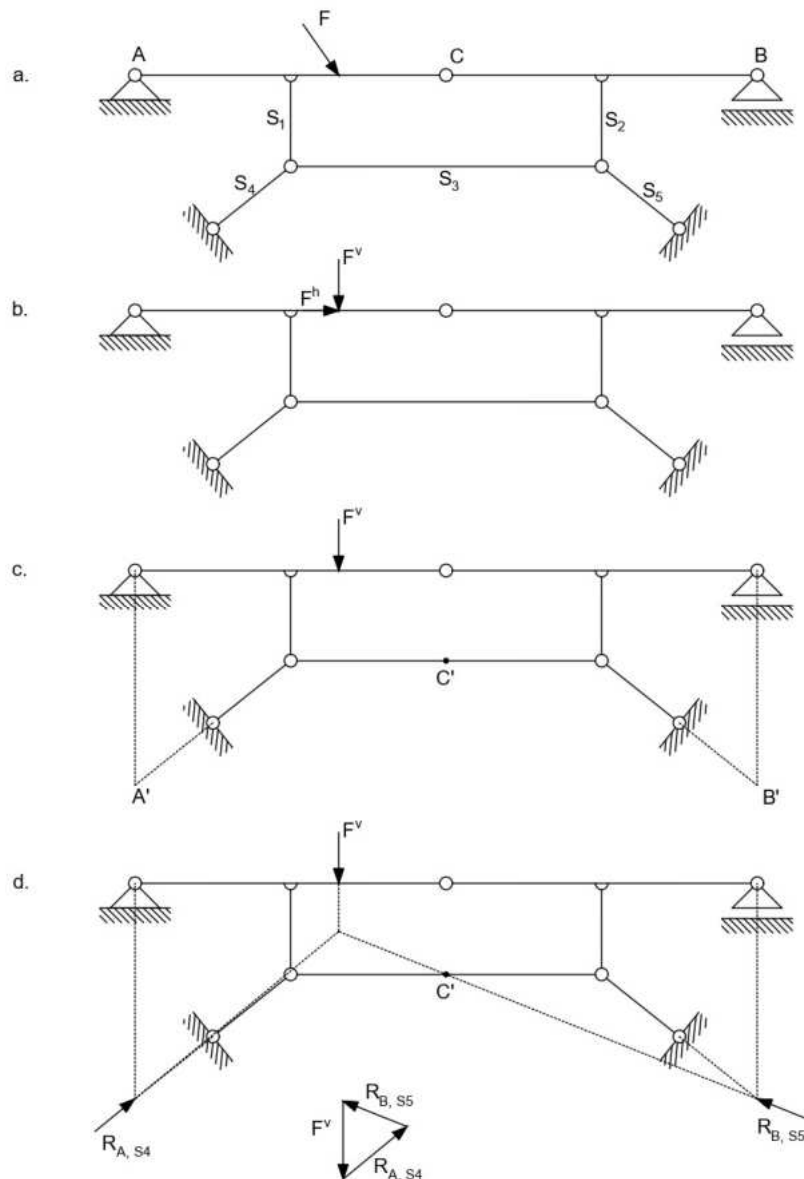
Konačne vrijednosti reakcija dobivaju se iz vrijednosti rezultante na isti način kao i kod nosača prve skupine. Vrijednosti sila u štapovima određuju se pomoću jednadžbi ravnoteže čvorova [3].



Slika 4.7. Poduprti nosači druge skupine - analitički postupak

#### 4.2.2. Grafička metoda proračuna poduprtih nosača druge skupine

Kod grafičke metode isto je potrebno rastaviti djelovanje opterećenja na vertikalnu i horizontalnu komponentu te je pronalaženje horizontalne reakcije ležaja isto kao i kod analitičkog postupka (slika 4.8.b.). Nakon toga sustav se rješava samo s vertikalnom komponentom djelovanja opterećenja isto kao i kod analitičkog postupka sve dok se zadani sustav ne svede na trozglobni (slika 4.8.c.). Kad se sustav svede na trozglobni, daljnje pronalaženje reakcija je isto kao i kod poduprtih greda prve skupine opisane u poglavlju 4.1.2. (slika 4.8.d.) [3].



Slika 4.8. Poduprti nosači druge skupine - grafički postupak

### 4.2.3. Superpozicijska metoda proračuna poduprtih nosača druge skupine

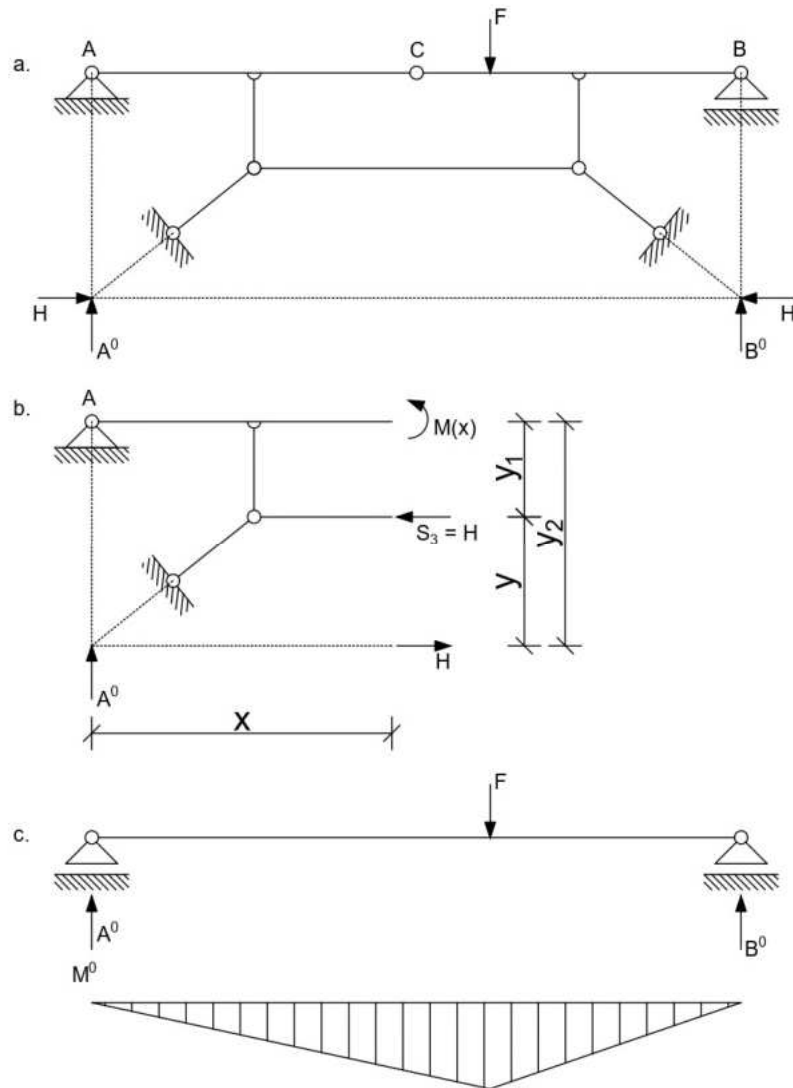
Metoda superpozicije poduprtih nosača druge skupine veoma je slična onoj kod poduprtih nosača prve skupine, ali postoje neke razlike. Prvo se, isto kao i kod prve skupine, reakcije rastave na vertikalne komponente  $A^0$  i  $B^0$ , te na komponentu  $H$  koja leži na spojnici točaka  $A'$  i  $B'$  (slika 4.9.a.). Prema slici 4.9.b. izraz za moment u presjeku  $x$ :

$$M(x) = A^0 \cdot x - H \cdot y_2 + S_3 \cdot y_1 = M^0(x) - H \cdot y_2 + H \cdot y_1 = M^0(x) - H \cdot y \quad (4.5)$$

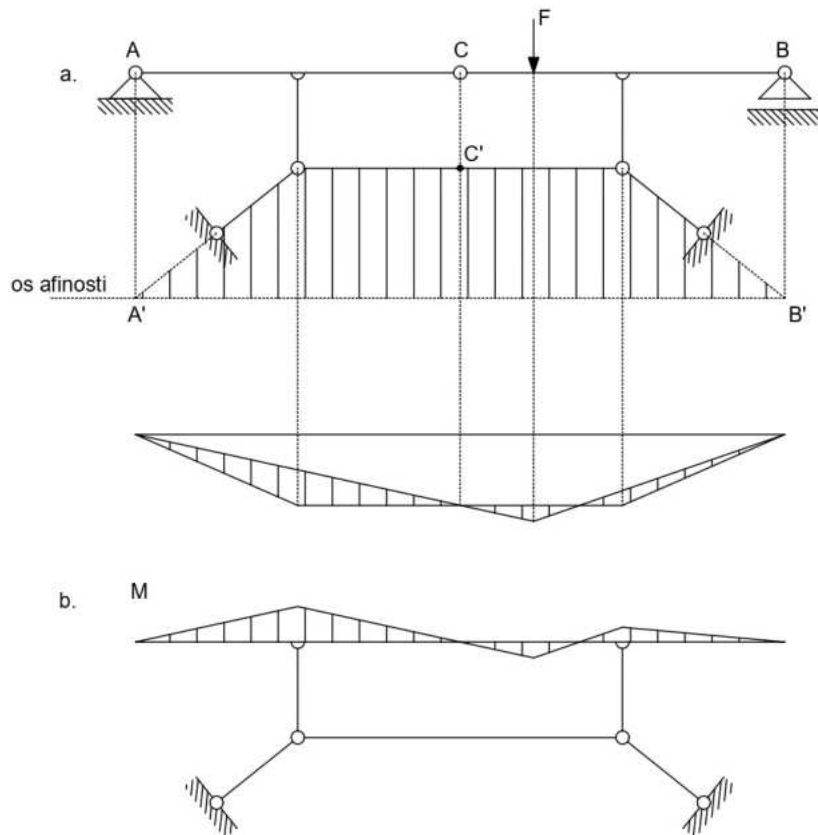
U konačnici, izraz za vrijednost momentnog dijagrama jednaka je razlici momentnog dijagrama proste grede i momentnog dijagrama od utjecaja horizontalne sile. Dijagram momenata savijanja proste grede dobiva se na isti način kao i kod sustava prve skupine (slika 4.9.c), dok se dijagram momenata horizontalne sile dobiva na malo drugačiji način [3].

Kao što je vidljivo na slici 4.9.b. u presjeku se sada pojavljuju dvije sile, jedna na spojnici fiktivnih ležaja, a druga u presječenom štapu. Pomoću jednadžbe ravnoteže horizontalnih sila vidljivo je da će sila u štapu imati isto vrijednost  $H$ , ali će biti suprotne orijentacije pa će zbog toga moment raditi spreg horizontalnih sila, a ne samo jedna sila [3].

Moment horizontalne sile je afin lik, a zbog toga što se u gredi ne pojavljuje horizontalna sila, nijedan dio grede neće biti dio afinog lika kojeg će činiti potporni poligon sa spojnicom fiktivnih ležajeva (os afinost) (slika 4.10.a.). Konačni momentni dijagram prikazan je na slici 4.10.b. [3].



Slika 4.9. Poduprti nosači druge skupine - superpozicijski postupak - zamjenska greda



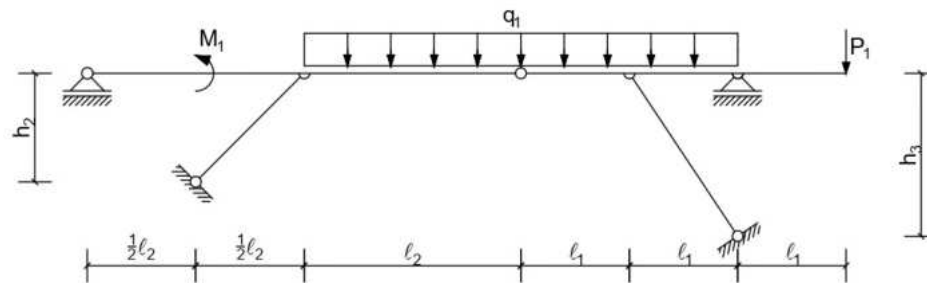
Slika 4.10. Poduprti nosači druge skupine - superpozicijski postupak - afino preslikavanje



## 5. NUMERIČKI PRIMJERI

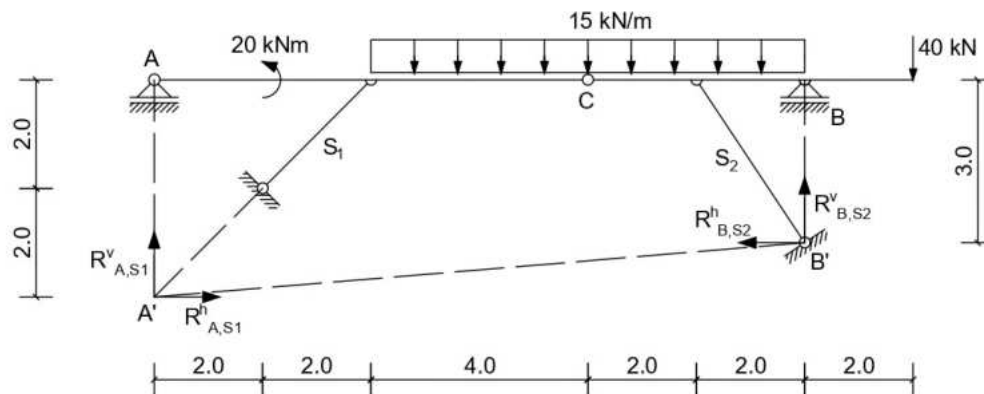
### 5.1. Numerički primjer 1

Za prikazani poduprti nosač na slici 5.1. odrediti reakcije i unutarnje sile na tri načina: analitički, postupkom superpozicije i grafički za presjeke na udaljenosti od srednjeg zgloba 2 m lijevo i 1 m desno. Zadano:  $M_1 = 20 \text{ kN}$ ,  $q_1 = 15 \text{ kN/m}$ ,  $P_1 = 40 \text{ kN}$ ,  $h_2 = 2 \text{ m}$ ,  $h_3 = 3 \text{ m}$ ,  $l_1 = 2 \text{ m}$ ,  $l_2 = 4 \text{ m}$ .



Slika 5.1. Numerički primjer 1

#### 5.1.1. Analitički postupak



Slika 5.2. Numerički primjer 1 - analitički postupak

$$\sum M_C^l = 0 \quad \rightarrow \quad 4 \cdot R_{A,S_1}^h - 8 \cdot R_{A,S_1}^v + 20 + 15 \cdot 4 \cdot 2 = 0$$

$$\sum M_{B'} = 0 \quad \rightarrow \quad R_{A,S_1}^h - 12 \cdot R_{A,S_1}^v + 20 + 15 \cdot 8 \cdot 4 - 20 \cdot 4 = 0$$

$$4 \cdot R_{A,S_1}^h - 8 \cdot R_{A,S_1}^v = -140$$

$$R_{A,S_1}^h - 12 \cdot R_{A,S_1}^v = -420 \quad \rightarrow \quad R_{A,S_1}^h = 42 \text{ kN } (\rightarrow), \quad R_{A,S_1}^v = 38.5 \text{ kN } (\uparrow)$$

$$S_1^h = R_{A,S_1}^h$$

$$S_1^v + A = R_{A,S_1}^v$$

$$S_1^h = 0.707 \cdot S_1$$

$$S_1 \cdot 0.707 + A = 38.5$$

$$S_1 = 1.414 \cdot 42 = 59.4 \text{ kN (tlak)} \quad A = 38.5 - 42$$

$$A = -3.5 \text{ kN } (\downarrow)$$

$$\sum M_C^d = 0 \quad \rightarrow \quad 4 \cdot R_{B,S_2}^v - 3 \cdot R_{B,S_2}^h - 6 \cdot 40 - 4 \cdot 15 \cdot 2 = 0$$

$$\sum M_{A'} = 0 \quad \rightarrow \quad 12 \cdot R_{B,S_2}^v - R_{B,S_2}^h - 14 \cdot 40 - 8 \cdot 15 \cdot 8 + 20 = 0$$

$$4 \cdot R_{B,S_2}^v - 3 \cdot R_{B,S_2}^h = 360$$

$$12 \cdot R_{B,S_2}^v - R_{B,S_2}^h = 1500 \quad \rightarrow \quad R_{B,S_2}^v = 121.5 \text{ kN } (\uparrow), \quad R_{B,S_2}^h = -42 \text{ kN } (\leftarrow)$$

$$S_2^h = R_{B,S_2}^h$$

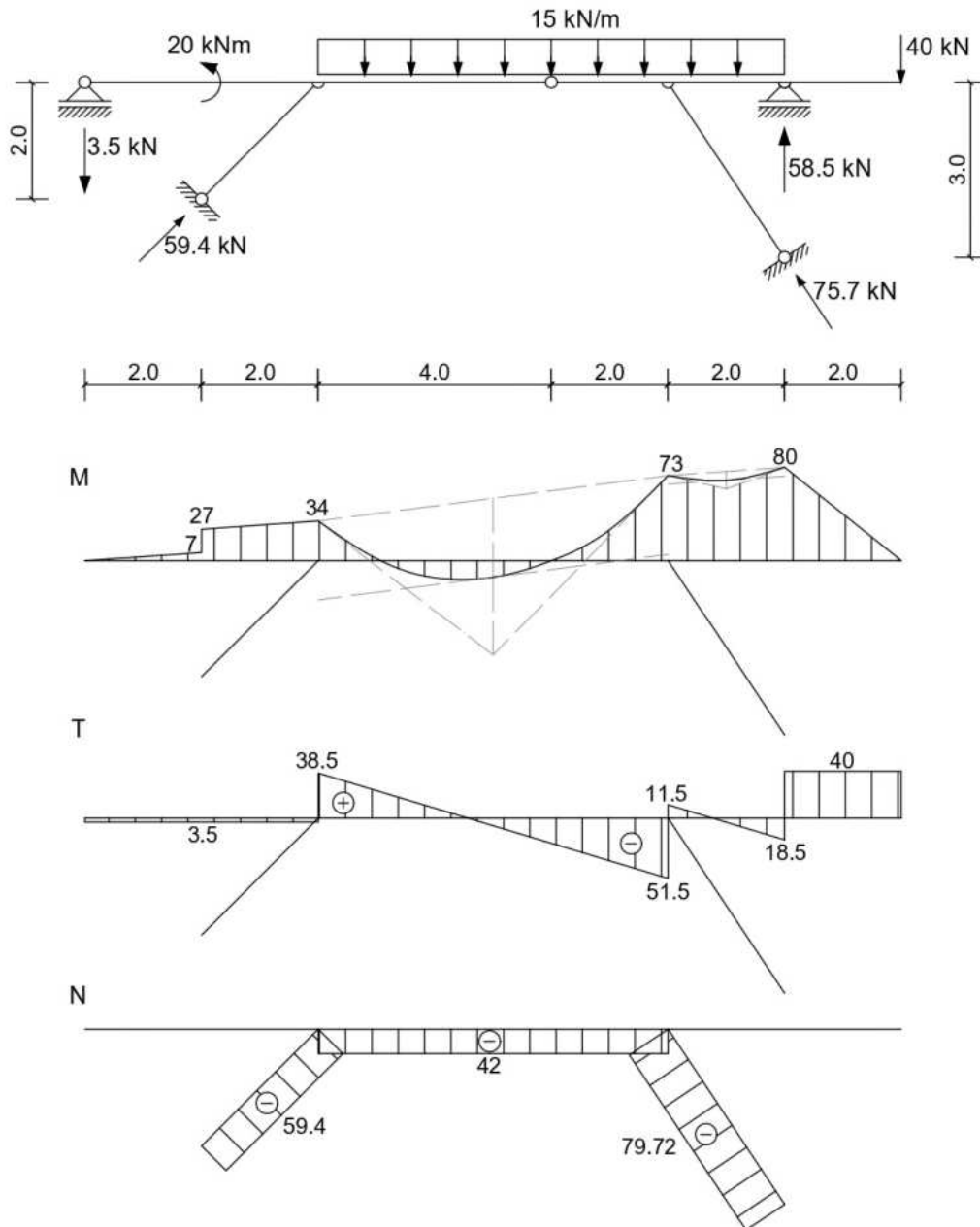
$$S_2^v + B = R_{B,S_2}^v$$

$$S_2^h = 0.555 \cdot S_2$$

$$S_2 \cdot 0.832 + B = R_{B,S_2}^v$$

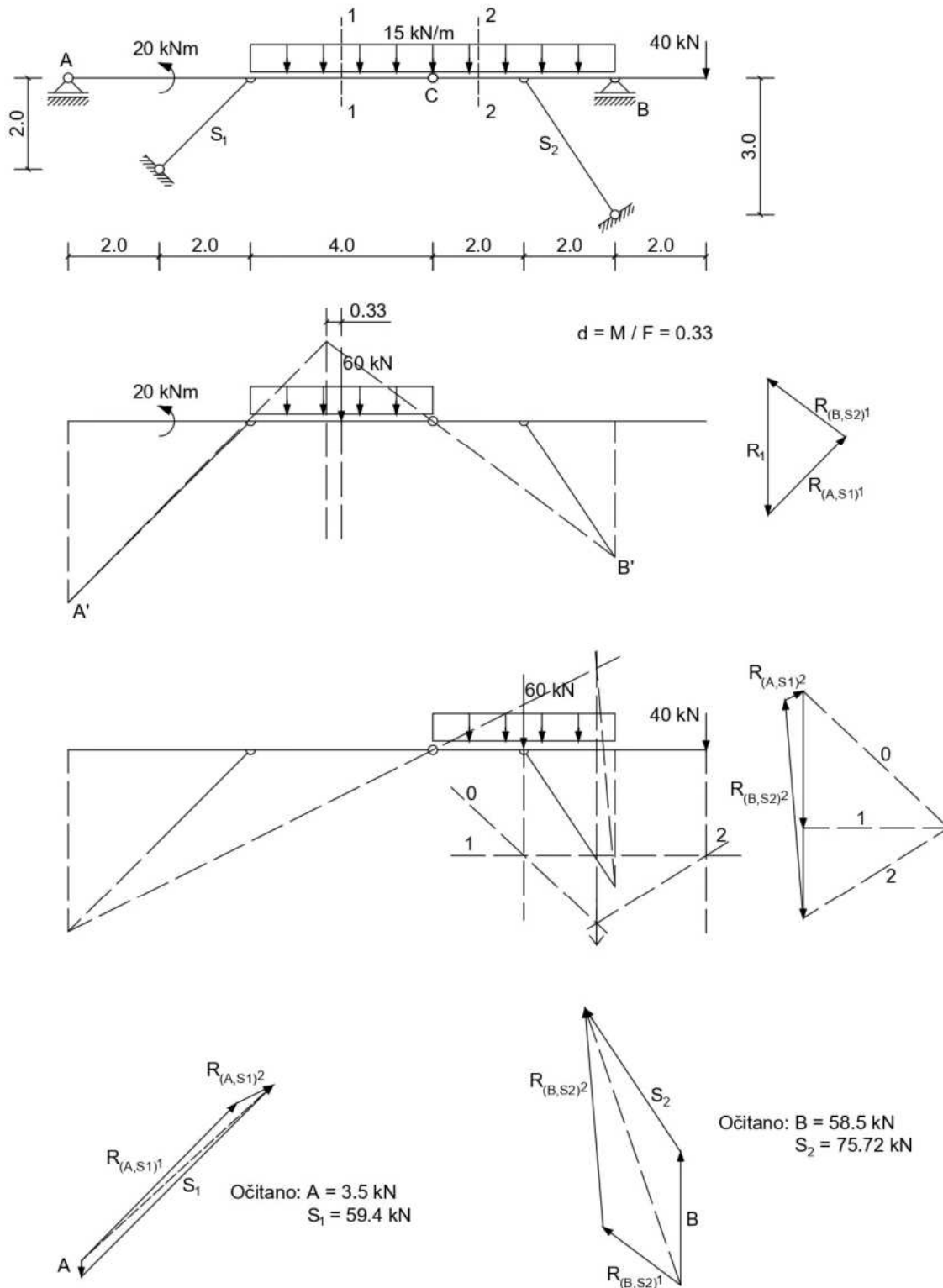
$$S_2 = 1.802 \cdot 42 = 75.7 \text{ kN (tlak)} \quad 75.72 \cdot 0.832 + B = 121.5$$

$$B = 58.5 \text{ kN } (\uparrow)$$



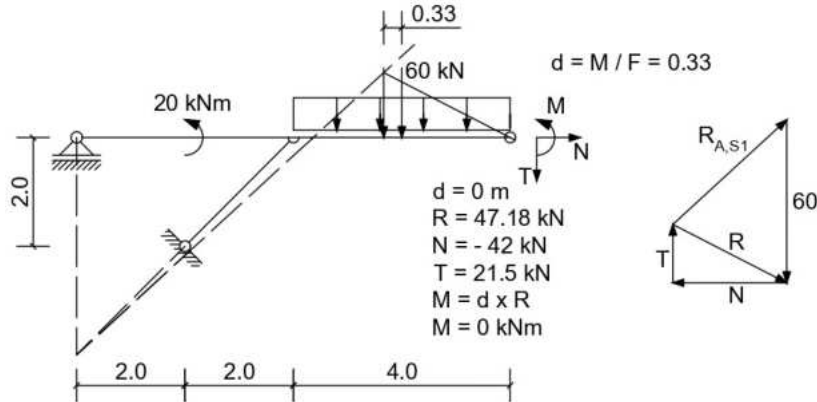
Slika 5.3. Numerički primjer 1 - dijagrami unutarnjih sila

5.1.2. Grafički postupak

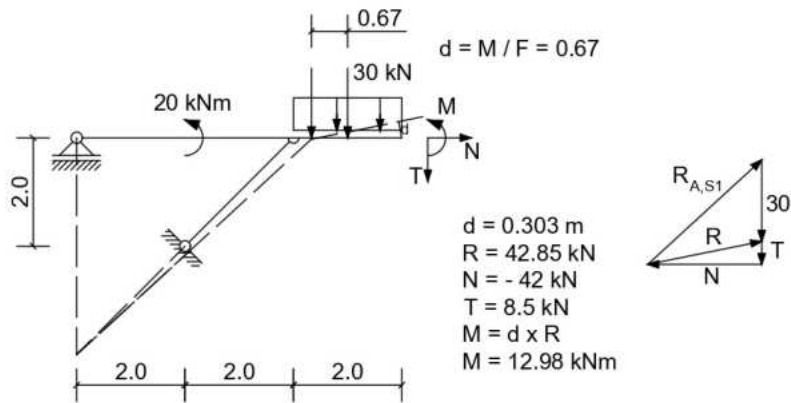


Slika 5.4. Numerički primjer 1 - grafički postupak

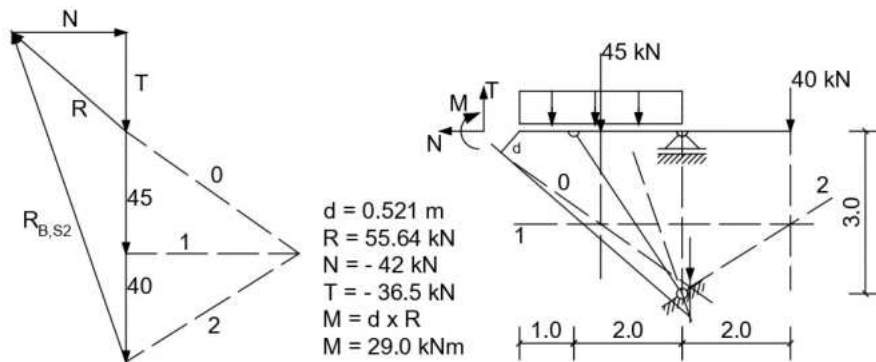
Vrijednost reakcija u srednjem zglobu:



Vrijednost reakcija u presjeku 1-1:

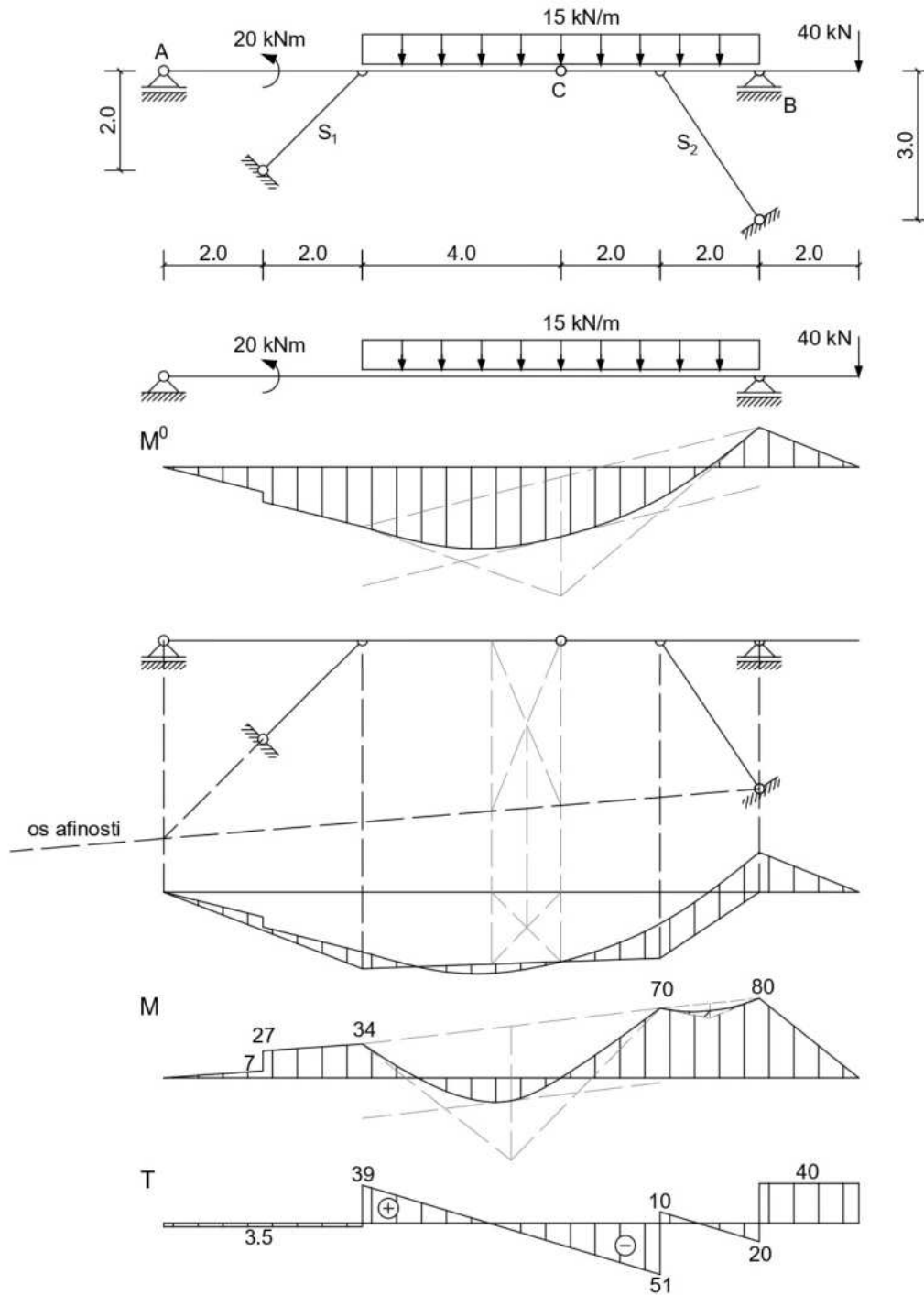


Vrijednost reakcija u presjeku 2-2:



Slika 5.5. Numerički primjer 1 - grafički postupak određivanja unutarnjih sila u presjeku

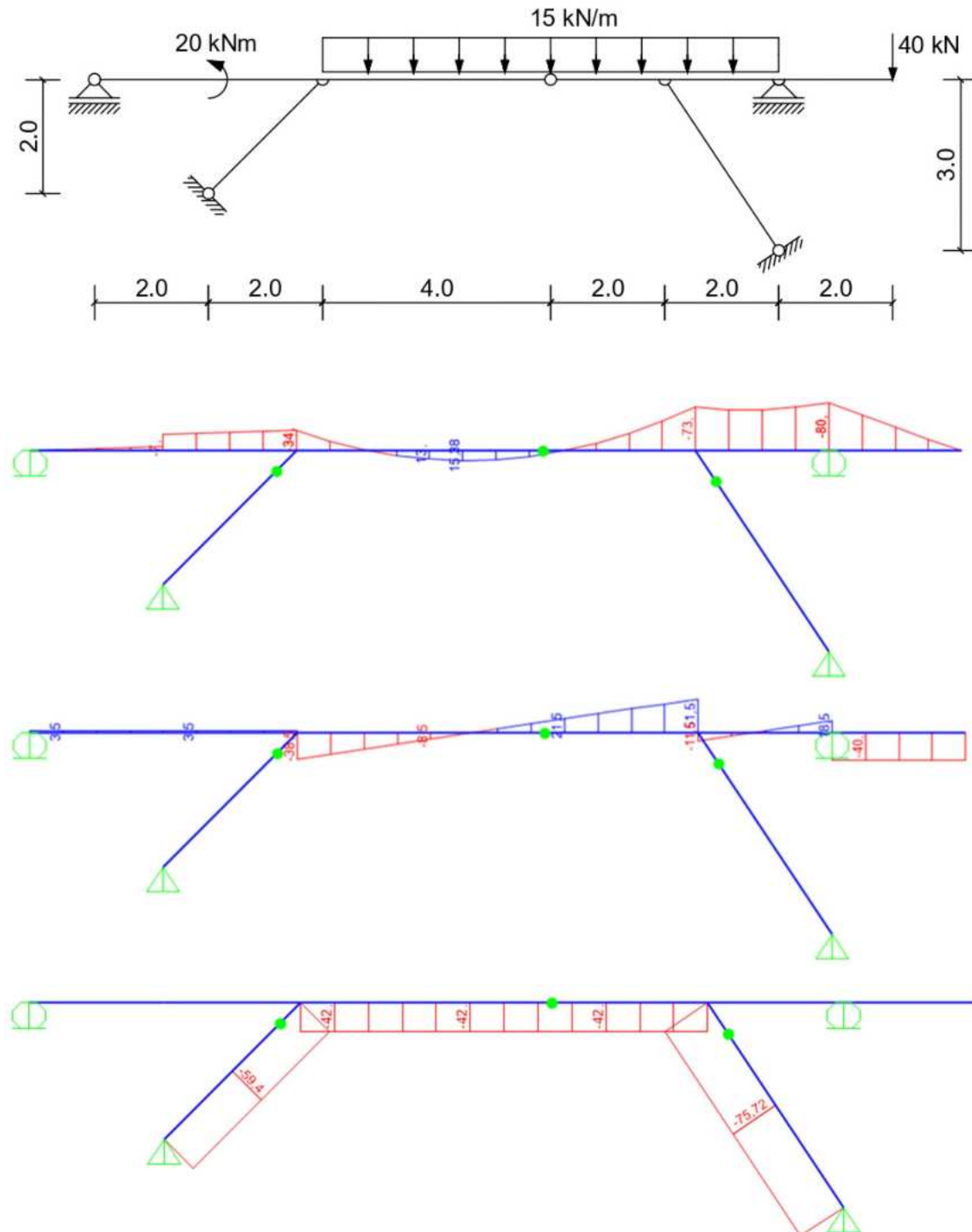
5.1.3. Superpozicijski postupak



Slika 5.6. Numerički primjer 1 - superpozicijski postupak

## 5.1.4. Softversko rješenje

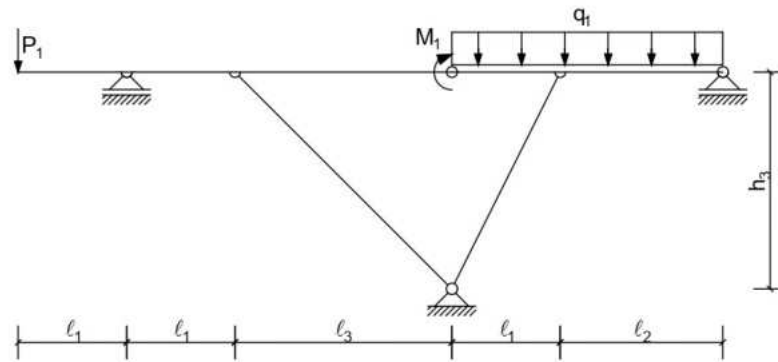
Zadani nosač proračunat je i korištenjem kompjuterskog programa SAP. Rezultati proračuna prikazani su na slici 5.7.



Slika 5.7. Numerički primjer 1 - dijagrami unutarnjih sila dobiveni u SAP-u

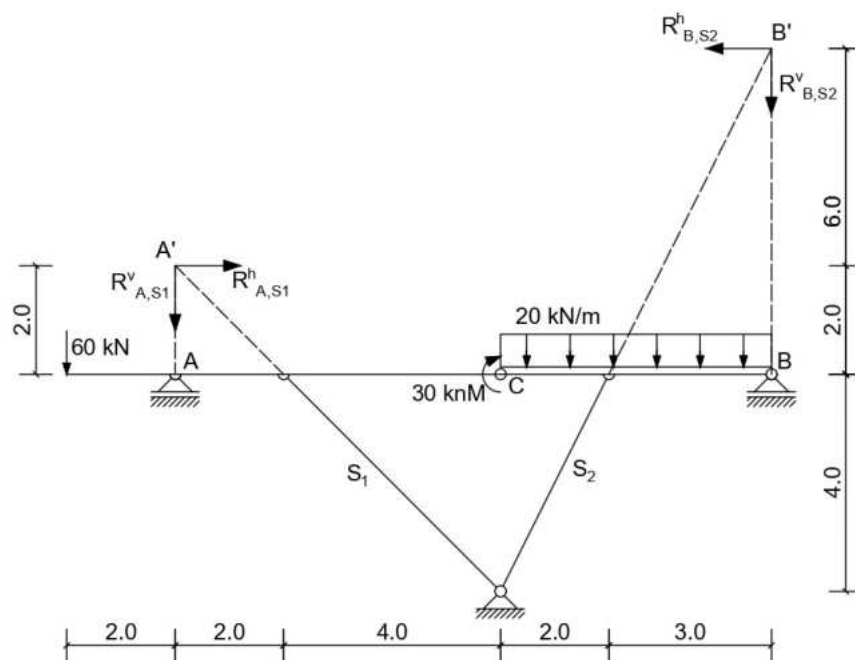
## 5.2. Numerički primjer 2

Za prikazani poduprti nosač na slici 5.8. odrediti reakcije i unutarnje sile na tri načina: analitički, postupkom superpozicije i grafički za presjeka na udaljenosti od srednjeg zgloba 2 m lijevo i 1 m desno. Zadano:  $M_1 = 30 \text{ kNm}$ ,  $q_1 = 20 \text{ kN/m}$ ,  $P_1 = 60 \text{ kN}$ ,  $h_3 = 4 \text{ m}$ ,  $l_1 = 2 \text{ m}$ ,  $l_2 = 3 \text{ m}$ ,  $l_3 = 4 \text{ m}$ .



Slika 5.8. Numerički primjer 2

### 5.2.1. Analitički postupak



Slika 5.9. Numerički primjer 2 - analitički postupak



$$\sum M_C^l = 0 \quad \rightarrow \quad 6 \cdot R_{A,S_1}^v - 2 \cdot R_{A,S_1}^h + 8 \cdot 60 - 30 = 0$$

$$\sum M_{B'} = 0 \quad \rightarrow \quad 11 \cdot R_{A,S_1}^v + 4 \cdot R_{A,S_1}^h + 13 \cdot 60 - 30 + 5 \cdot 20 \cdot 2.5 = 0$$

$$6 \cdot R_{A,S_1}^v - 2 \cdot R_{A,S_1}^h = -450$$

$$11 \cdot R_{A,S_1}^v + 4 \cdot R_{A,S_1}^h = -1000 \quad \rightarrow \quad R_{A,S_1}^v = -82.61 \text{ kN } (\uparrow), R_{A,S_1}^h = -22.83 \text{ kN } (\leftarrow)$$

$$S_1^h = R_{A,S_1}^h$$

$$S_1^v + A = R_{A,S_1}^v$$

$$S_1^h = 0.707 \cdot S_1$$

$$S_1 \cdot 0.707 + A = R_{A,S_1}^v$$

$$S_1 = 1.414 \cdot 22.83$$

$$32.29 \cdot 0.707 + A = 82.61$$

$$S_1 = 32.29 \text{ kN } (\text{tlak})$$

$$A = 59.78 \text{ kN } (\uparrow)$$

$$\sum M_C^d = 0 \quad \rightarrow \quad 6 \cdot R_{B,S_2}^h - 5 \cdot R_{B,S_2}^v - 5 \cdot 20 \cdot 2.5 = 0$$

$$\sum M_{A'} = 0 \quad \rightarrow \quad 4 \cdot R_{B,S_2}^h - 11 \cdot R_{B,S_2}^v - 5 \cdot 20 \cdot 8.5 - 30 + 2 \cdot 60 = 0$$

$$6 \cdot R_{B,S_2}^h - 5 \cdot R_{B,S_2}^v = 250$$

$$4 \cdot R_{B,S_2}^h - 11 \cdot R_{B,S_2}^v = 760 \quad \rightarrow \quad R_{B,S_2}^h = -22.83 \text{ kN } (\rightarrow), R_{B,S_2}^v = -77.39 \text{ kN } (\uparrow)$$

$$S_2^h = R_{B,S_2}^h$$

$$S_2^v + B = R_{B,S_2}^v$$

$$S_2^h = 0.447 \cdot S_2$$

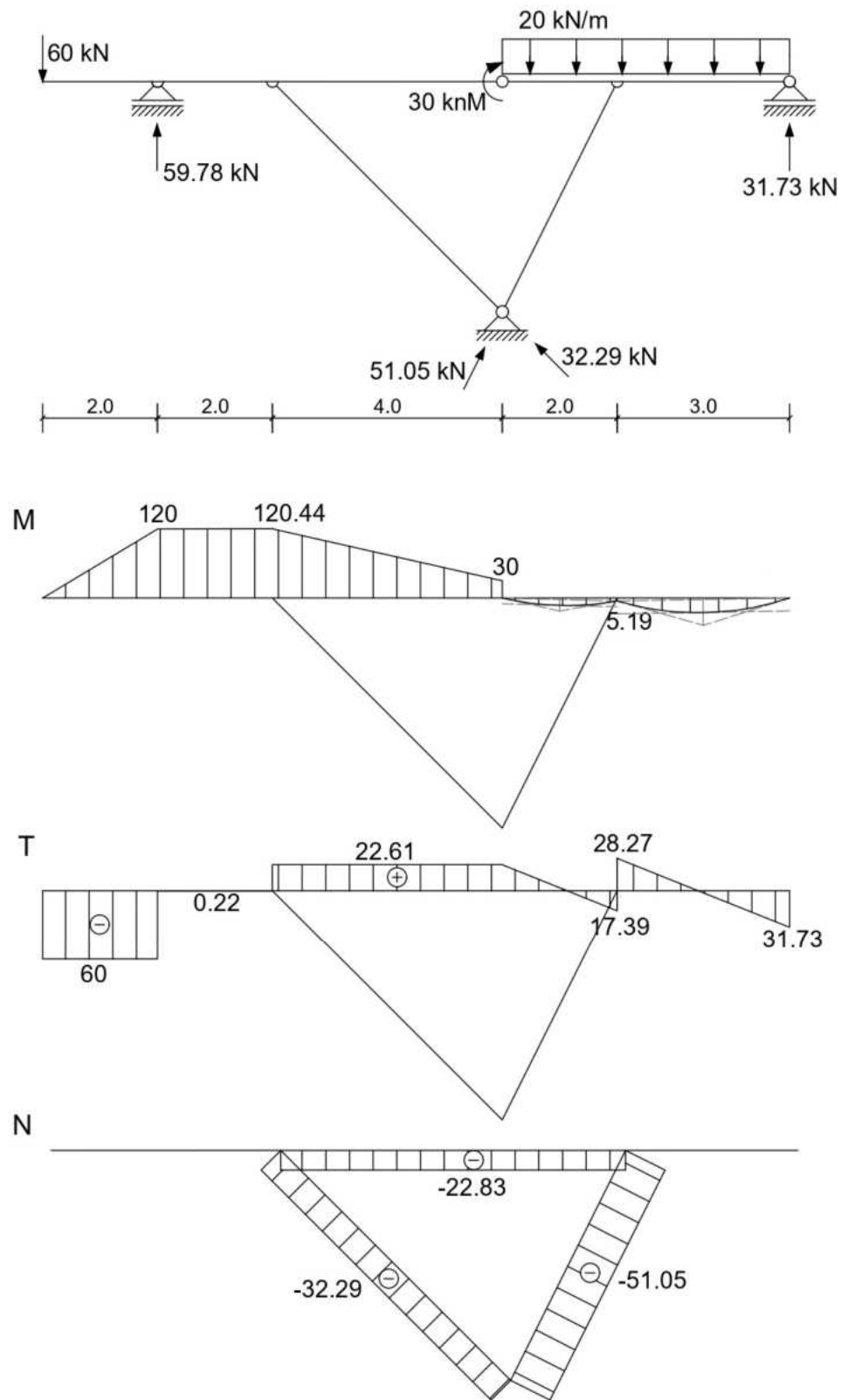
$$S_2 \cdot 0.894 + B = R_{B,S_2}^v$$

$$S_2 = 2.236 \cdot 22.83$$

$$51.05 \cdot 0.894 + B = 77.39$$

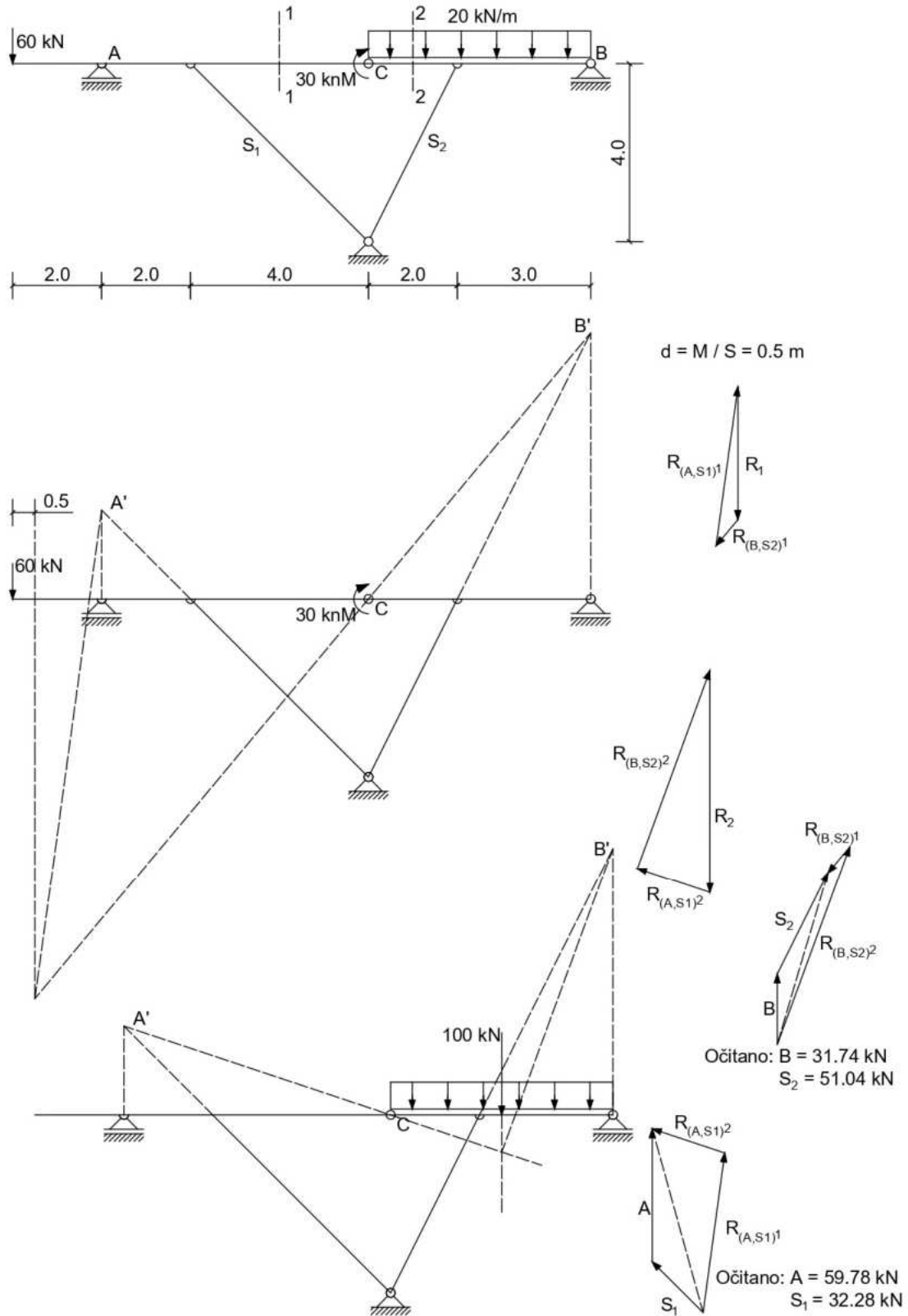
$$S_2 = 51.05 \text{ kN } (\text{tlak})$$

$$B = 31.73 \text{ kN } (\uparrow)$$



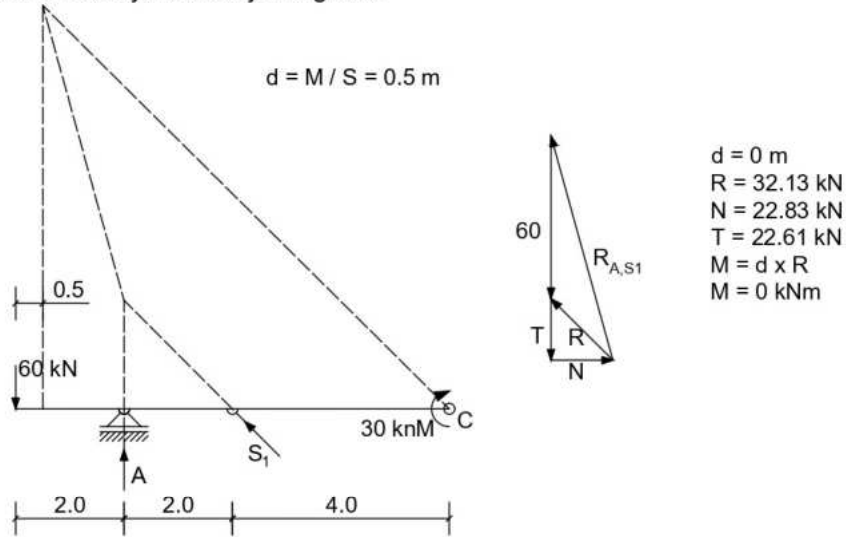
Slika 5.10. Numerički primjer 2 - dijagram unutarnjih sila

5.2.2. Grafički postupak

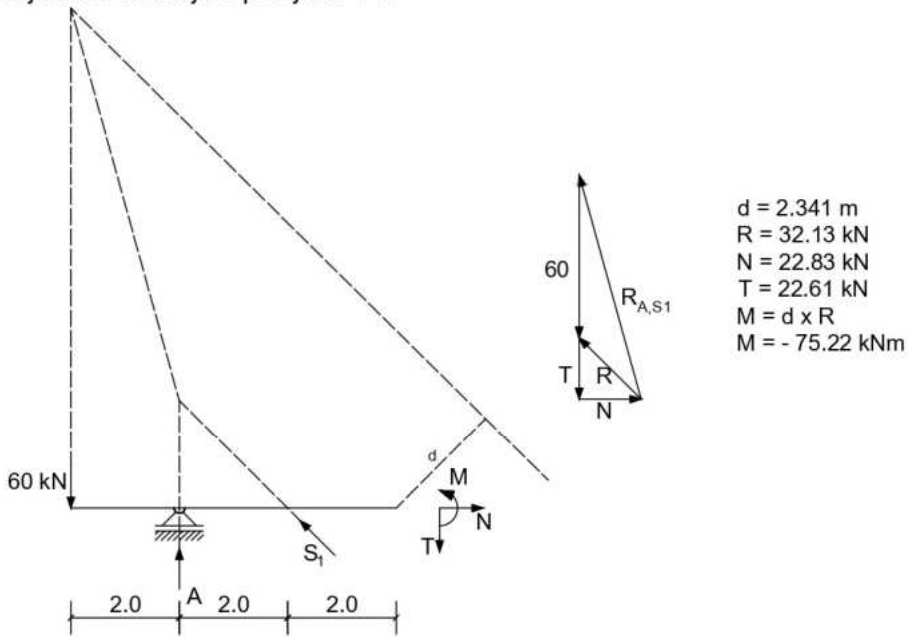


Slika 5.11. Numerički primjer 2 - grafički postupak

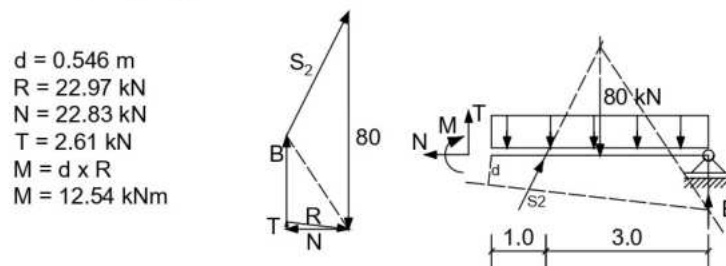
Vrijednost reakcija u srednjem zglobu:



Vrijednost reakcija u presjeku 1-1:

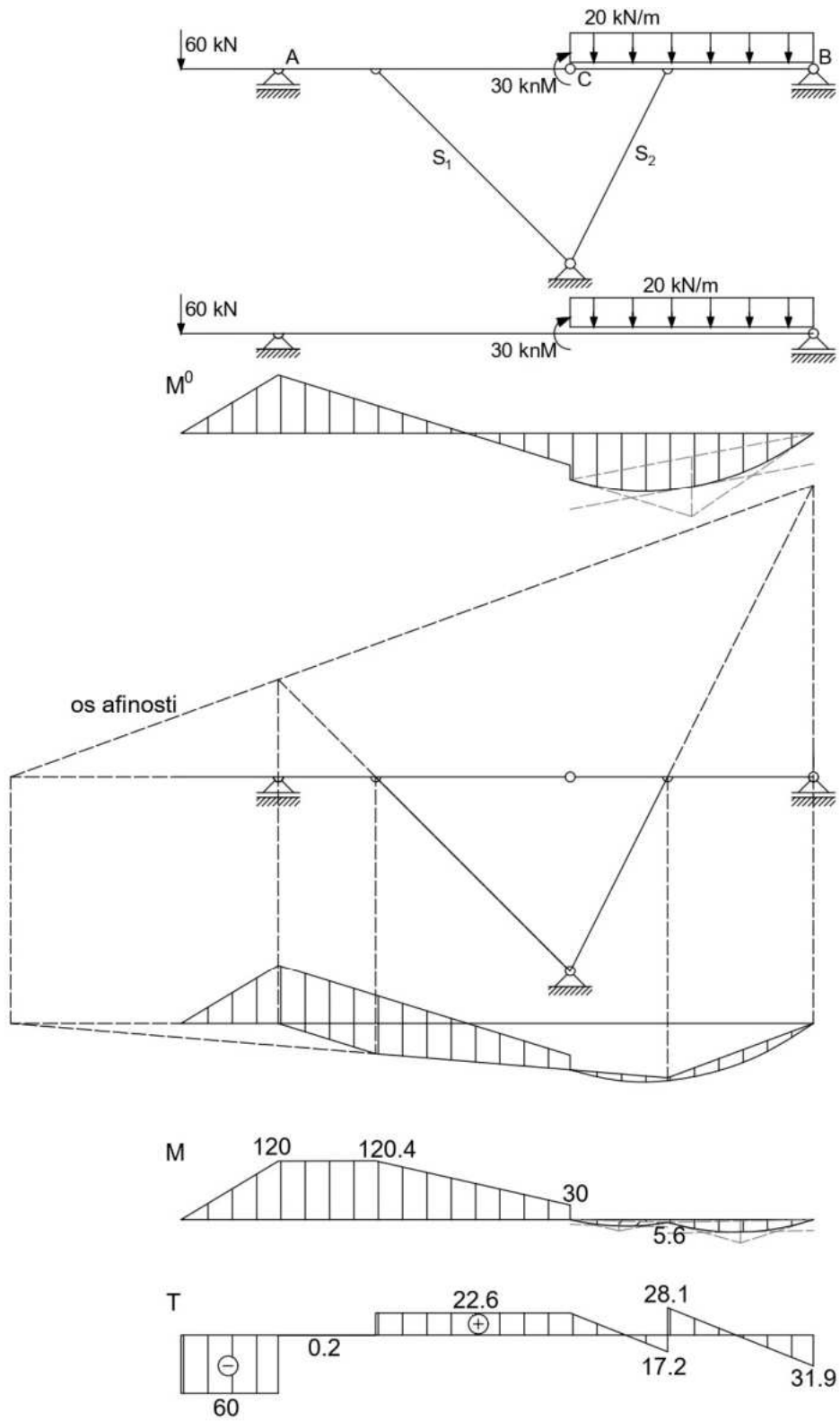


Vrijednost reakcija u presjeku 2-2:



Slika 5.12. Numerički primjer 2 - grafički postupak određivanja unutarnjih sila u presjeku

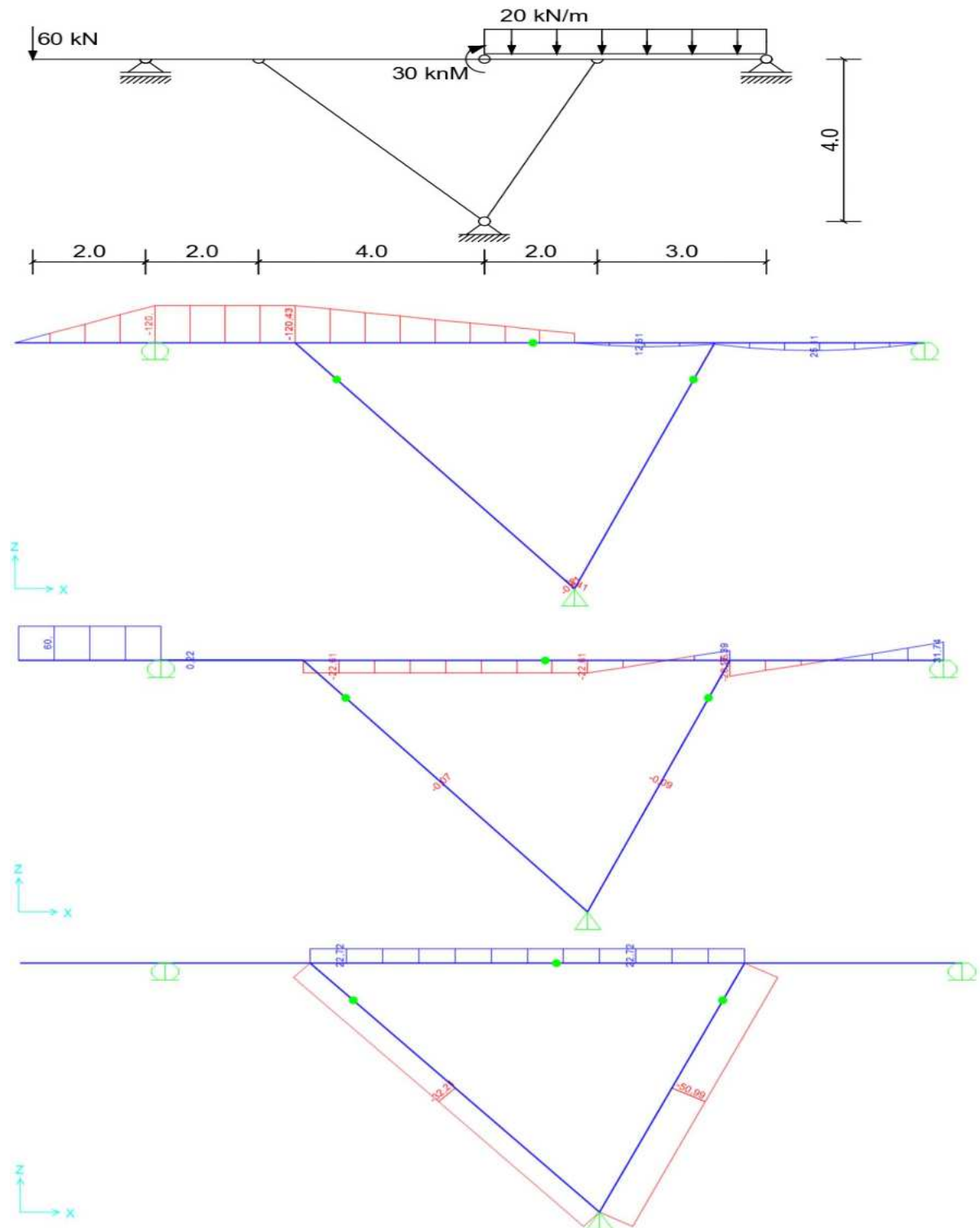
5.2.3. Superpozicijski postupak



Slika 5.13. Numerički primjer 2 - superpozicijski postupak

## 5.2.4. Softversko rješenje

Zadani nosač proračunat je i korištenjem kompjuterskog programa SAP. Rezultati proračuna prikazani su na slici 5.14.



Slika 5.14. Numerički primjer 2 - dijagrami unutarnjih sila dobiveni u SAP-u

## 6. ZAKLJUČAK

Poduprti nosači su statički određenih sustavi sastavljeni od krutog dijela kojeg čine dvije ravne grede spojene u zglobu oslonjene na dva pomična ležaja ili jedan pomičan, a drugi nepomičan ležaj. Ovisno o tome je li drugi ležaj pomičan ili nepomičan razlikuju se dvije skupine poduprtih nosača. Sustavi poduprtih nosača najčešće se koriste u nosivim konstrukcijama mostova, a mogu se još koristiti u krovnim konstrukcijama i skelama. Proračun poduprtih greda može se provesti pomoću tri metode: analitičke, grafičke i superpozicijske.

## POPIS LITERATURE

Popis literature treba izraditi u skladu s odabranim stilom navođenja prema [1].

- [1] Simović, V.: Građevna statika 1, Sveučilišna naklada Liber, Zagreb, 1988.
- [2] A. Mihanović, B. Trogrlić: Građevna statika 1., Sveučilište u Splitu, Građevinsko-arhitektonski fakultet, 2009.
- [3] <http://www.grad.hr/nastava/gsgs1/pdn/pog.pdf>
- [4] Radić, J.: Uvod u mostarstvo, Hrvatska sveučilišna naklada Jadring, Zagreb, 2009.
- [5] <https://structurae.net> Pristupljeno [16.9.2024.]
- [6] <https://m-kvadrat.ba> Pristupljeno [16.9.2024.]
- [7] <https://alaskatimberframe.com> Pristupljeno [16.9.2024.]
- [8] Fresl, K.: Statika 1 (<http://www.grad.hr/nastava/gsgs1/index.html>)



## POPIS SLIKA

<b>Slika 2.1.</b> Poduprti nosači i slični .....	2
<b>Slika 3.1.</b> Sjeverni most preko kanjona Rječine u Rijeci [4] .....	3
<b>Slika 3.2.</b> Pont Saint Michel, Toulouse, Francuska [5] .....	3
<b>Slika 3.3.</b> Pont du Languedoc , Francuska [5] .....	4
<b>Slika 3.4.</b> Primjer oplate [6].....	4
<b>Slika 3.5.</b> Primjer krovišta [7] .....	5
<b>Slika 4.1.</b> Poduprti nosač prve skupine .....	6
<b>Slika 4.2.</b> Poduprti nosači prve skupine - analitički postupak.....	7
<b>Slika 4.3.</b> Poduprti nosači prve skupine - grafički postupak .....	8
<b>Slika 4.4.</b> Poduprti nosači prve skupine - superpozicijski postupak - zamjenska greda .....	10
<b>Slika 4.5.</b> Poduprti nosači prve skupine - superpozicijski postupak - afino preslikavanje .....	11
<b>Slika 4.6.</b> Poduprti nosači druge skupine .....	12
<b>Slika 4.7.</b> Poduprti nosači druge skupine - analitički postupak.....	13
<b>Slika 4.8.</b> Poduprti nosači druge skupine - grafički postupak .....	14
<b>Slika 4.9.</b> Poduprti nosači druge skupine - superpozicijski postupak - zamjenska greda .....	16
<b>Slika 4.10.</b> Poduprti nosači druge skupine - superpozicijski postupak - afino preslikavanje...	17
<b>Slika 5.1.</b> Numerički primjer 1.....	18
<b>Slika 5.2.</b> Numerički primjer 1 - analitički postupak .....	18
<b>Slika 5.3.</b> Numerički primjer 1 - dijagrami unutarnjih sila .....	20
<b>Slika 5.4.</b> Numerički primjer 1 - grafički postupak.....	21
<b>Slika 5.5.</b> Numerički primjer 1 - grafički postupak određivanja unutarnjih sila u presjeku.....	22
<b>Slika 5.6.</b> Numerički primjer 1 - superpozicijski postupak .....	23
<b>Slika 5.7.</b> Numerički primjer 1 - dijagrami unutarnjih sila dobiveni u SAP-u .....	24
<b>Slika 5.8.</b> Numerički primjer 2.....	25
<b>Slika 5.9.</b> Numerički primjer 2 - analitički postupak .....	25
<b>Slika 5.10.</b> Numerički primjer 2 - dijagram unutarnjih sila .....	27
<b>Slika 5.11.</b> Numerički primjer 2 - grafički postupak.....	28
<b>Slika 5.12.</b> Numerički primjer 2 - grafički postupak određivanja unutarnjih sila u presjeku...	29
<b>Slika 5.13.</b> Numerički primjer 2 - superpozicijski postupak .....	30
<b>Slika 5.14.</b> Numerički primjer 2 - dijagrami unutarnjih sila dobiveni u SAP-u .....	31